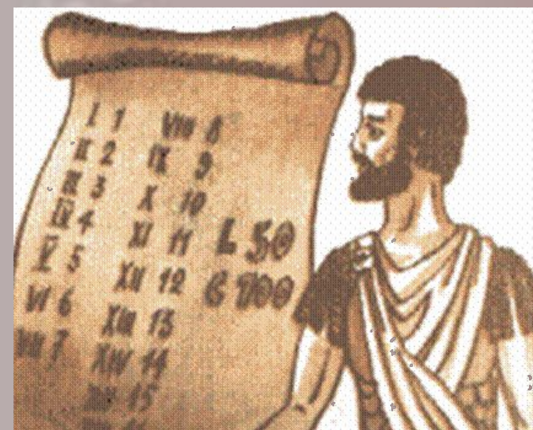
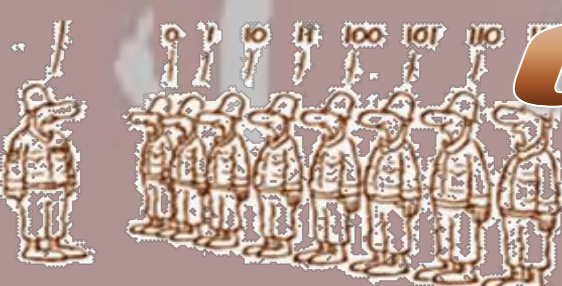






# Системы счисления

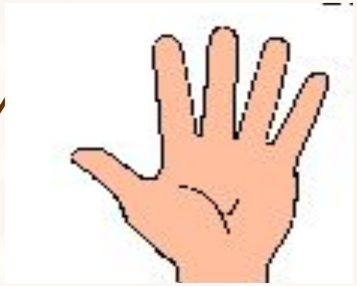


Счет появился тогда, когда человеку потребовалось информировать своих сородичей о количестве обнаруженных им предметов.

Сначала люди просто различали один предмет перед ними или нет.
Если предмет был не один, то говорили «много».

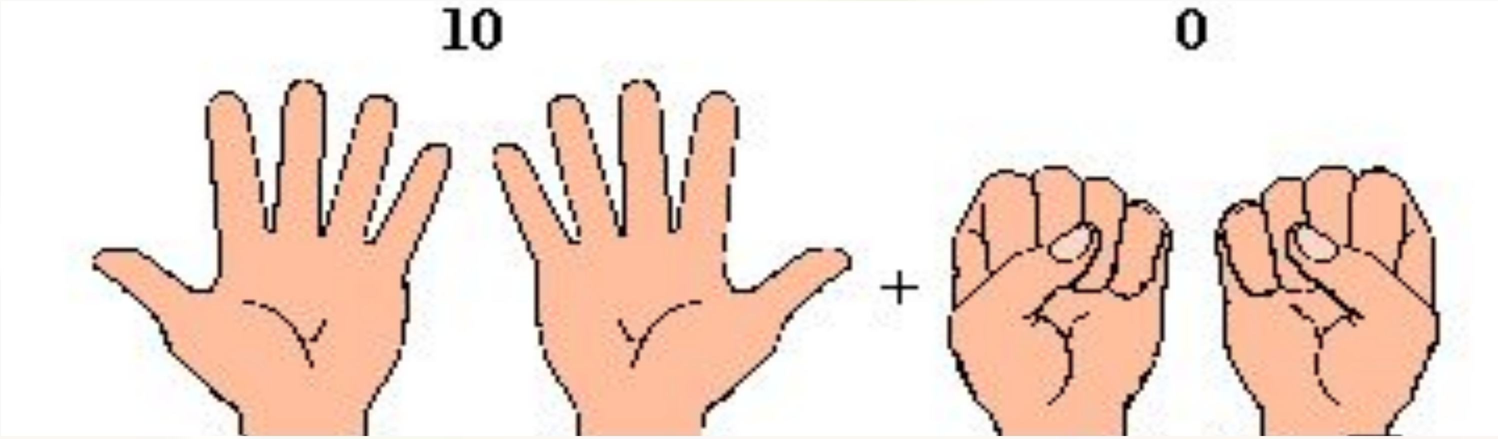
Первыми понятиями математики были "меньше", "больше" и "столько же". Если одно племя меняло пойманных рыб на сделанные людьми другого племени каменные ножи, не нужно было считать, сколько принесли рыб и сколько ножей. Достаточно было положить рядом с каждой рыбой по ножу, чтобы обмен между племенами состоялся.

Самым простым инструментом счета были пальцы на руках человека




С их помощью можно было считать до 5, а если взять две руки, то и до 10.

Одна из таких систем  счета впоследствии и стала общеупотребительной - **десятичная.**



В древние времена люди ходили босиком. Поэтому они могли пользоваться для счета пальцами как рук, так и ног.
Таким образом они могли, казалось бы, считать лишь до двадцати.

Но с помощью этой «босоногой машины» люди могли достигать значительно больших чисел,

1 человек - это 20,

2 человека - это два раза по 20 и т.д.

До сих пор существуют в Полинезии племена, которые для счета используют с 20-ую систему счисления

Запомнить большие числа было трудно, поэтому к «счетной машине» рук и ног добавляли механические приспособления.

Способов счета было придумано немало:
В разных местах придумывались разные способы передачи численной информации:

Например, перуанцы употребляли для запоминания чисел разноцветные шнуры с завязанными на них узлами.

Для запоминания чисел использовались камешки, зерна, ракушки и т.д.

=

С операциями сложения и вычитания люди имели дело задолго до того, как числа получили имена. Когда несколько групп сборщиков кореньев или рыболовов складывали в одно место свою добычу, они выполняли операцию сложения.

С операцией умножения люди познакомились, когда стали сеять хлеб и увидели, что собранный урожай в несколько раз больше, чем количество посеянных семян.

Когда добытое мясо животных или собранные орехи делили поровну между всеми "ртами", выполнялась операция деления.

Потребность в записи чисел появилась в очень древние времена, как только люди научились считать.

Количество предметов изображалось нанесением черточек или засечек на какой-либо твердой поверхности: камне, глине и т.д.

