

Параллельность прямых и плоскостей в пространстве



Содержание

Взаимное расположение прямых в пространстве

Параллельные прямые в пространстве

Теорема о параллельных прямых

Лемма

Теорема о параллельности трех прямых

Взаимное расположение прямой и плоскости Взаимное
расположение прямой и плоскости Взаимное
расположение прямой и плоскости в пространстве

Определение параллельности прямой и плоскости

Признак параллельности прямой и плоскости

Свойства параллельных плоскостей (1°)

Свойства параллельных плоскостей (2°)

Признак скрещивающихся Признак скрещивающихся
Признак скрещивающихся прямых

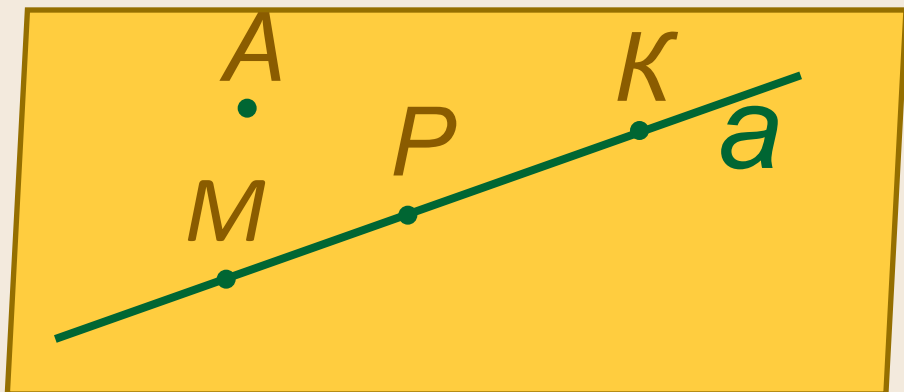
Теорема о скрещивающихся Теорема о скрещивающихся
Теорема о скрещивающихся прямых

