

# **Параллельность прямых и плоскостей в пространстве**



# Содержание

Взаимное расположение прямых в пространстве

Параллельные прямые в пространстве

Теорема о параллельных прямых

Лемма

Теорема о параллельности трех прямых

Взаимное расположение прямой и плоскости Взаимное  
расположение прямой и плоскости Взаимное  
расположение прямой и плоскости в пространстве

Определение параллельности прямой и плоскости

Признак параллельности прямой и плоскости

Свойства параллельных плоскостей (1°)

Свойства параллельных плоскостей (2°)

Признак скрещивающихся Признак скрещивающихся  
Признак скрещивающихся прямых

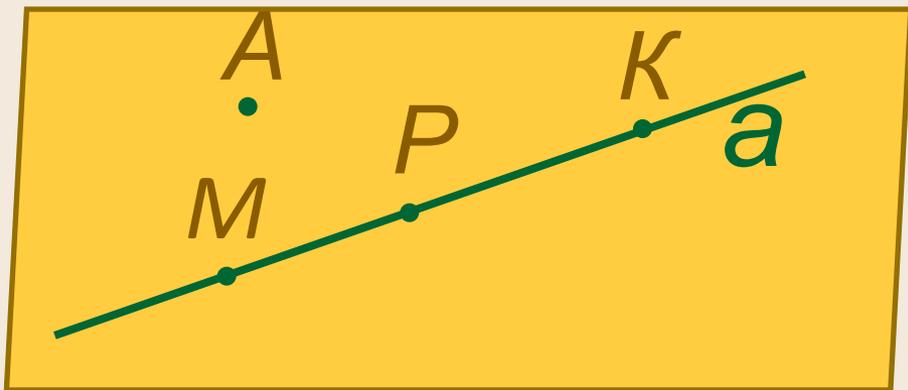
Теорема о скрещивающихся Теорема о скрещивающихся  
Теорема о скрещивающихся прямых