=

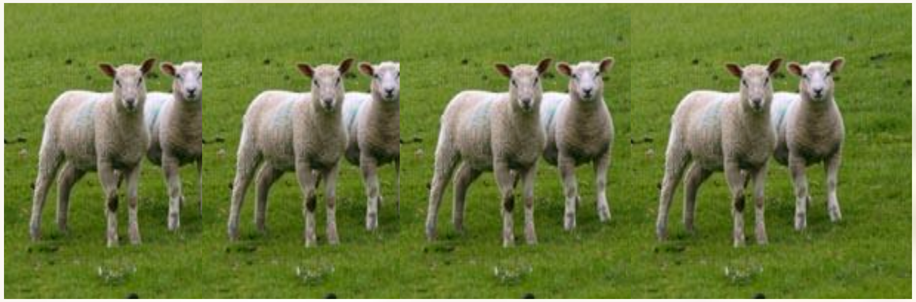
Люди рисовали палочки на стенах и делали зарубки на костях животных или ветках деревьев

**Археологами найдены такие "записи" при раскопках культурных слоев, относящихся к периоду палеолита (10 - 11 тыс. лет до н. э.)**

**Этот способ записи чисел называют *единичной ("палочной", "унарной")* системой счисления**

Любое число в ней образуется повторением одного знака - единицы.

Чем больше зерна собирали люди со своих полей, чем многочисленнее становились их стада, тем большие числа становились им нужны.

 = 

Единичная запись для таких чисел была громоздкой и неудобной, поэтому люди стали искать более компактные способы обозначать большие числа.

Появились специальные обозначения для «пятерок», «десяток», «сотен» и т.д.

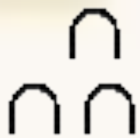
# Египетская нумерация

Очень наглядной была система таких знаков у египтян.

Египтяне придумали эту систему около **5 000 лет** тому назад.

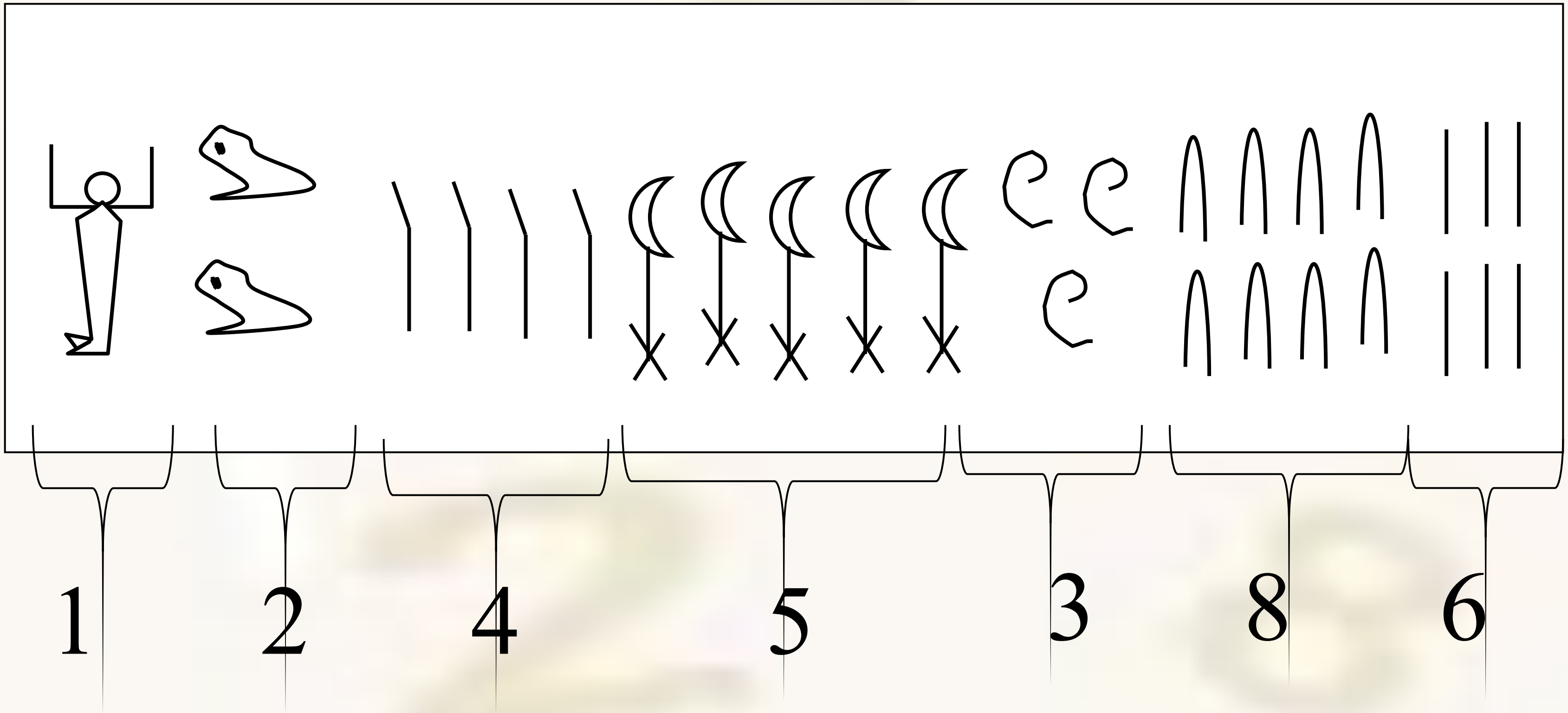
Это одна из древнейших систем записи чисел, известная человеку

## Египетская нумерация

| | | |
|---|---|---|
| 1 |  | Как и большинство людей для счета небольшого количества предметов Египтяне использовали палочки<br>Каждая единица изображалась отдельной палочкой |
| 10 |  | Такими путами египтяне связывали коров<br>Если нужно изобразить несколько десятков, то иероглиф повторяли нужное количество раз.<br>Тоже самое относится и к остальным иероглифам. |
| 100 |  | Это мерная веревка, которой измеряли земельные участки после разлива Нила. |
| 1000 |  | Цветок лотоса |
| 1000 |  | Поднятый палец - будь внимателен |
| 100 000 |  | головастик |
| 1 000  000 |  | Увидев такое число, обычный человек очень удивится и возденет руки к небу |
| 10 000  000 |  | Египтяне поклонялись богу Ра, богу Солнца и, наверное, так изображали самое большое свое число |

Число **1 245 386**

в древнеегипетской записи будет выглядеть



# Как же египтяне считали?

Оказывается, умножение и деление
они производили путем последовательного удвоения чисел - фактически представлением  числа в двоичной системе

# Вавилонская десятеричная / шестидесятеричная система счисления

В древнем Вавилоне примерно во II тысячелетие до нашей эры была такая система счисления - числа менее 60 обозначались с помощью двух знаков: для единицы, и для десятка.