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

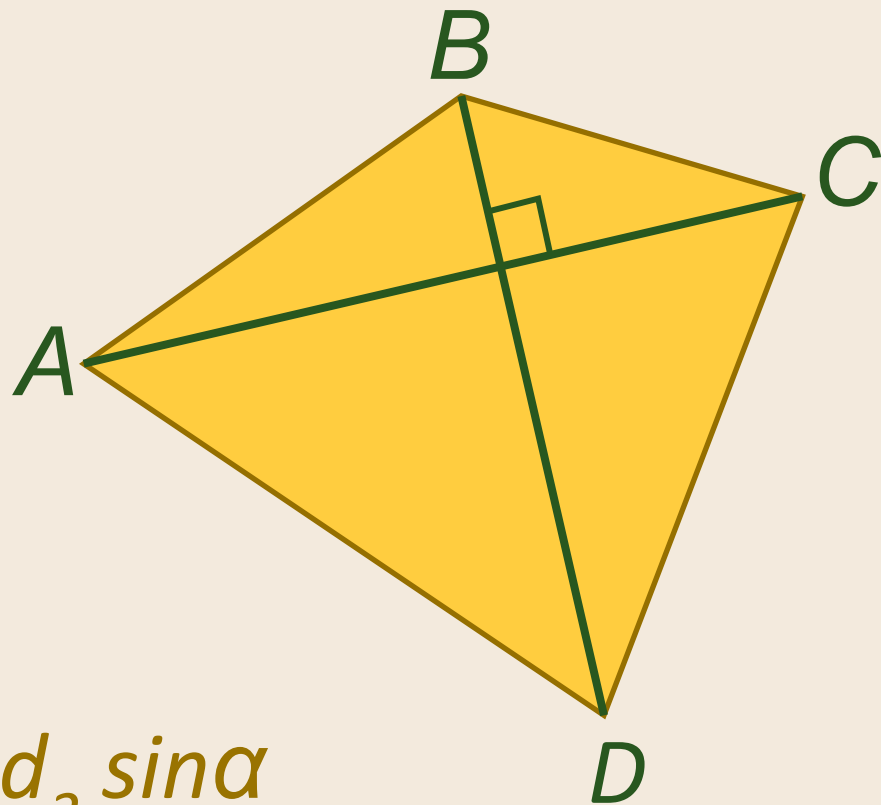
Проверка самостоятельной работы

1 вариант

№1



№2

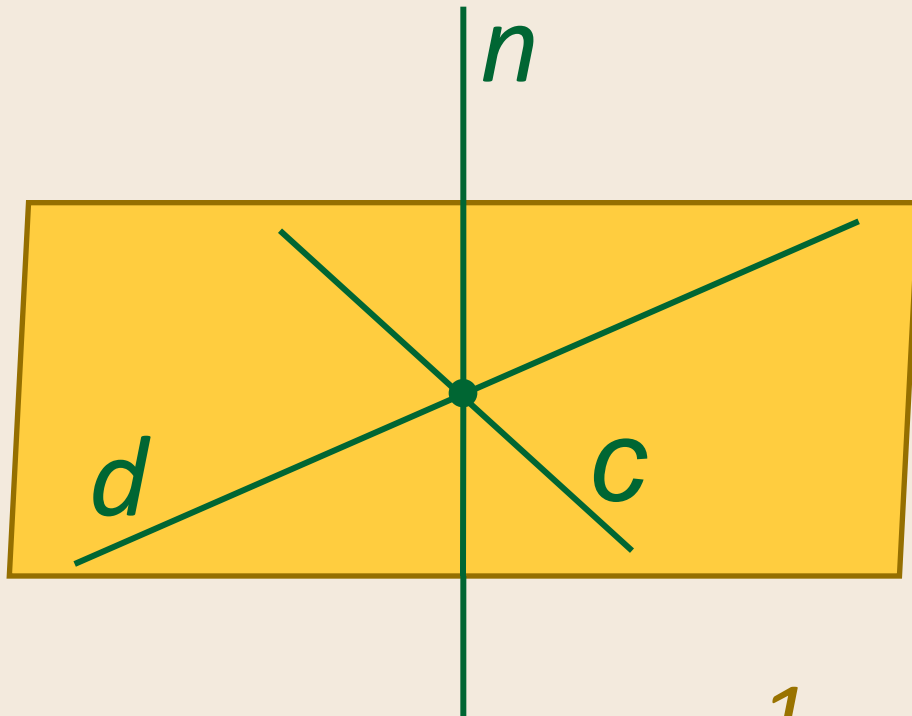


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

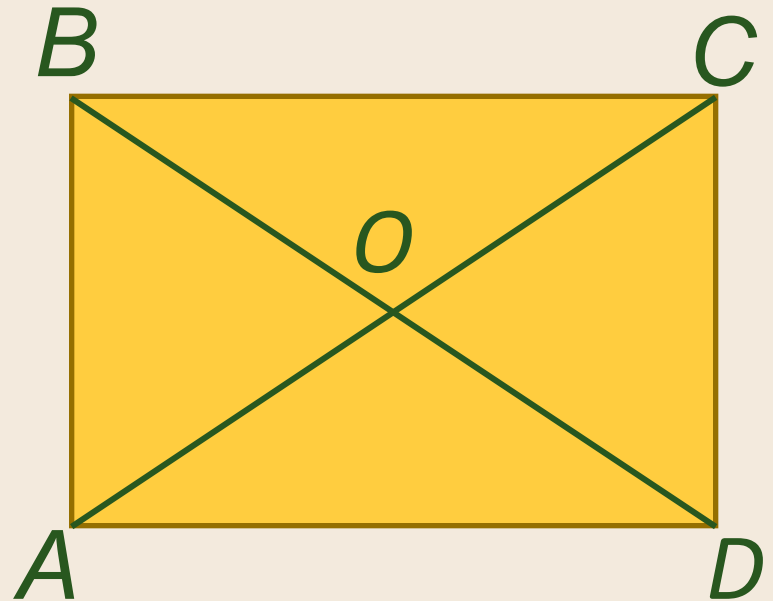
Проверка самостоятельной работы

2 вариант

№1

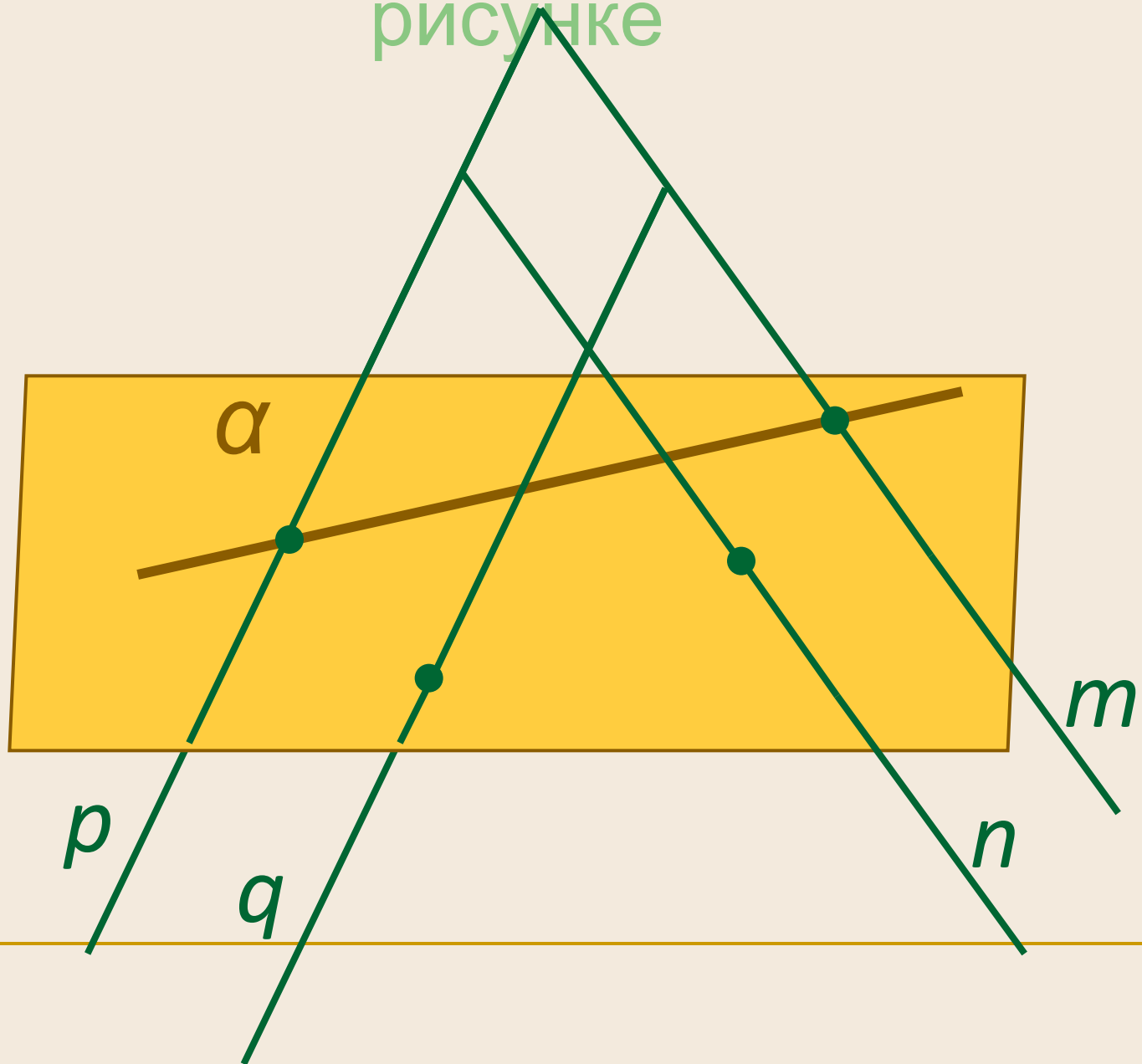


№2

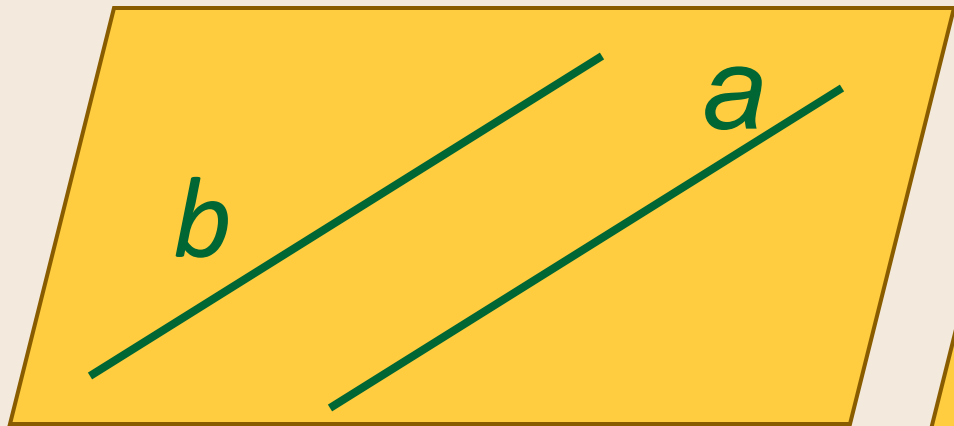


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

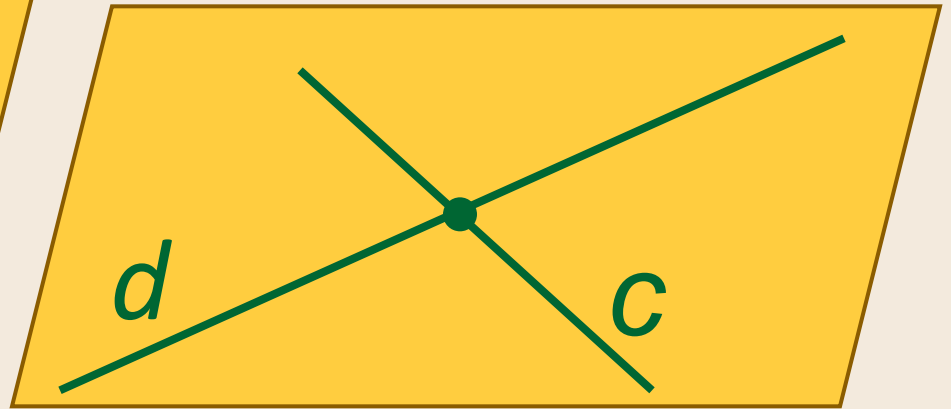
Определите ошибку на рисунке



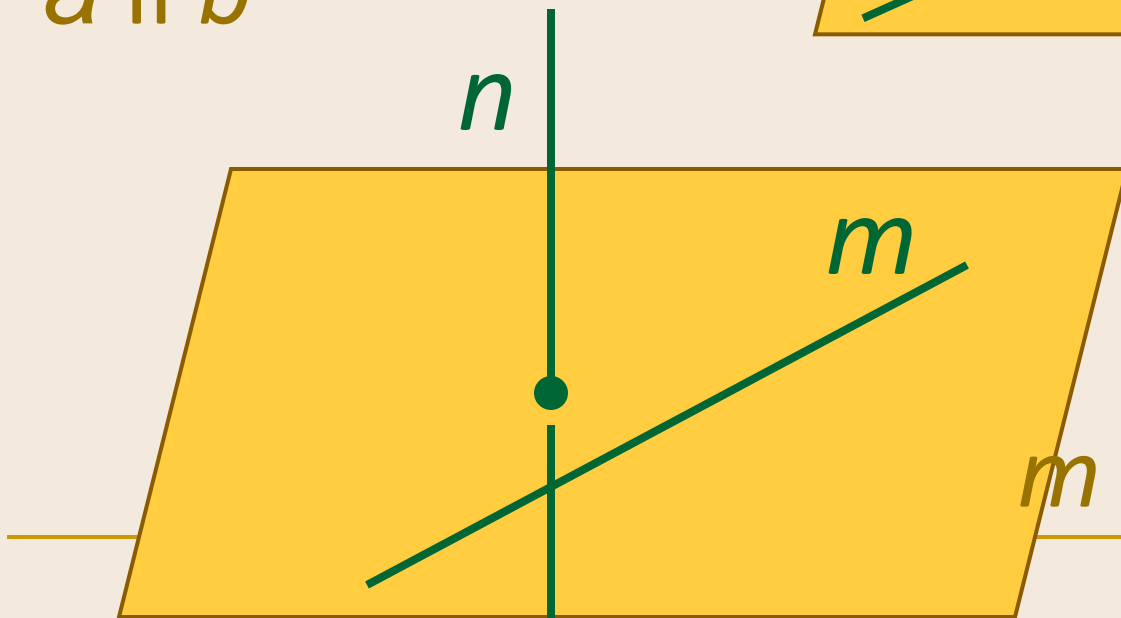
Взаимное расположение прямых в пространстве



$a \parallel b$



$c \cap d$



$m \dot{=} n$



Параллельные прямые в пространстве

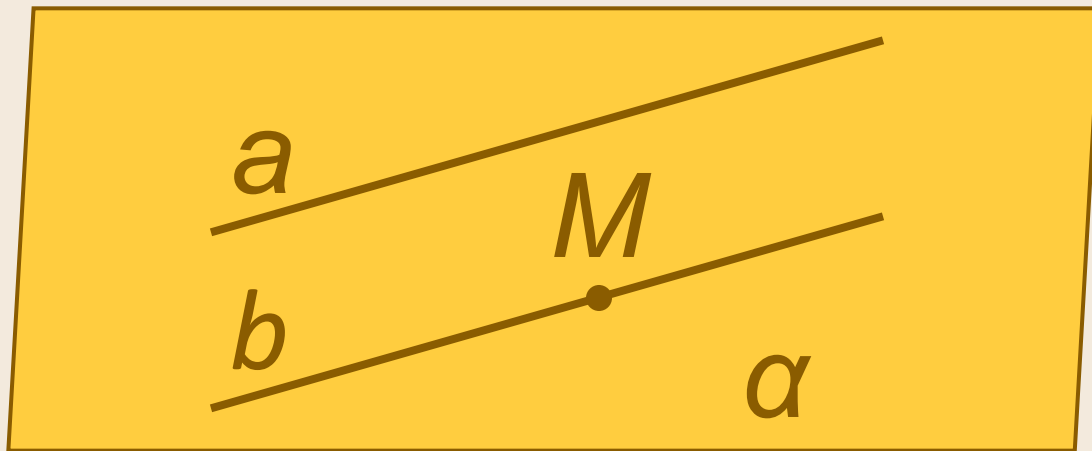
Определены Две прямые называются *е.* *параллельными*, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

$$a \parallel b$$



Теорема о параллельных прямых

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.