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

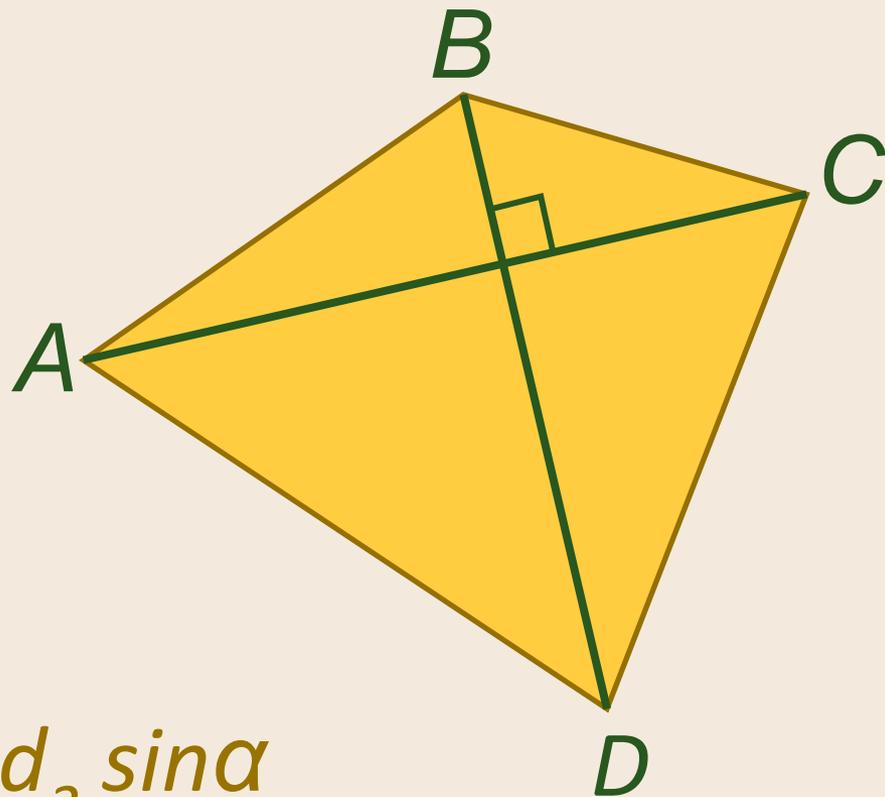
# Проверка самостоятельной работы

## 1 вариант

№1



№2

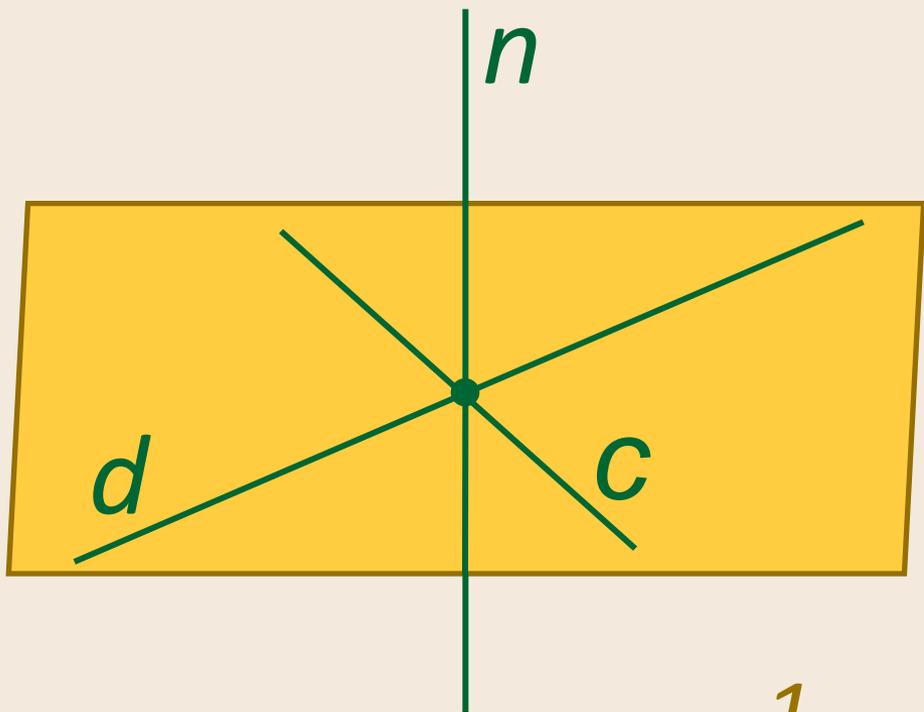