 59

Числа больше 60 записывались по разрядам, с небольшими пробелами между ними

Так записывается число 302, то есть 5*60+2

А это 1*60*60+2*60+5 = 3725

Вопрос:

Какое число в Вавилонской системе счисления изображено ниже:

**Ответ:**

**2*60*60 + 3*60 + 5= 7200 + 120+ 5= 7385**

# Алфавитная нумерация

В середине V в. до н. э. появилась запись чисел нового типа, так называемая **алфавитная нумерация.**

**кириллическая нумерация**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| а | - | 1 | і | - | 10 | р | - | 100 |
| в | - | 2 | к | - | 20 | с | - | 200 |
| г | - | 3 | л | - | 30 | т | - | 300 |
| д | - | 4 | м | - | 40 | ѵ | - | 400 |
| є | - | 5 | н | - | 50 | ф | - | 500 |
| ѕ | - | 6 | ѯ | - | 60 | х | - | 600 |
| з | - | 7 | о | - | 70 | ѱ | - | 700 |
| и | - | 8 | п | - | 80 | ѡ | - | 800 |
| ѳ | - | 9 | ч | - | 90 | ц | - | 900 |

В этой системе записи числа обозначались при помощи букв алфавита., над которыми ставились черточки: первые девять букв обозначали числа от 1 до 9, следующие девять - числа 10, 20, 30, ..., 90, и следующие девять - числа 100, 200, ..., 900.

Таким образом, можно было обозначать любое число до 999.

| Греческий алфавит | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| α | 1 | ι | 10 | ρ | 100 |
| β | 2 | χ | 20 | σ | 200 |
| γ | 3 | λ | 30 | τ | 300 |
| δ | 4 | μ | 40 | ϖ | 400 |
| ε | 5 | ν | 50 | φ | 500 |
| κ | 6 | ξ | 60 | χ | 600 |
| ζ | 7 | ο | 70 | ψ | 700 |
| η | 8 | π | 80 | ω | 800 |
| θ | 9 | [illegible] | 90 | ǀ | 900 |

# Древнегреческая нумерация

Запись алфавитными символами могла делаться в любом порядке, так как число получалось как сумма значений отдельных букв.

| Греческий алфавит | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| α | 1 | ι | 10 | ρ | 100 |
| β | 2 | χ | 20 | σ | 200 |
| γ | 3 | λ | 30 | τ | 300 |
| δ | 4 | μ | 40 | ϖ | 400 |
| ε | 5 | ν | 50 | φ | 500 |
| κ | 6 | ξ | 60 | χ | 600 |
| ζ | 7 | ο | 70 | ψ | 700 |
| η | 8 | π | 80 | ω | 800 |
| θ | 9 | [illegible] | 90 | [illegible] | 900 |

Например,

записи – **ϕλβ βϕλ ϕβλ**

все эквивалентны и означают

число **532.**

**500 - ϕ**

**30 - λ**

**2 - β**

Однако выполнять арифметические вычисления в такой системе было настолько трудно, что без применения каких-то приспособлений оказалось обойтись практически невозможно

**ϕ λ β**
**500 30 2**

**β ϕ λ**
**2 500 30**

**ϕ β λ**
**500 2 30**

# Славянская кириллическая нумерация

Алфавитная система была принята и в Древней Руси.

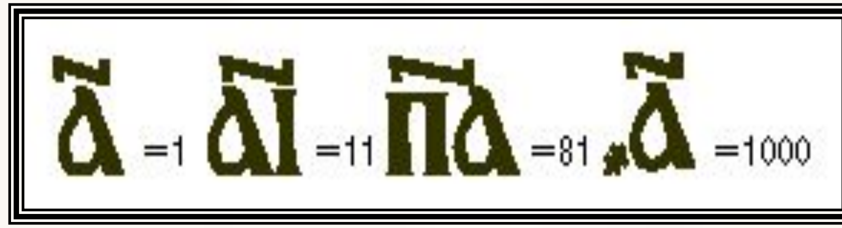
Эта форма записи чисел получила большое распространение в связи с тем, что имела полное сходство с греческой записью чисел.
Если посмотреть внимательно, то увидим, что после "а" идет буква "в", а не "б" как следует по славянскому алфавиту, то есть используются только буквы, которые есть в греческом алфавите.

| | | |
|---|---|---|
| 1 — А аз | 10 — І и* | 100 — Р рцы |
| 2 — В веди | 20 — К како | 200 — С слово |
| 3 — Г глаголь | 30 — Л люди | 300 — Т твердо |
| 4 — Д добро | 40 — М мыслете | 400 — Ѵ ук** |
| 5 — Є есть** | 50 — Н наш** | 500 — Ф ферт |
| 6 — Ѕ зело* | 60 — Ѯ кси** | 600 — Х хер |
| 7 — З земля** | 70 — О он | 700 — Ѱ пси* |
| 8 — И иже** | 80 — П покой | 800 — Ѡ омега* |
| 9 — Ѳ фита* | 90 — Ч червь | 900 — Ц цы |

* Буквы, исключенные впоследствии из русского алфавита.

** Буквы, у которых изменилось начертание.

Чтобы различать буквы и цифры, над числами ставился особый значок — титло **( ~ )**.




Так можно было записывать числа до 999.


Для больших чисел использовался знак тысяч **≠**, который ставился *впереди* символа, обозначавшего число

**До XVII века** эта форма записи чисел была официальной на территории России, Белоруссии, Украины, Болгарии, Венгрии, Сербии и Хорватии.

До сих пор православные церковные книги используют эту нумерацию.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| а | – | 1 | і | – | 10 | р | – | 100 |
| в | – | 2 | к | – | 20 | с | – | 200 |
| г | – | 3 | л | – | 30 | т | – | 300 |
| д | – | 4 | м | – | 40 | ѵ | – | 400 |
| є | – | 5 | н | – | 50 | ф | – | 500 |
| ѕ | – | 6 | ѯ | – | 60 | х | – | 600 |
| з | – | 7 | о | – | 70 | ѱ | – | 700 |
| и | – | 8 | п | – | 80 | ѡ | – | 800 |
| ѳ | – | 9 | ч | – | 90 | ц | – | 900 |

# Римская нумерация


Это нумерация, известная нам и в настоящее время.
С нею мы достаточно часто сталкиваемся в повседневной жизни.

Это номера глав в книгах, указание века, числа на циферблате часов, и т. д.
Возникла эта нумерация в древнем Риме.
В ней имеются узловые числа: один, пять и т. д.
Остальные числа получались путем прибавления или вычитания одних узловых чисел из других

| Римские цифры | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | I | 100 | C |
| 5 | V | 500 | D |
| 10 | X | 1000 | M |
| 50 | L | 2000 | Z |

Например,

**четыре** записывается как **IV**, т. е. **пять** минус **один**,

восемь — **VIII** (**пять** плюс **три**),
сорок—**XL** (**пятьдесят** минус **десять**),

**девяносто шесть—XCVI** (**сто** минус **десять** плюс **пять** и плюс еще **один**) и т. д.

# Арабская нумерация

Это, самая распространенная на сегодняшний день нумерация, которой мы пользуемся в настоящее время.