Дано: $a, M \notin a$

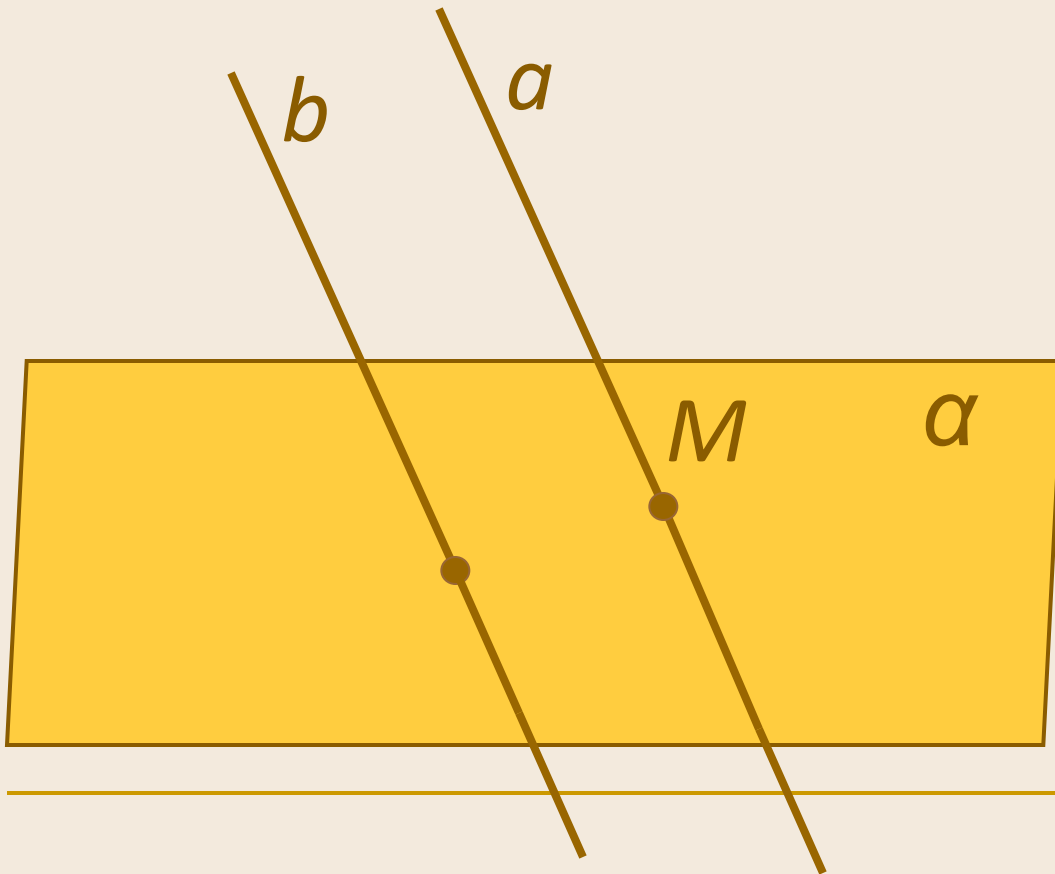
Доказать:

- 1) $\exists b, M \in b, a \parallel b$
- 2) $b - !$



Лемма

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.



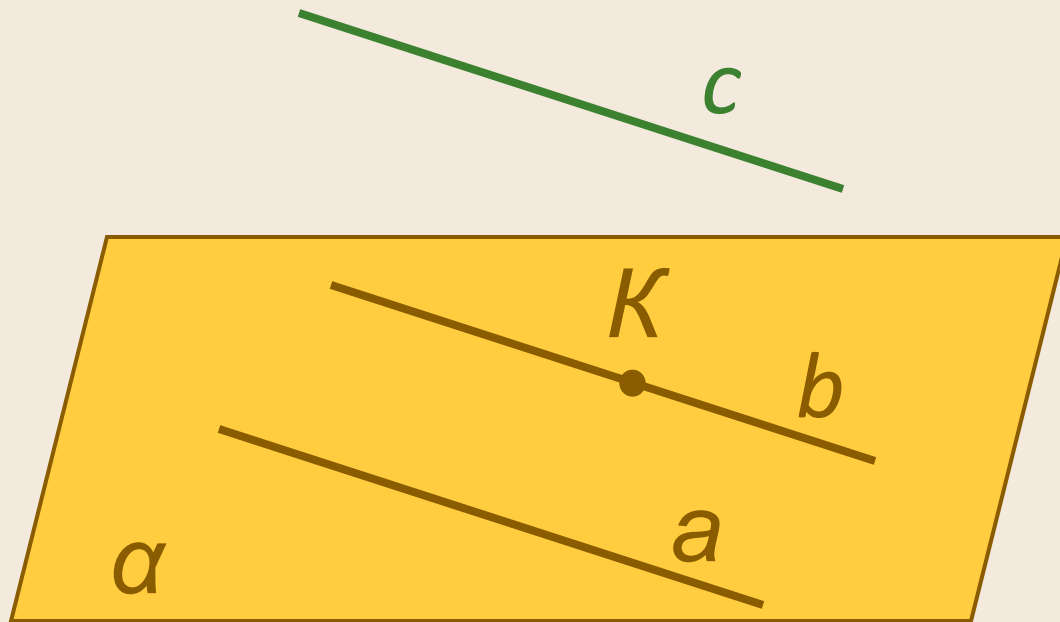
Дано: $a \parallel b$, $a \cap \alpha$

Доказать:
 $b \cap \alpha$



Теорема о параллельности трех прямых

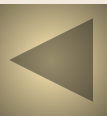
Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.



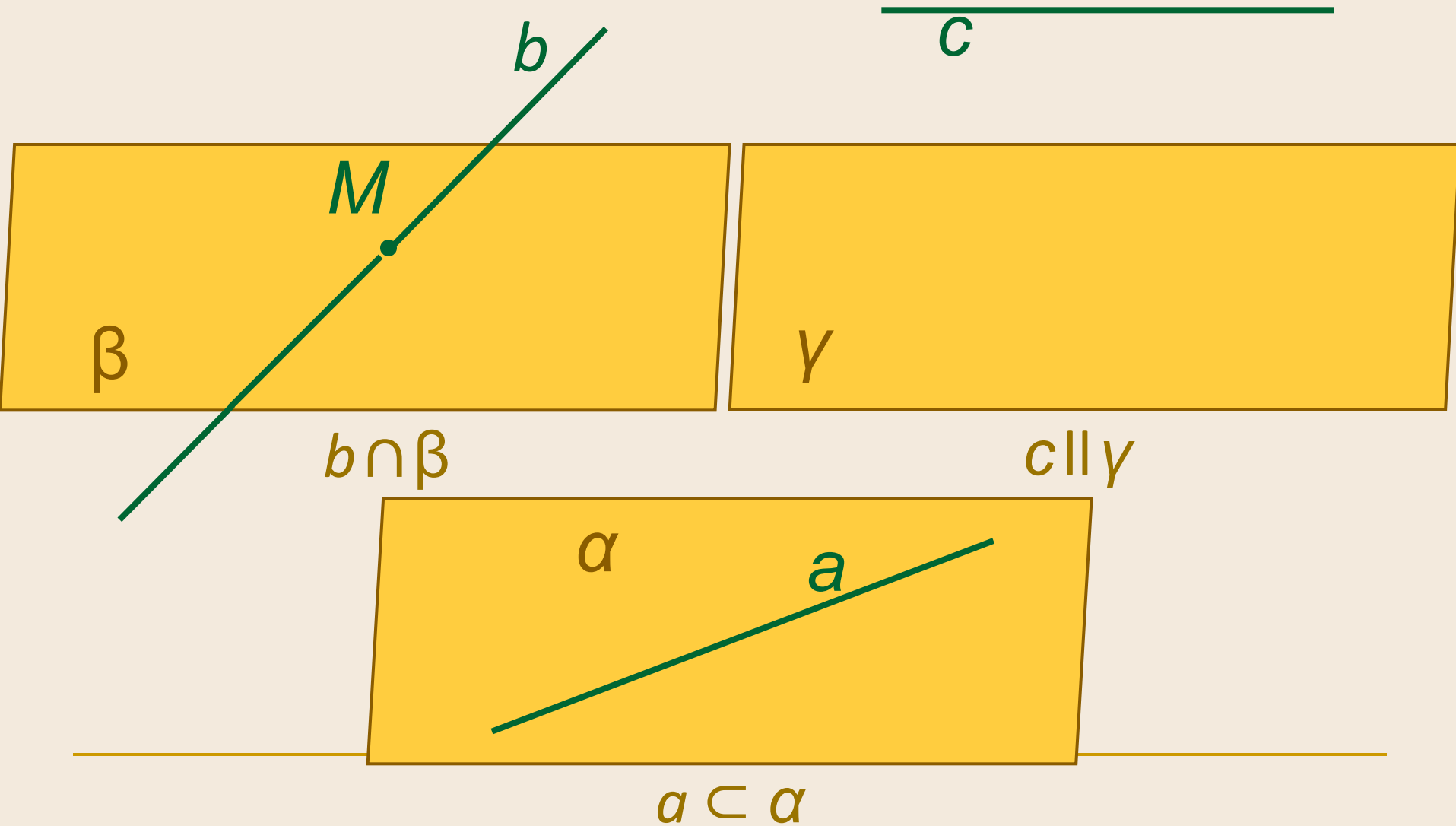
Дано: $a \parallel c; b \parallel c$

Доказать: $a \parallel b$
($a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \cap b = K$)

b)



Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

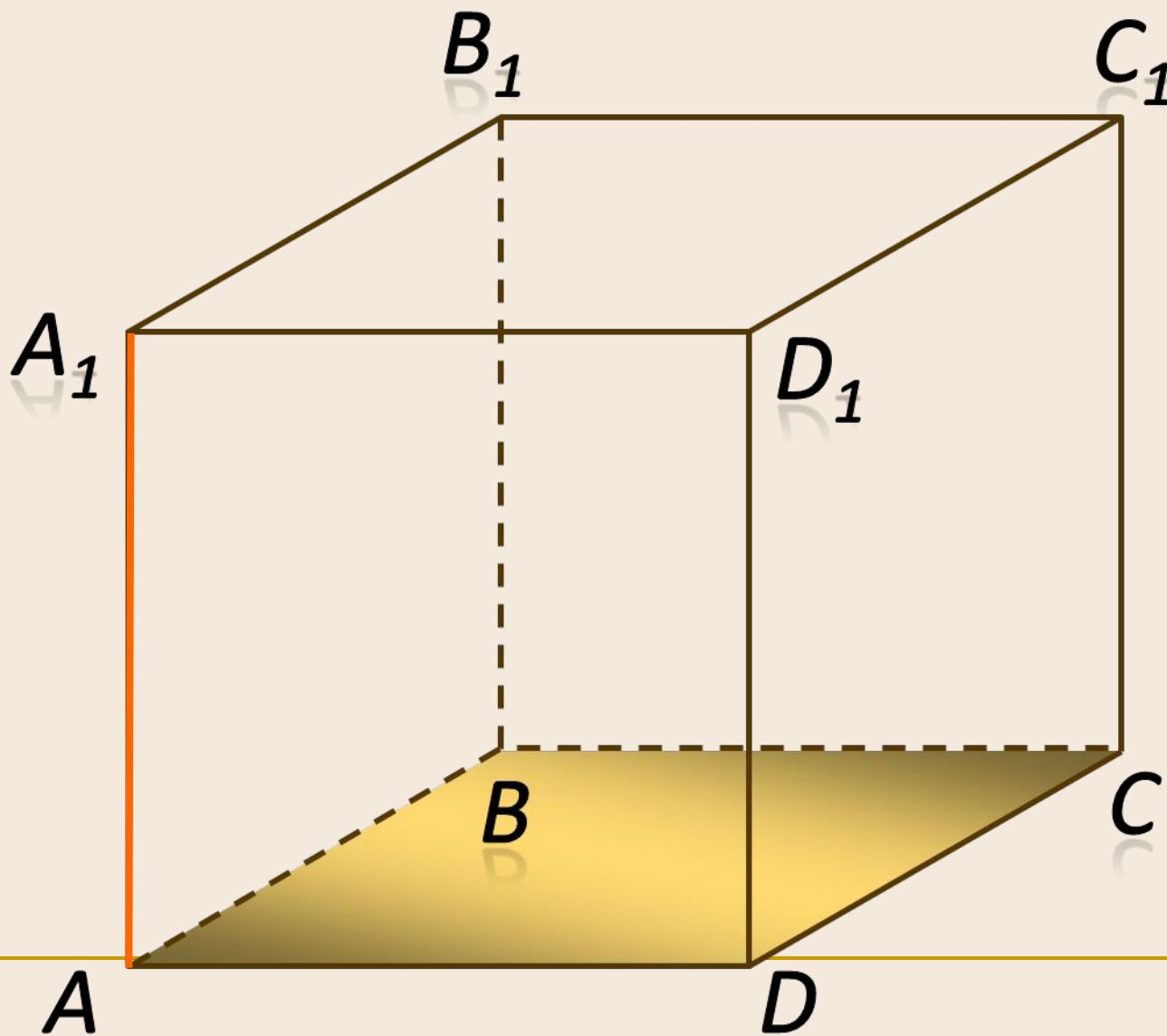


Определение параллельных прямой и плоскости

*Прямая и плоскость называются **параллельными**, если они не имеют общих точек.*

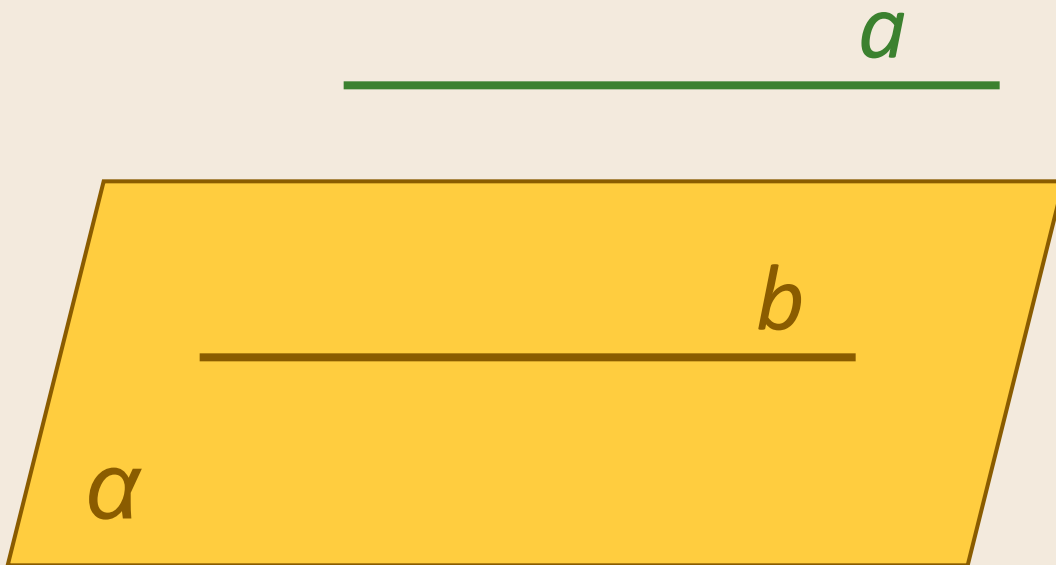


Пример



Признак параллельности прямой и плоскости

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

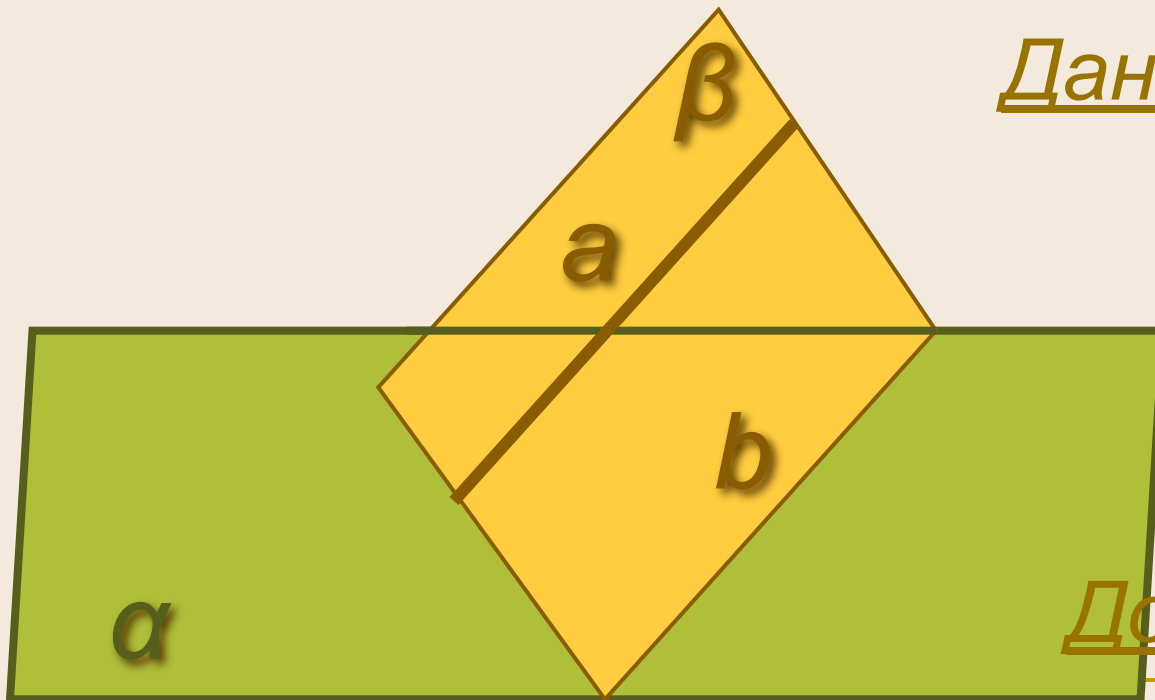


Дано: $a, \alpha, a \not\subset \alpha,$
 $b \subset \alpha, a \parallel b$

Доказать: $a \parallel \alpha$

Свойства параллельности прямой и плоскости (1°)

Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

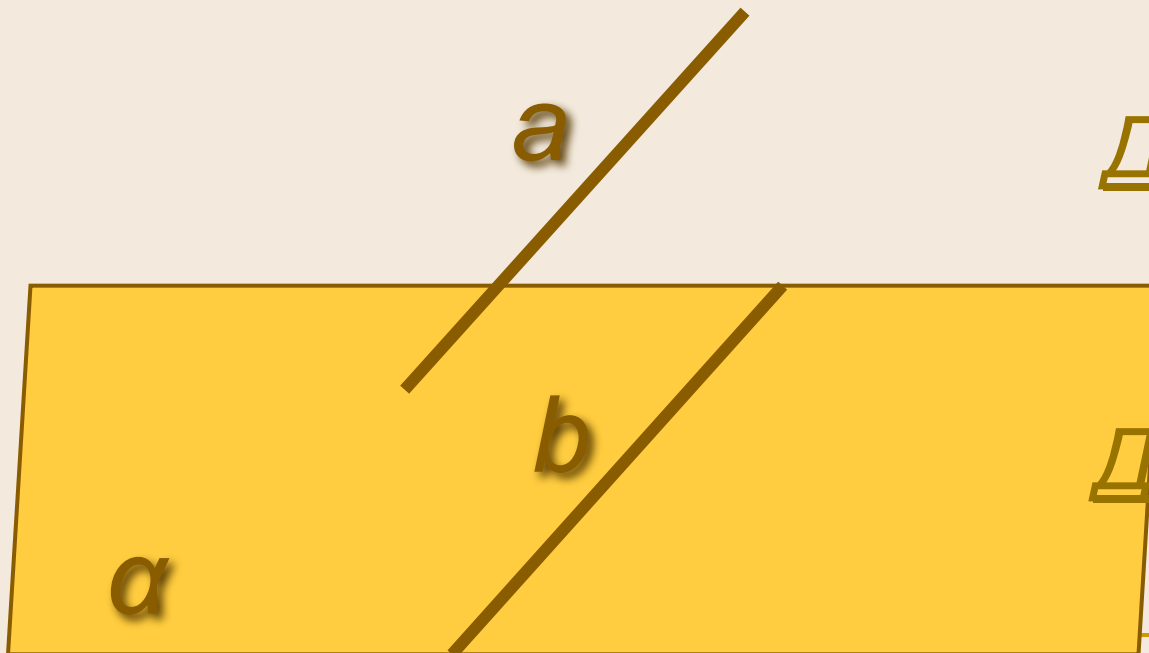


Дано: $a \subset \beta$, $a \not\subset \alpha$,
 $a \parallel \alpha$, $\alpha \cap \beta = b$

Доказать: $a \parallel b$

Свойства параллельности прямой и плоскости (1°)

Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.



Дано: $a \parallel \alpha, a \parallel b$

Доказать: $b \parallel \alpha,$
 $b \subset \alpha$

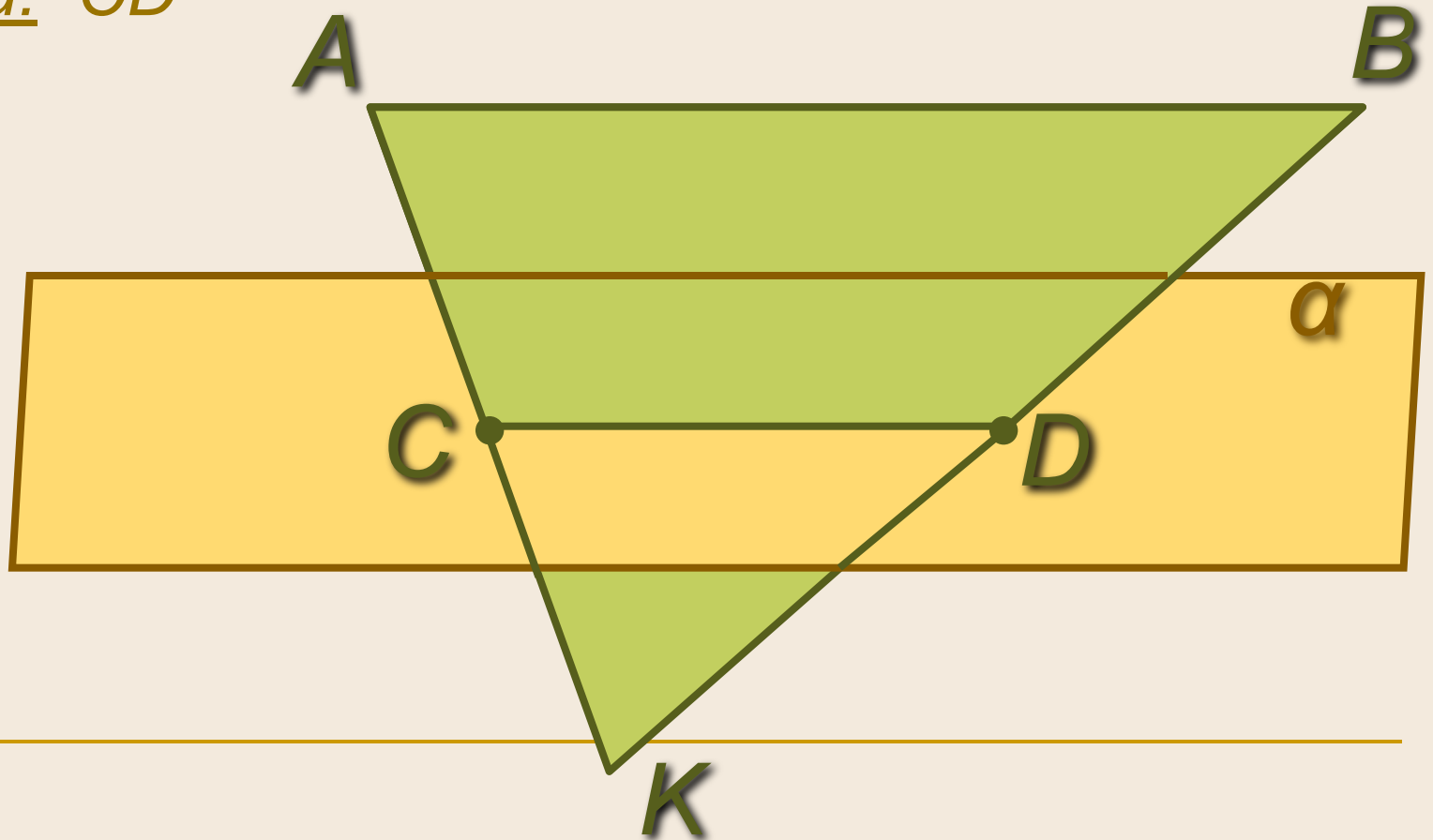
Решите задачу 1

Дано: $AB \parallel \alpha$; $(ABK) \cap \alpha = CD$;

$CK = 8$; $AB = 7$; $AC = 6$

Доказать: $AB \parallel CD$

Найти: CD



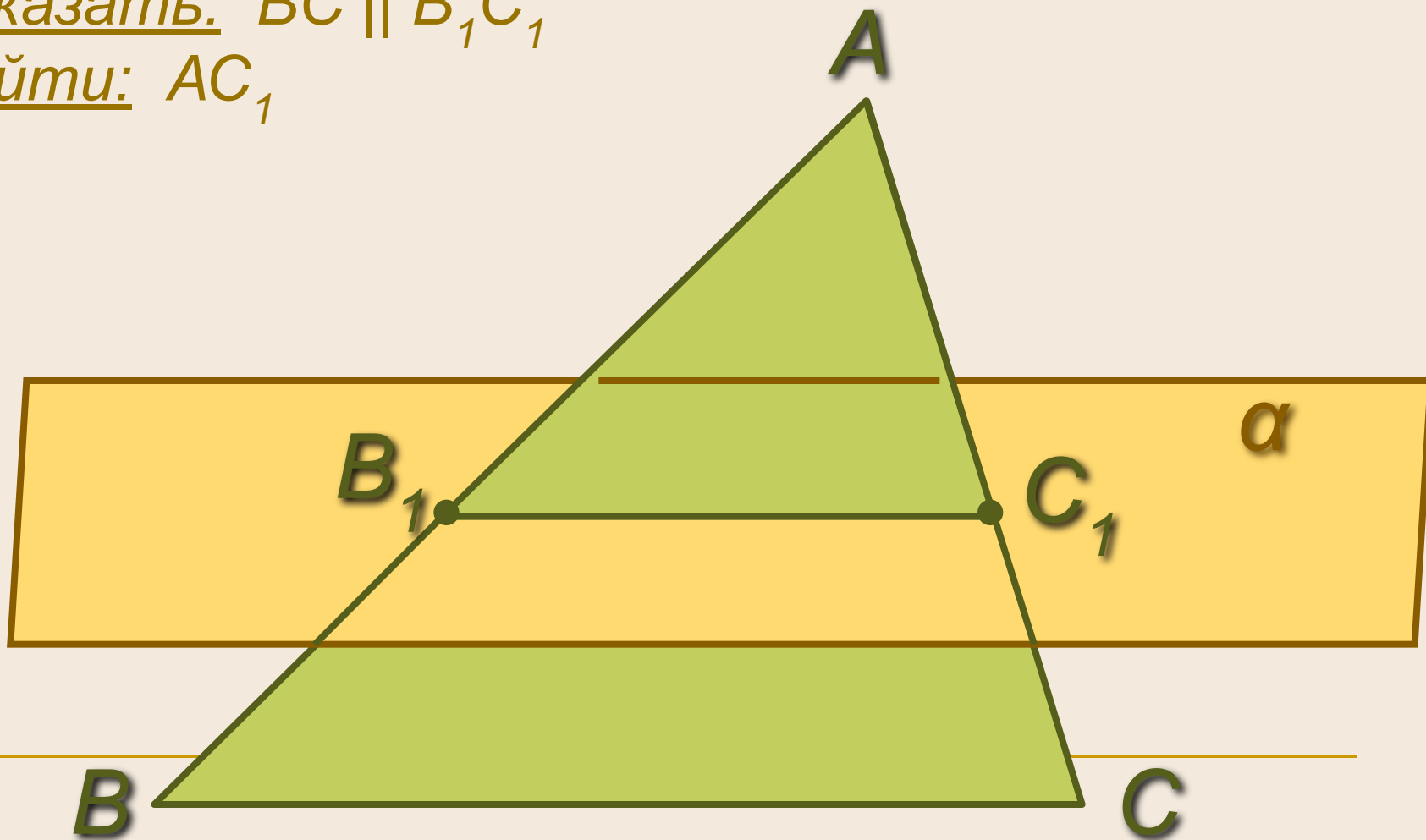
Решите задачу 2

Дано: $AB \cap \alpha = B_1$; $AC \cap \alpha = C_1$; $BC \parallel \alpha$;