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

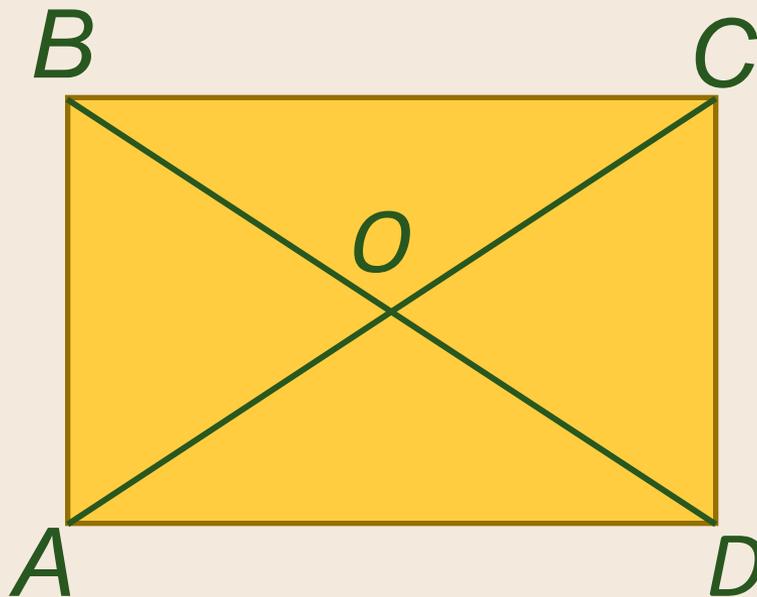
# Проверка самостоятельной работы

## 2 вариант

№1

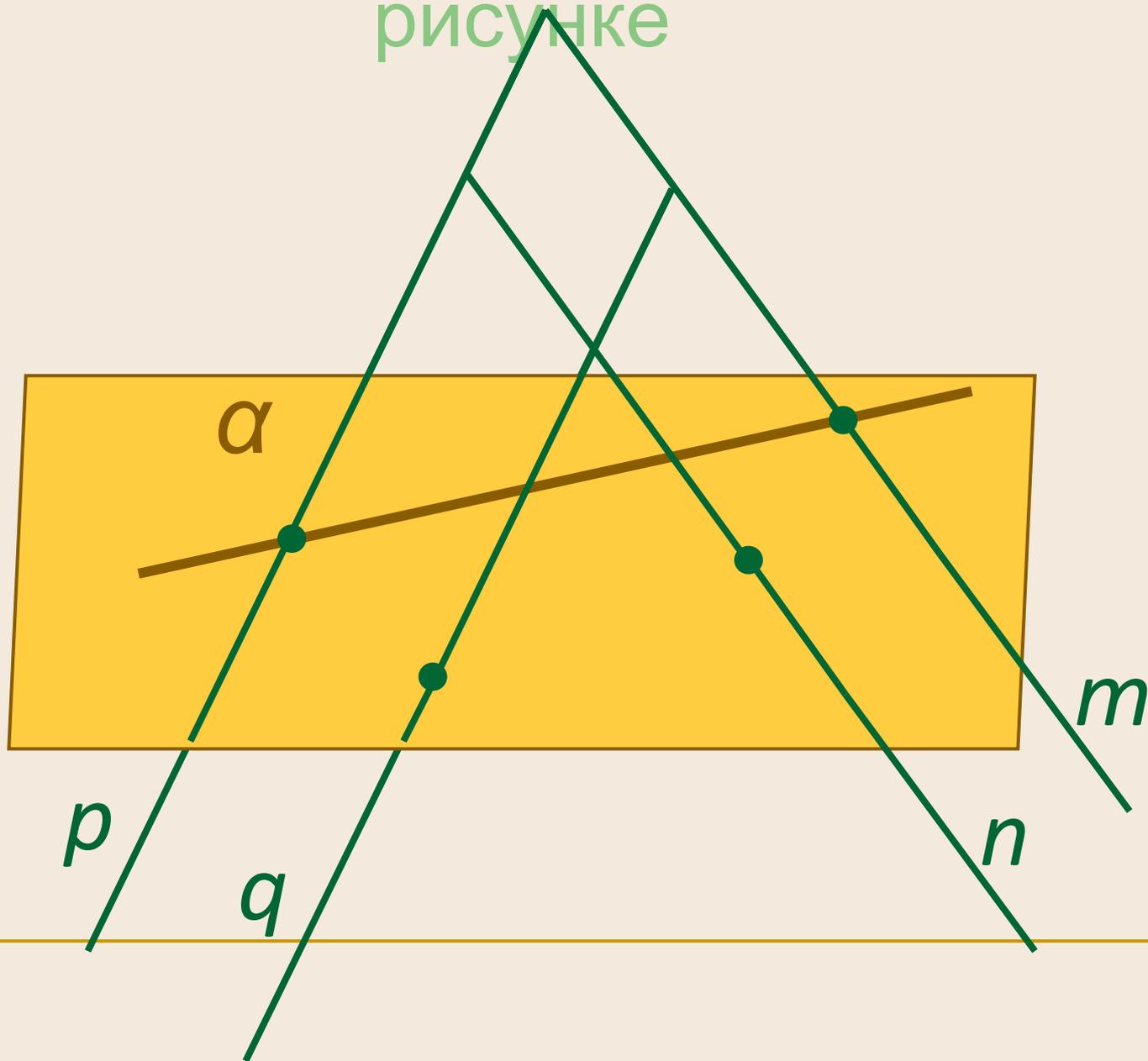


№2

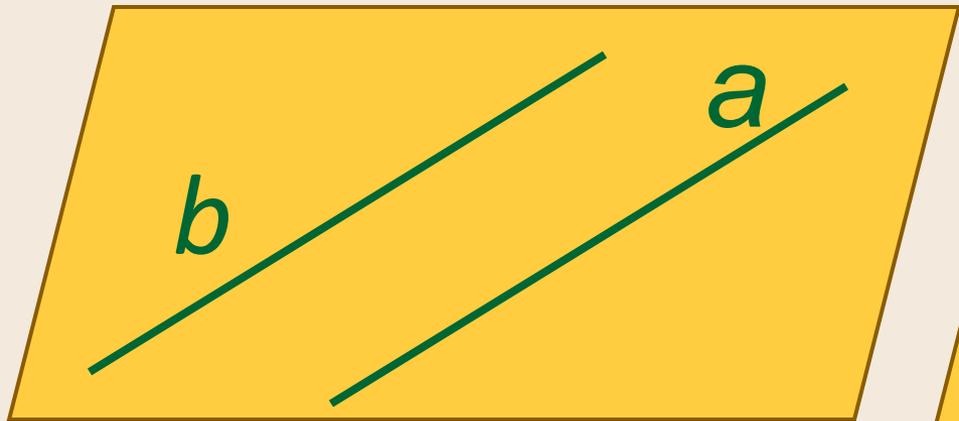