Применяемые в настоящее время цифры **1234567890** сложились в Индии около **400 г.н.э**

Арабы стали пользоваться подобной нумерацией около 800 г.н.э.,

а примерно в 1200 г.н.э. ее начали применять в Европе, однако в Европе они стали известны благодаря трудам арабских математиков, и потому за ними утвердилось название ***«арабские»***, хотя сами арабы вплоть до настоящего времени пользуются совсем другими символами.

Арабские цифры: ١٢٣٤٥٦٧٨٩١٠

В России арабская нумерация стала использоваться при Петре I (до конца XVII века сохранилась славянская нумерация)

**В древней Индии и Китае существовали системы записи, построенные на**
**МУЛЬТИПЛИКАТИВНОМ ПРИНЦИПЕ.**
**В таких системах для записи одинакового числа единиц, десятков,сотен или тысяч применяются одни и те же символы, но после каждого символа пишется название соответствующего разряда.**

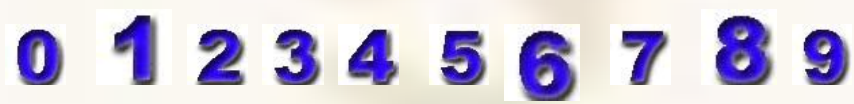
**Если десятки обозначить символом Д,**
**а сотни - С, то число 325 будет выглядеть**
**так : 3С2Д5.**

**Между II и VI вв.н.э. Индийцы познакомились с греческой астрономией.**

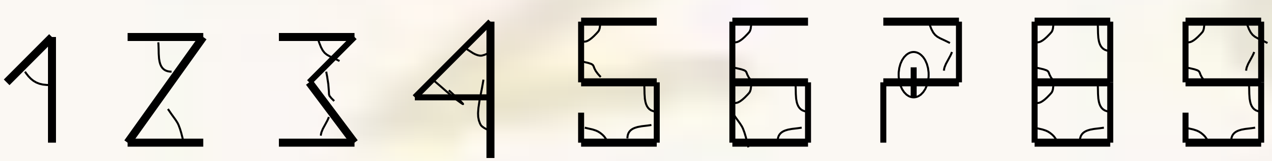
**Индийцы и соединили греческие принципы нумерации со своей десятичной мультипликативной системой.**

Из арабского языка заимствовано и слово **"цифра"** (по-арабски "сыфр"), означающее буквально "**пустое место**"

Это слово применялось для названия знака пустого разряда, и этот смысл сохраняло до XVIII века, хотя еще в XV веке появился латинский термин "нуль" (nullum - ничто).
Форма индийских цифр претерпевала многообразные изменения.
Та форма, которой мы сейчас пользуемся установилась в XVI веке.




По мнению марроканского историка Абделькари Боунжира арабским цифрам  в их первоначальном варианте было придано значение в строгом соответствии с числом углов, которые образуют фигуры



**Система счисления —** совокупность правил наименования и изображения чисел с помощью набора символов, называемых цифрами.

Количество цифр (знаков), используемых для представления чисел называют

Основанием системы счисления

Сегодня мы настолько сроднились с 10-ной системой счисления, в которой десять цифр.

Так что не представляем себе иных способов счета.

Но до наших дней сохранились что следы счета шестидесятками.

Ведь до сих пор мы делим час на 60 минут, а минуту на 60 секунд. Окружность делят на 360, то есть 6*60 градусов, градус - на 60 минут, а минуту - на шестьдесят секунд.

в сутках 24 часа, а в году 365 дней.
Таким образом,

- время (часы и минуты) мы считаем в 60-ной системе,
- сутки - в 24-ной,
- недели в 7-ной,

# Системы счисления

## Непозиционные

количественный эквивалент цифры **не зависит** от её местоположения в записи числа.

**XXX = 10 + 10 + 10**

Древнегреческая, кириллическая, римская

## Позиционные

количественный эквивалент цифры **зависит** от её местоположения в записи числа.

**333 = 300 + 30 + 3**

Десятичная, двоичная и т.д.

# Непозиционные
# Системы счисления

В римской записи числа важно не собственное положение цифры, а где она стоит относительно другой цифры:

записи XII и IX. Здесь в обоих случаях цифра "I" стоит на 2-ом месте справа,

но в одном случае ее нужно прибавлять к 10, а в другом вычитать!

# Позиционные Системы счисления

Наиболее совершенными являются позиционные системы счисления, т.е. системы записи чисел, в которых вклад каждой цифры в величину числа зависит от её положения (позиции) в последовательности цифр, изображающей число

Например, в числе 53 цифра "5" в разряде десятков дает числу вклад в 50 единиц (5*10).

Позиционные системы счисления результат длительного исторического развития непозиционных систем счисления

Например,

число **444** записано тремя одинаковыми цифрами, но каждая из них имеет свое значение: четыре сотни, четыре десятка и четыре единицы.

То есть его можно записать вот так:

$444 = 4 \times 100 + 4 \times 10 + 4 \times 1.$

или

$444 = 4 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 4 \times 10^0.$

Нетрудно заметить, что если обозначить цифры числа как $a_2$, $a_1$ и $a_0$, то любое трехзначное число может быть представлено в виде:

$N = a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0.$

Число 10, степени которого используются в этой формуле (и именно столько разных цифр есть в десятичной системе), называют **основанием** системы счисления, а степени десятки -- **весами** разрядов.

# Системы счисления, используемые в компьютере

**Двоичная** 0,1

Двоичная система счисления является основной системой представления информации
в памяти компьютера.

**Восьмеричная**

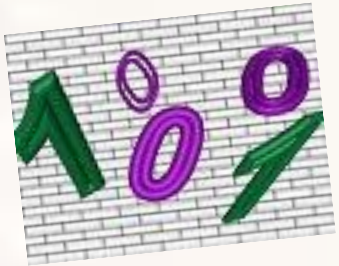
0,1,2,3,4,5,6,7

**Шестнадцатеричная**

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

Официальное рождение двоичной арифметики связанно с именем Г.В. Лейбница, опубликовавшего в 1703 г. статью, в которой он рассмотрел правила выполнения арифметических действий над двоичными числами.

Двоичная система проста, так как для представления информации в ней используются всего два состояния или две цифры.




Такое представление информации принято называть **двоичным кодированием.**

Представление информации в двоичной системе использовалось человеком с давних времен. Так, жители островов Полинезии передавали необходимую информацию при помощи барабанов: чередование звонких и глухих ударов.