$AB : BB_1 = 8 : 3$; $AC = 16$ см

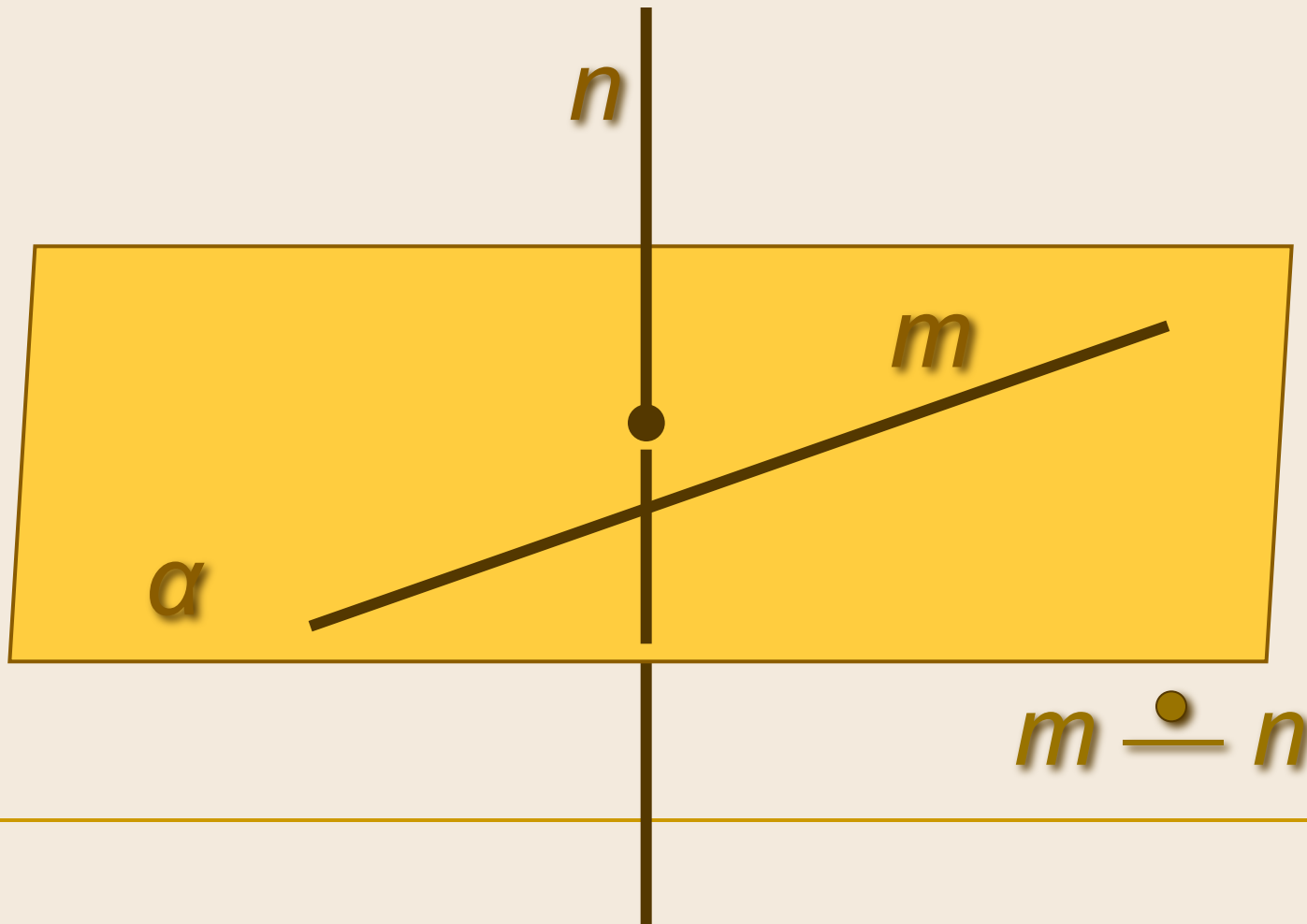
Доказать: $BC \parallel B_1C_1$

Найти: AC_1



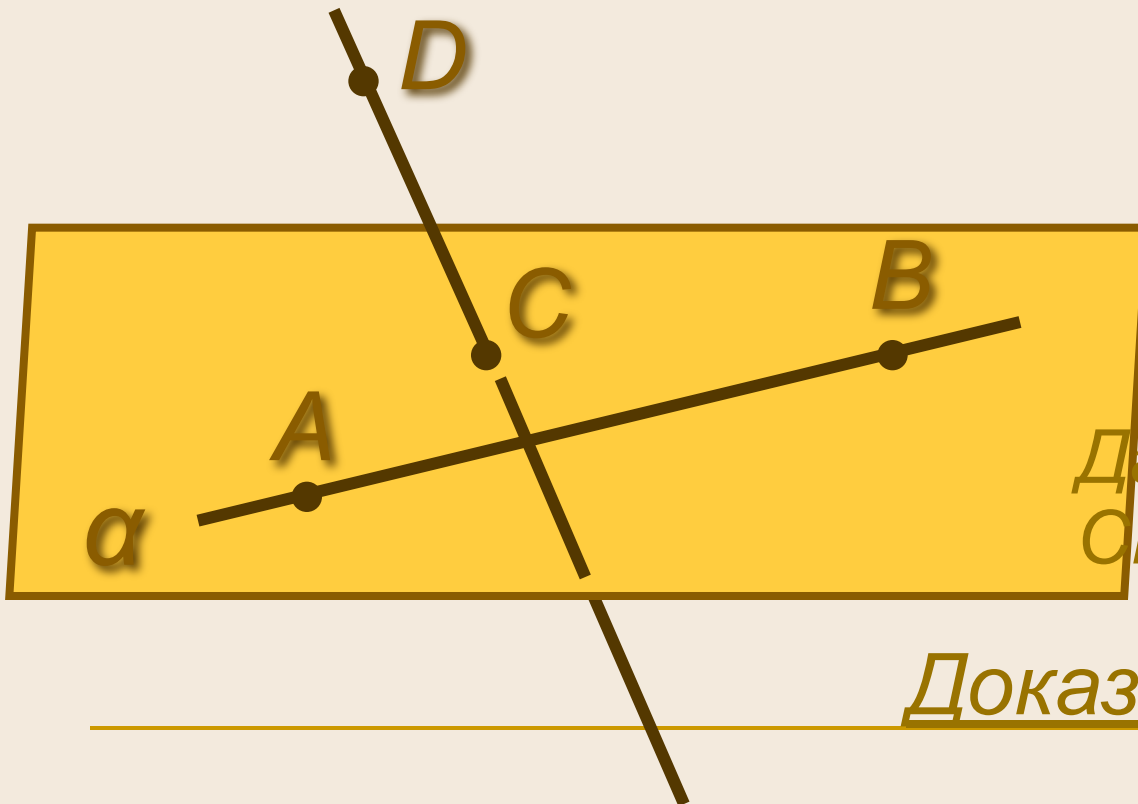
Скрещивающиеся прямые

Две прямые называются **скрещивающимися**, если они не лежат в одной плоскости.



Признак скрещивающихся прямых

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.

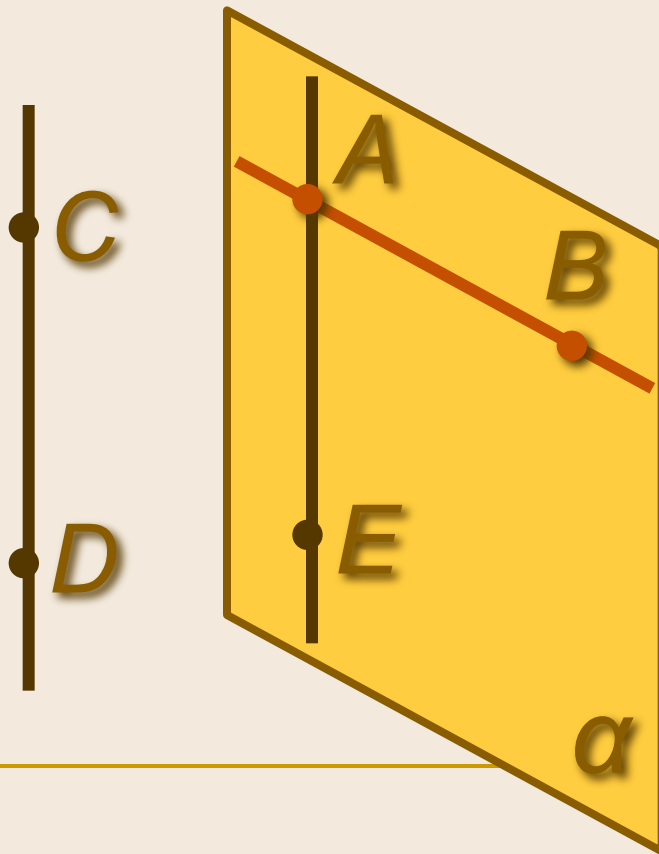


Дано: $AB \subset \alpha$,
 $CD \cap \alpha = C$, $C \notin AB$

Доказать: $AB \dot{-} CD$

Теорема о скрещивающихся прямых

Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.