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

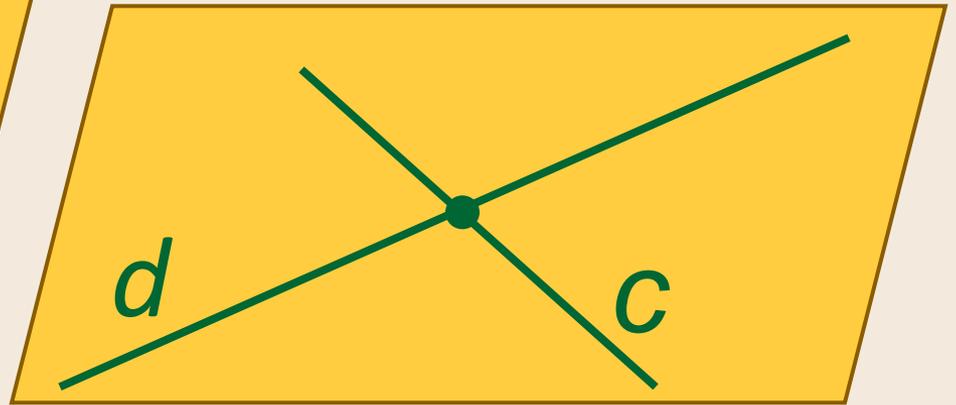
Определите ошибку на рисунке



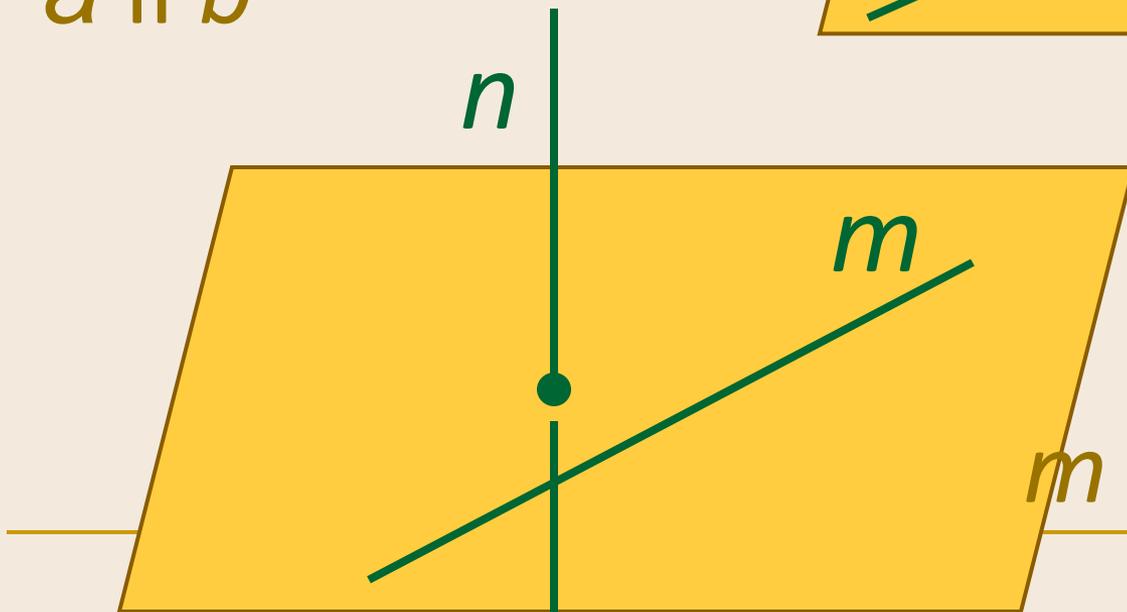
# Взаимное расположение прямых в пространстве