## Почему люди пользуются десятичной системой, а компьютеры — двоичной?

**Компьютеры используют двоичную систему потому, что она имеет ряд преимуществ перед другими системами:**

- для ее реализации нужны технические устройства с двумя устойчивыми состояниями (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.), а не, например, с десятью, — как в десятичной
- представление информации посредством только двух состояний надежно и помехоустойчиво;
- двоичная арифметика намного проще десятичной.

**Недостаток двоичной системы —**
быстрый рост числа разрядов, необходимых для записи чисел.

## Почему в компьютерах используются также восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления?

**Двоичная система, удобная для компьютеров, для человека неудобна из-за ее громоздкости и непривычной записи.**

**Перевод чисел из десятичной системы в двоичную и наоборот выполняет машина.**

**Для программистов удобнее работать с более компактной записью.**
**Такими системами и являются 8-аяи 16-ая**

**10000000001** - двоичная **10000000001**

*2 0 0 1* *4 0 1*

*восьмеричная* *шестнадцатеричная*

# «Алфавит» различных систем счисления

| Система счисления | Основание | Размерность алфавита | Цифры |
|---|---|---|---|
| Двоичная | 2 | 2 | 0, 1 |
| Восьмеричная | 8 | 8 | 0,1,2,3,4,5,6,7 |
| Десятичная | 10 | 10 | 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 |
| Шестнадцатеричная | 16 | 16 | 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,T,F |

| Соответствие цифр некоторых систем счисления | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Основание системы счисления | 2 | 8 | 10 | 16 |
| Зеленые ячейки — цифры системы счисления, желтые - числа. | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 10 | 2 | 2 | 2 |
| | 11 | 3 | 3 | 3 |
| | 100 | 4 | 4 | 4 |
| | 101 | 5 | 5 | 5 |
| | 110 | 6 | 6 | 6 |
| | 111 | 7 | 7 | 7 |
| | 1000 | 10 | 8 | 8 |
| | 1001 | 11 | 9 | 9 |
| | 1010 | 12 | 10 | A |
| | 1011 | 13 | 11 | B |
| | 1100 | 14 | 12 | C |
| | 1101 | 15 | 13 | D |
| | 1110 | 16 | 14 | E |
| | 1111 | 17 | 15 | F |

# Перевод чисел (8) → (2), (16) → (2)

- Перевод восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную систему: каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной *триадой* (тройкой цифр) или *тетрадой* (четверкой цифр).
- Примеры:

$$5371_8 = \underbrace{101}_{5}\ \underbrace{011}_{3}\ \underbrace{111}_{7}\ \underbrace{001}_{1}{}_2;$$

$$1A3F_{16} = \underbrace{1}_{1}\ \underbrace{1010}_{A}\ \underbrace{0011}_{3}\ \underbrace{1111}_{F}{}_2$$

- Переведите:

$$3754_8 = ???_2$$

$$2ED_{16} = ???_2$$

# Перевод из восьмеричной СС в двоичную

Перевод из восьмеричной СС в двоичную

## 523,3

**5 2 3, 3**

**101 10 11 11**

*Каждое число доводим до трехзначного числа дописав нули слева*

**5=101 2=010 3=011 3=011**

*Собираем полученные числа в соответствии тому порядку, как они были расположены*

**101 010 011 011**

$$523{,}3_8 = 101010011{,}011_2$$

## Перевод из шестнадцатеричной СС в двоичную

**B　　　4,　　　5**

**1011　　100 ,　　101**

*Каждое число доводим до четырехзначного числа дописав нули слева*

**1011　　0100 ,　　0101**

*Собираем полученные числа в соответствии тому порядку, как они были расположены*

$$\boldsymbol{B4{,}5_{16}=10110100{,}0101_2}$$

*Каждое число переводим по отдельности в двоичное представление*

# Перевод чисел (2) → (8), (2) → (16)

- Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную или шестнадцатеричную, его нужно разбить влево и вправо от запятой на *триады* (для восьмеричной) или *тетрады* (для шестнадцатеричной) и каждую такую группу заменить соответствующей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой.
- Примеры:

$1101010000111_2 = 1\ 5\ 2\ 0\ 7_8$;

1 101 010 000 111

$110111000001101_2 = 6\ E\ 0\ D_{16}$

110 1110 0000 1101

- Переведите:

$1011111010101100_2 = ???_8$

$1011010100000110_2 = ???_{16}$

## Перевод из двоичной СС в восьмеричную

Перевод из двоичной СС в восьмеричную

**1 1 0 1 0, 0 1**

**1 1    0 1 0,    0 1**

*Крайние группы дополняем нулями, в последствии это можно не делать, но нужно понимать вес числа*

**0 1 1    0 1 0,    0 1 0**

*Каждую группу переводим из двоичной в восьмеричную согласно таблице*

**5    2,    2**

$$11010{,}01_2=52{,}2_8$$

## Перевод из двоичной СС в шестнадцатеричную

Перевод из двоичной СС в шестнадцатеричную

**1 1 0 1 0, 0 1**

**1 1 0 1 0, 0 1**

*Крайние группы дополняем нулями, в последствии это можно не делать, но нужно понимать вес числа*

**0 0 0 1 1 0 1 0, 0 1 0 0**

*Каждую группу переводим из двоичной в шестнадцатеричную согласно таблице*

**1 A, 4**

Разбиваем число на группы по четыре числа, начиная от запятой

$$11010{,}01_2 = 1A{,}4_{16}$$

# Перевод чисел (q) → (10)

- Запись числа в развернутой форме и вычисление полученного выражения в десятичной системе.
- Примеры:

$110110_2 = \mathbf{1}\times2^5 + \mathbf{1}\times2^4 + \mathbf{0}\times2^3 + \mathbf{1}\times2^2 + \mathbf{1}\times2^1 + \mathbf{0}\times2^0 = 54_{10}$;

$237_8 = \mathbf{2}\times8^2 + \mathbf{3}\times8^1 + \mathbf{7}\times8^0 = 128 + 24 + 7 = 159_{10}$;

$3FA_{16} = \mathbf{3}\times16^2 + \mathbf{15}\times16^1 + \mathbf{10}\times16^0 = 768 + 240 + 10 = 1018_{10}$.