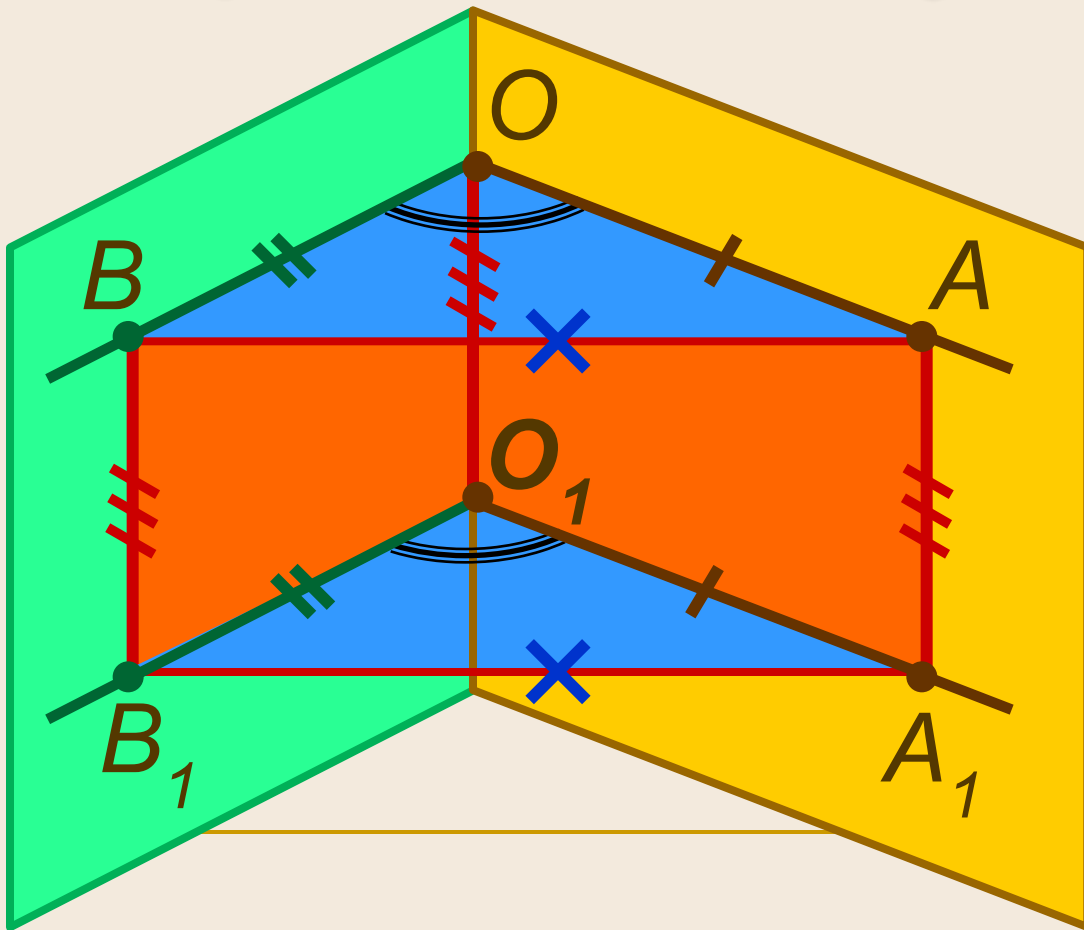
Дано: $AB \not\parallel CD$

Доказать:

- 1) $\exists \alpha, AB \subset \alpha, \alpha \parallel CD$
- 2) $\alpha - !$

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



Дано:

$$OA \uparrow\uparrow O_1A_1,$$

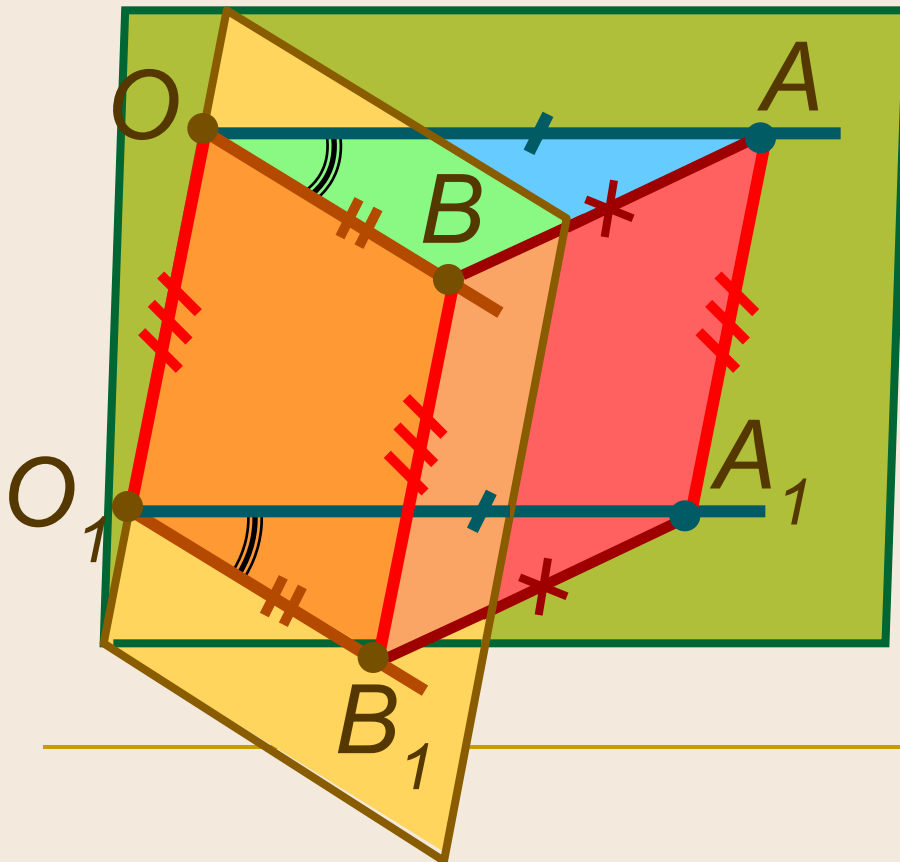
$$OB \uparrow\uparrow O_1B_1$$

Доказать:

$$\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$$

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



Дано:

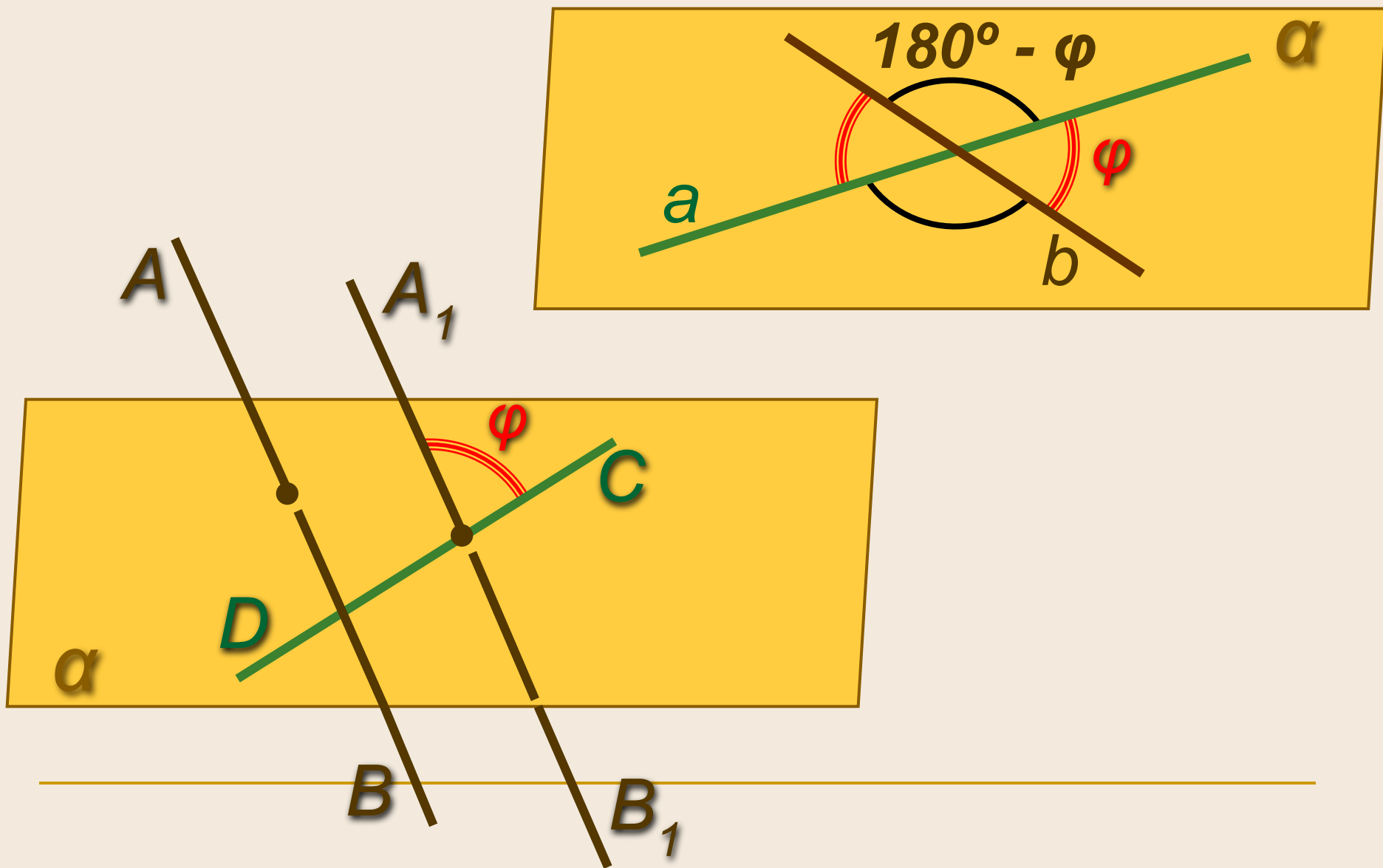
$$OA \uparrow\uparrow O_1A_1,$$

$$OB \uparrow\uparrow O_1B_1$$

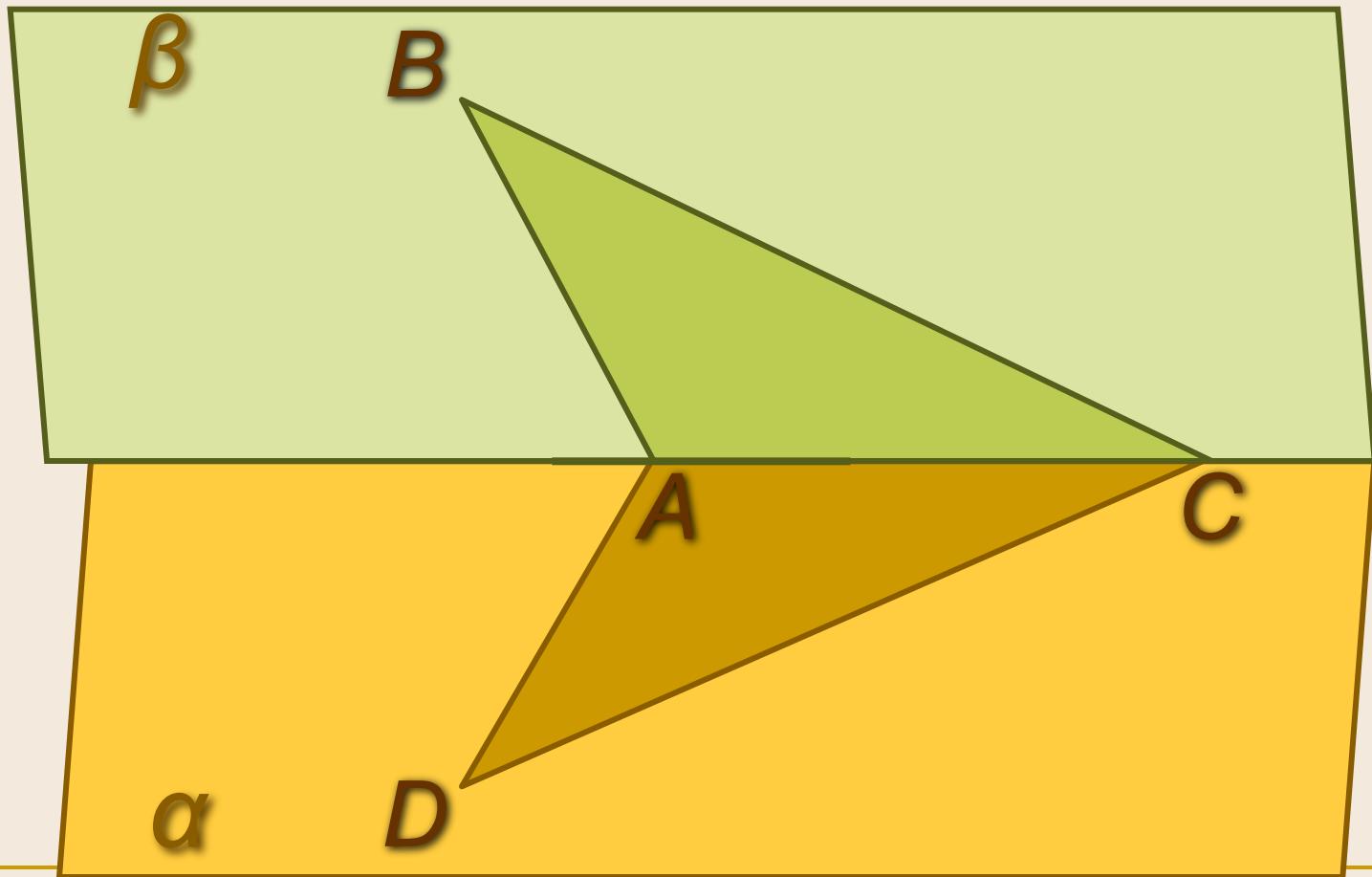
Доказать:

$$\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$$

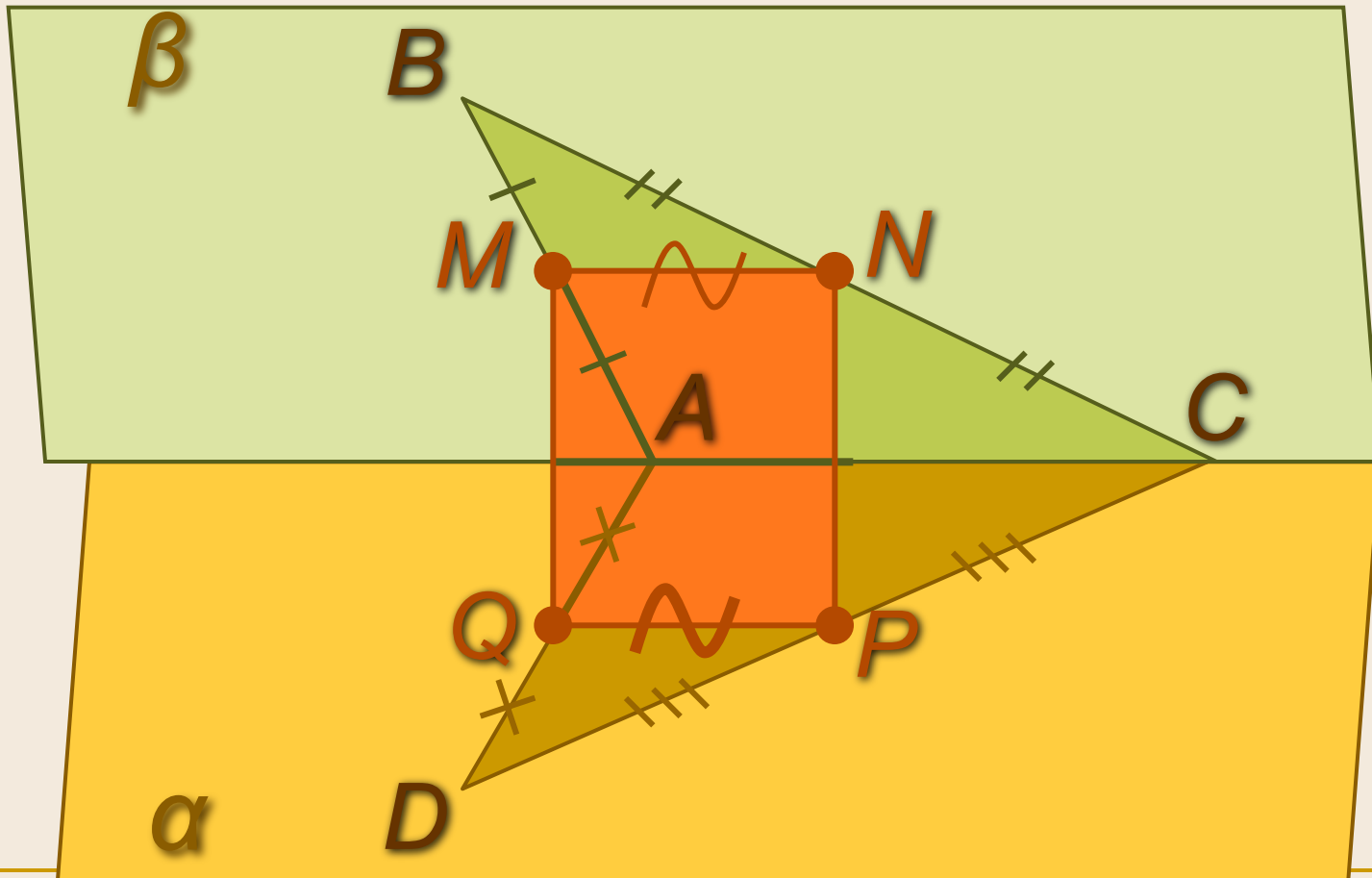
Угол между прямыми



Пространственный четырехугольник



Пространственный четырехугольник



Дано: $ABCD$ – параллелограмм,

$P \notin \alpha$, $\angle PAB = \varphi$.

Найти: $\angle(AP; CD)$.

Вариант 1

Вариант 2