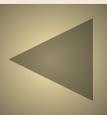
$a \parallel b$



$c \cap d$



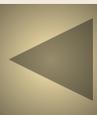
$m \perp n$



# Параллельные прямые в пространстве

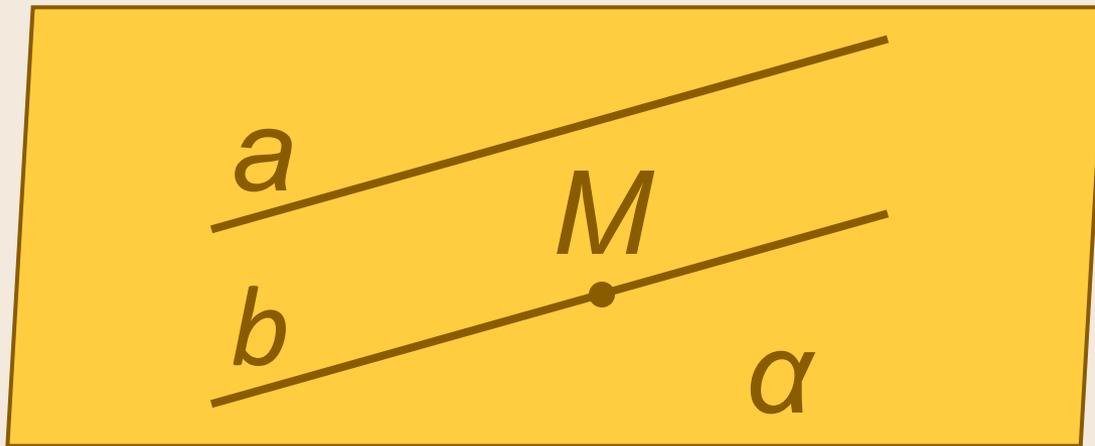
*Определены* Две прямые называются *е.* *параллельными*, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

$$a \parallel b$$



# Теорема о параллельных прямых

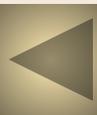
Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.