- Переведите:

$1100011010_2 = ???_{10}$

$162_8 = ???_{10}$

$E23_{16} = ???_{10}$

## Перевод из двоичной СС в десятичную

**1 1 0 1 0, 0 1**

*Проставляем номера разрядов числа*

**1 1 0 1 0, 0 1**

**4 3 2 1 0, -1 -2**

*Составляем развернутую форму записи числа с весом разряда 2*

$$1*2^4+1*2^3+0*2^2+1*2^1+0*2^0+0*2^{-1}+1*2^{-2}$$

$$=16+8+2+0{,}25=26{,}25$$

*Результат суммы – будет соответствовать искомому числу*

$$11010{,}01_2=26{,}25_{10}$$

# Перевод из восьмеричной СС в десятичную

**5 2 3, 3**

*Проставляем номера разрядов числа*

**5 2 3, 3**

**2 1 0, -1**

*Составляем развернутую форму записи числа с весом разряда 8*

$$5*8^2+2*8^1+3*8^0+3*8^{-1}$$

$$=320+16+3+0,375=339,375$$

*Результат суммы – будет соответствовать искомому числу*

$$523,3_8=339,375_{10}$$

## *Перевод из шестнадцатеричной СС в десятичную*

**B 4, A**

*Проставляем номера разрядов числа*

**B 4, A**

***1 0, -1***

*Составляем развернутую форму записи числа с весом разряда 16*

$$\mathbf{11*16^{1}+4*16^{0}+10*16^{-1}}$$

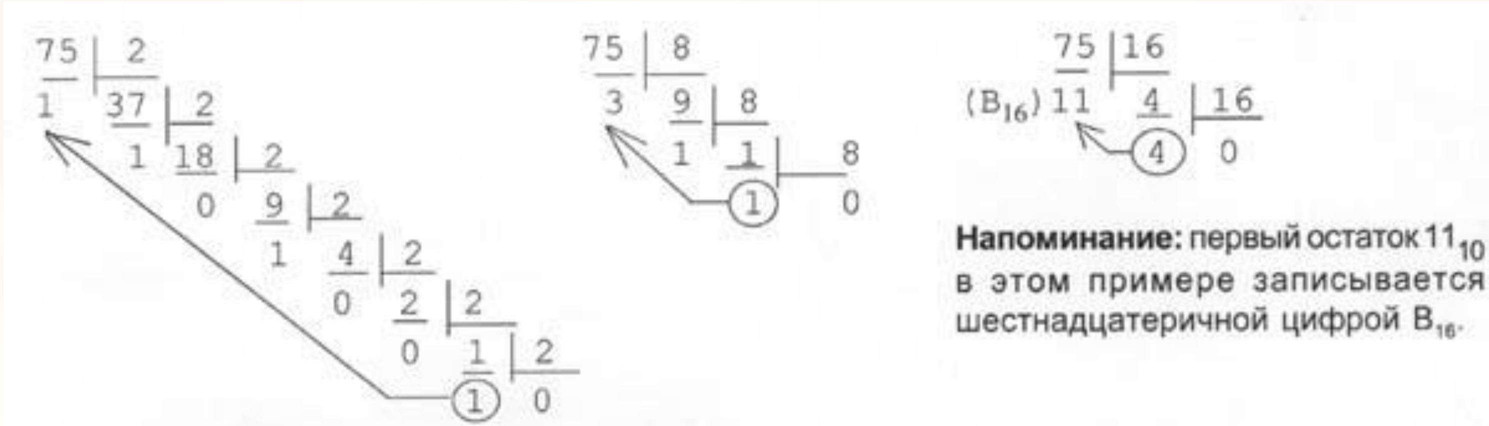
$$\mathbf{=176+4+0,625=180,625}$$

*Результат суммы – будет соответствовать искомому числу*

$$\mathbf{B4,A_{16}=180,625_{10}}$$

# Перевод чисел (10) → (q)

- Последовательное целочисленное деление десятичного числа на основание системы q, пока последнее частное не станет равным нулю.
- Число в системе счисления с основанием q — последовательность остатков деления, изображенных одной q-ичной цифрой и записанных в порядке, обратном порядку их получения.
- Примеры:




- Переведите:

$141_{10} = ???_{2}$

$141_{10} = ???_{8}$

$141_{10} = ???_{16}$

# Перевод из десятичной СС в двоичную

**46,5**

- сначала переводится целая часть числа, она делится на 2, после чего запоминается остаток от деления. Полученное частное вновь делится на 2, остаток запоминается. Процедура продолжается до тех пор, пока частное не станет равным нулю. Остатки от деления на 2 выписываются в порядке, обратном их получения

## Перевод из десятичной СС в двоичную

46| 2

46| 23| 2

0 22| 11| 2

1 10| 5 | 2

1 4 | 2| 2

1 2| 1

0

**Полученные остатки в обратном порядке**

**101110**

# Перевод из десятичной СС в двоичную

Для перевода дробной части числа, она умножается на 2, после чего целая часть запоминается и отбрасывается. Вновь полученная дробная часть умножается на 2 и т. д. Процедура продолжается до тех пор, пока дробная часть не станет равной нулю. Целые части выписываются после двоичной запятой в порядке их получения.

**46=101110**

**0,5*2=1,0**

$$46{,}5_{10}=101110{,}1_{2}$$

# Перевод из десятичной СС в восьмеричную

**46,5**

**- сначала переводится целая часть числа, она делится на 8, после чего запоминается остаток от деления. Полученное частное вновь делится на 8, остаток запоминается. Процедура продолжается до тех пор, пока частное не станет равным нулю. Остатки от деления на 8 выписываются в порядке, обратном их получения**

$$\begin{array}{r|l} 46 & \underline{\;8\;} \\ 40 & \;5 \\ 6 & \end{array}$$

**Полученные остатки в обратном порядке 56**

# Перевод из десятичной СС в восьмеричную

Для перевода дробной части числа, она умножается на 8, после чего целая часть запоминается и отбрасывается. Вновь полученная дробная часть умножается на 8 и т. д. Процедура продолжается до тех пор, пока дробная часть не станет равной нулю. Целые части выписываются после двоичной запятой в порядке их получения.

$$46 = 56$$

$$0{,}5*8=4{,}0$$

$$46{,}5_{10} = 56{,}4_{8}$$

# Перевод из десятичной СС в шестнадцатеричную

## 46,5

- сначала переводится целая часть числа, она делится на 16, после чего запоминается остаток от деления. Полученное частное вновь делится на 16, остаток запоминается. Процедура продолжается до тех пор, пока частное не станет равным нулю. Остатки от деления на 16 выписываются в порядке, обратном их получения в 16-ричном коде.

```
46| 16
32| 2
14
```

Полученные остатки
в обратном порядке 2E

## Перевод из десятичной СС в шестнадцатеричную

Для перевода дробной части числа, она умножается на 16, после чего целая часть запоминается и отбрасывается. Вновь полученная дробная часть умножается на 16 и т.д. Процедура продолжается до тех пор, пока дробная часть не станет равной нулю. Целые части выписываются после двоичной запятой в порядке их получения.

$$46=2E$$

$$0{,}5*16=8{,}0$$

$$46{,}5_{10}=2E{,}8_{16}$$

# Перевод из восьмеричной СС в шестнадцатеричную

**523,3**

**5 2 3, 3**

**101 10 11 , 11**

*Каждое число доводим до трехзначного числа дописав нули слева*

**101 010 011, 011**

*Группируем получившееся число, от запятой по 4-ре числа, дописываем нули справа и слева*

**0001 0101 0011, 0110**

*Переводим группы по таблице в шестнадцатеричную СС*

**1 7 3, 6**

$$523{,}3_8=173{,}6_{16}$$

# *Перевод из шестнадцатеричной СС в восьмеричную*

**B 4, A**

**1011 100 , 1010**

***Каждое число доводим до четырехзначного числа дописав нули слева***

**1011 0100, 1010**

***Группируем получившееся число, от запятой по 3 числа, дописываем нули справа и слева***

**10 110 100, 101**

***Переводим группы по таблице в восьмеричную СС***

**2 6 4, 5**

*Каждое число переводим по отдельности в двоичное представление*

$$B4,A_{16} = 264,5_{8}$$

# Максимальное значение числа

- Для записи одного и того же значения в различных системах счисления требуется разное число позиций или разрядов:

$96_{10}$ (2 разряда) = $60_{16}$ (2 разряда) = $140_8$ (3 разряда) = $1100000_2$ (7 разрядов)

- Чем меньше основание системы, тем больше длина числа (длина разрядной сетки).
- Если длина разрядной сетки задана, то это ограничивает максимальное по абсолютному значению число, которое можно записать.
- $\mathbf{A_{q(max)} = q^N - 1}$, где N — длина разрядной сетки (любое положительное число).
- Пример. Если в двоичной системе счисления длина разрядной сетки N=8, то $A_{2(max)} = 2^8 - 1 = 255$ — максимальное число, которое можно записать в этих восьми разрядах ($11111111_2$).

# Двоичная арифметика

| Таблица сложения | Таблица вычитания | Таблица умножения |
|---|---|---|
| $0 + 0 = 0$ | $0 - 0 = 0$ | $0 \times 0 = 0$ |
| $1 + 0 = 1$ | $1 - 0 = 1$ | $1 \times 0 = 0$ |
| $0 + 1 = 1$ | $1 - 1 = 0$ | $1 \times 1 = 1$ |
| $1 + 1 = 10$ | $10 - 1 = 1$ | |

$$
\begin{array}{r}
+\;\; 11011 \\
101101 \\
\hline
1001000
\end{array}
$$

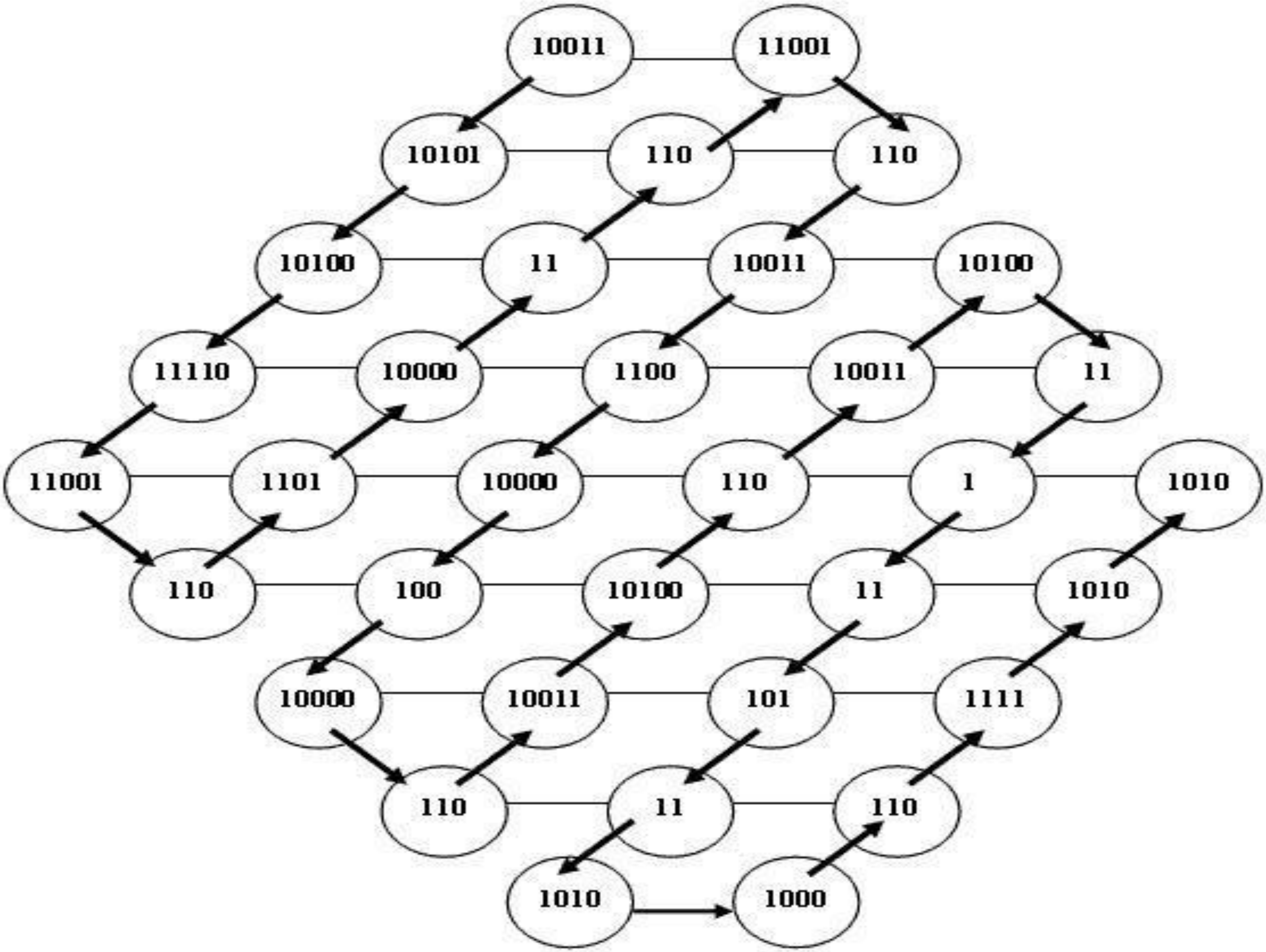
$$
\begin{array}{r}
-\;\; 1001000 \\
101101 \\
\hline
11011
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l|l}
110101001 & 10001 \\
\cline{2-2}
\underline{10001} & 11001 \\
\;\;10011 & \\
\;\;\underline{10001} & \\
\;\;\;\;\;\;10001 & \\
\;\;\;\;\;\;\underline{10001} & \\
\;\;\;\;\;\;00000 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
\times\;\; 11001 \\
10001 \\
\hline
11001 \\
00000\_ \\
00000\_\,\_ \\
00000\_\,\_\,\_ \\
11001\_\,\_\,\_\,\_ \\
\hline
110101001
\end{array}
$$

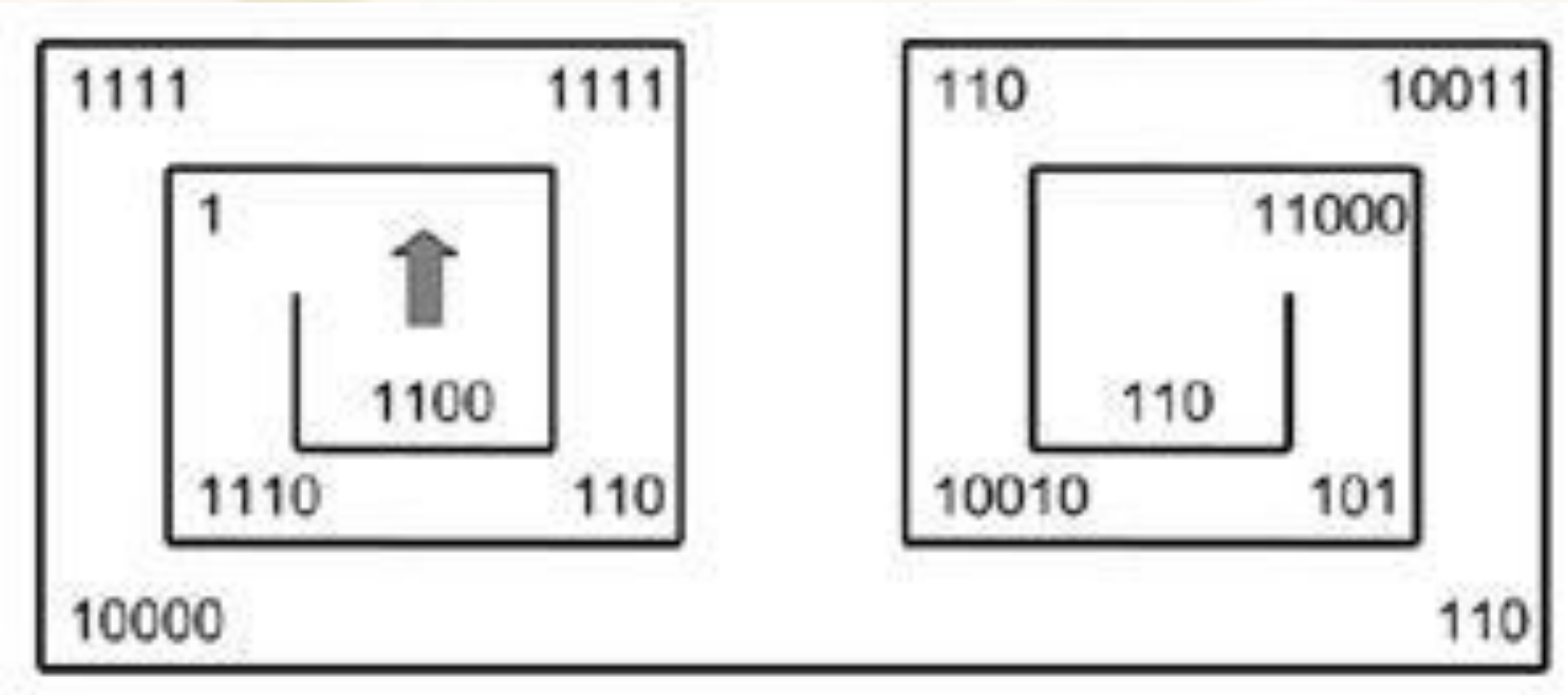
# Упражнения

- Дана геометрическая фигура, в углы которой помещены круги с двоичными числами. Определите зашифрованное изречение, которое получите, собирая двоичные числа и переведя их десятичные, полученные десятичные числа замените соответствующими буквами русского алфавита с тем же порядковым номером


10011
11001
10101
110
110
10100
11
10011
10100
11110
10000
1100
10011
11
11001
1101
10000
110
1
1010
110
100
10100
11
1010
10000
10011
101
1111
110
11
110
1010
1000

# Упражнения

- Определите выражение, которое получите при прохождении лабиринта, собирая числа и переводя их десятичную систему счисления. Полученные десятичные числа замените соответствующими буквами русского алфавита с тем же порядковым номером


1111
1111
1
1100
1110
110
10000
110
10011
11000
110
10010
101
110

# Упражнения

**Рисуем по точкам**.

- Определите рисунок, который получится в результате перевода каждой точки в десятичную систему счисления и отметки ее на координатной плоскости.

| № точки | Координаты точки | |
|---|---|---|
| | X | Y |
| 1 | $100_2$ | $10_2$ |
| 2 | $101_2$ | $101_2$ |
| 3 | $1_2$ | $101_2$ |
| 4 | $11_2$ | $1010_2$ |
| 5 | $100_2$ | $1010_2$ |
| 6 | $11_2$ | $110_2$ |
| 7 | $101_2$ | $110_2$ |
| 8 | $110_2$ | $101_2 + 100_2$ |
| 9 | $111_2$ | $1001_2$ |
| 10 | $110_2$ | $110_2$ |
| 11 | $100_2 * 10_2$ | $110_2$ |
| 12 | $1000_2$ | $101_2$ |
| 13 | $110_2$ | $101_2$ |
| 14 | $101_2$ | $10_2$ |

# Упражнения

- Во сколько раз увеличится число $10{,}1_2$ при переносе запятой на один знак вправо?
- При переносе запятой на два знака вправо число $11{,}11_x$ увеличилось в 4 раза. Чему равен x?
- Какое минимальное основание может иметь система счисления, если в ней записано число 23?
- $48_{10} \to ???_2$.
- $16_{10} \to ???_8$.
- $891_{10} \to ???_{16}$.
- $1101111011_2 \to ???_{10}$.
- $257_8 \to ???_{10}$.
- $10101_2 \to ???_{10}$
- $110101010_2 \to ???_8$
- $1111110011100_2 \to ???_{16}$
- $2145{,}86_{10} \to ???_{16}$

# Упражнения

- $7B8_{16} \to ???_{10}$.
- Сравните числа: $11101_2$ ??? $1D_{16}$.
- $111101001000_2 \to ???_{16}$.
- $1100001111_2 \to ???_8$.
- $4F3D_{16} \to ???_2$.
- $713_8 \to ???_2$.
- $76{,}5_8 \to ???_{10}$
- $F5{,}A_{16} \to ???_2$.
- $110101{,}10_2 \to ???_{16}$.
- $100011{,}11_2 \to ???_8$.