Дано:  $a, M \notin a$

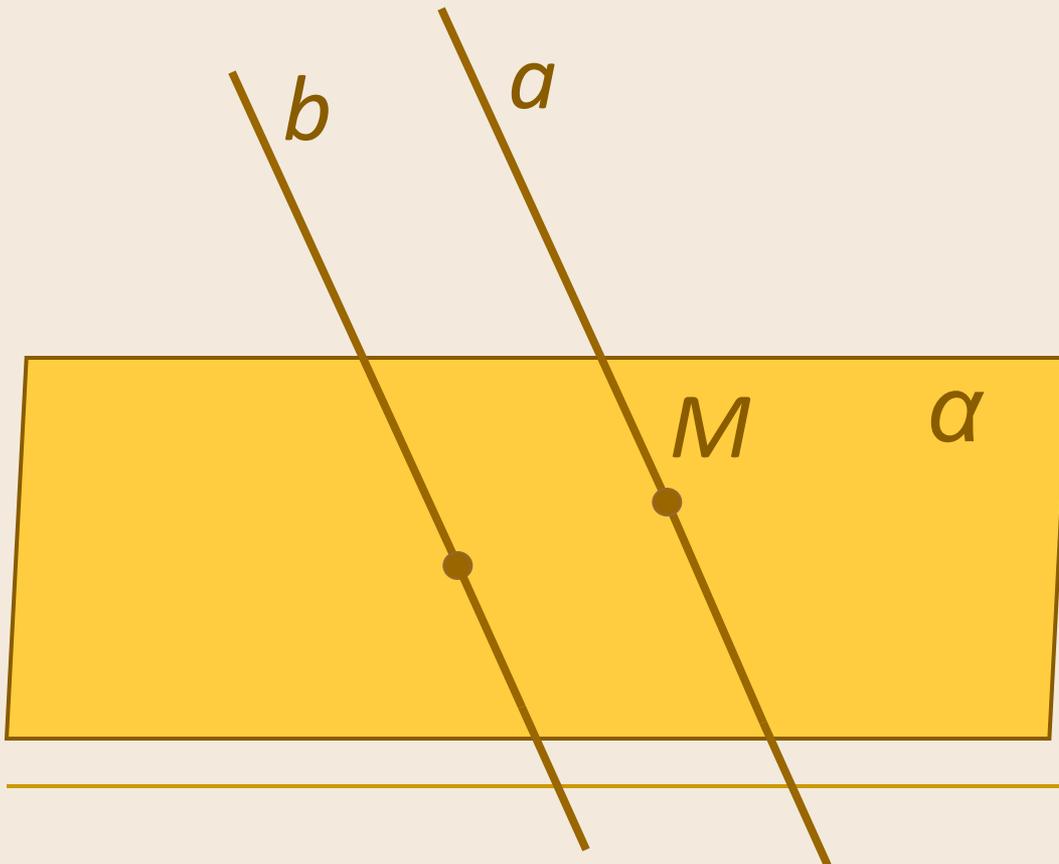
Доказать:

- 1)  $\exists b, M \in b, a \parallel b$
- 2)  $b - !$



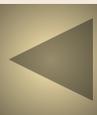
# Лемма

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.



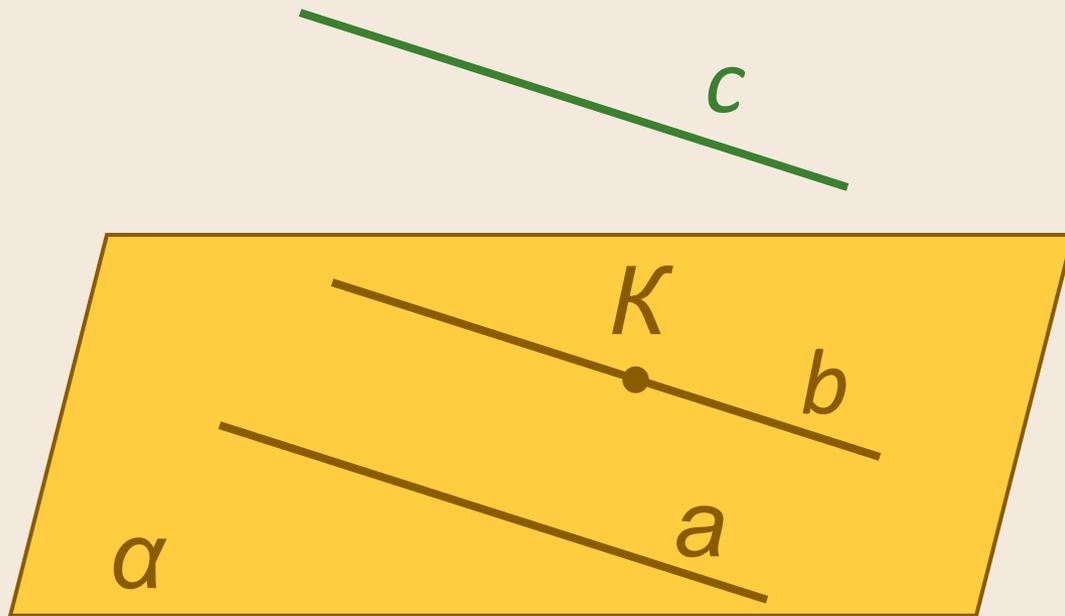
Дано:  $a \parallel b$ ,  $a \cap \alpha$

Доказать:  
 $b \cap \alpha$



# Теорема о параллельности трех прямых

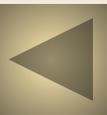
*Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.*



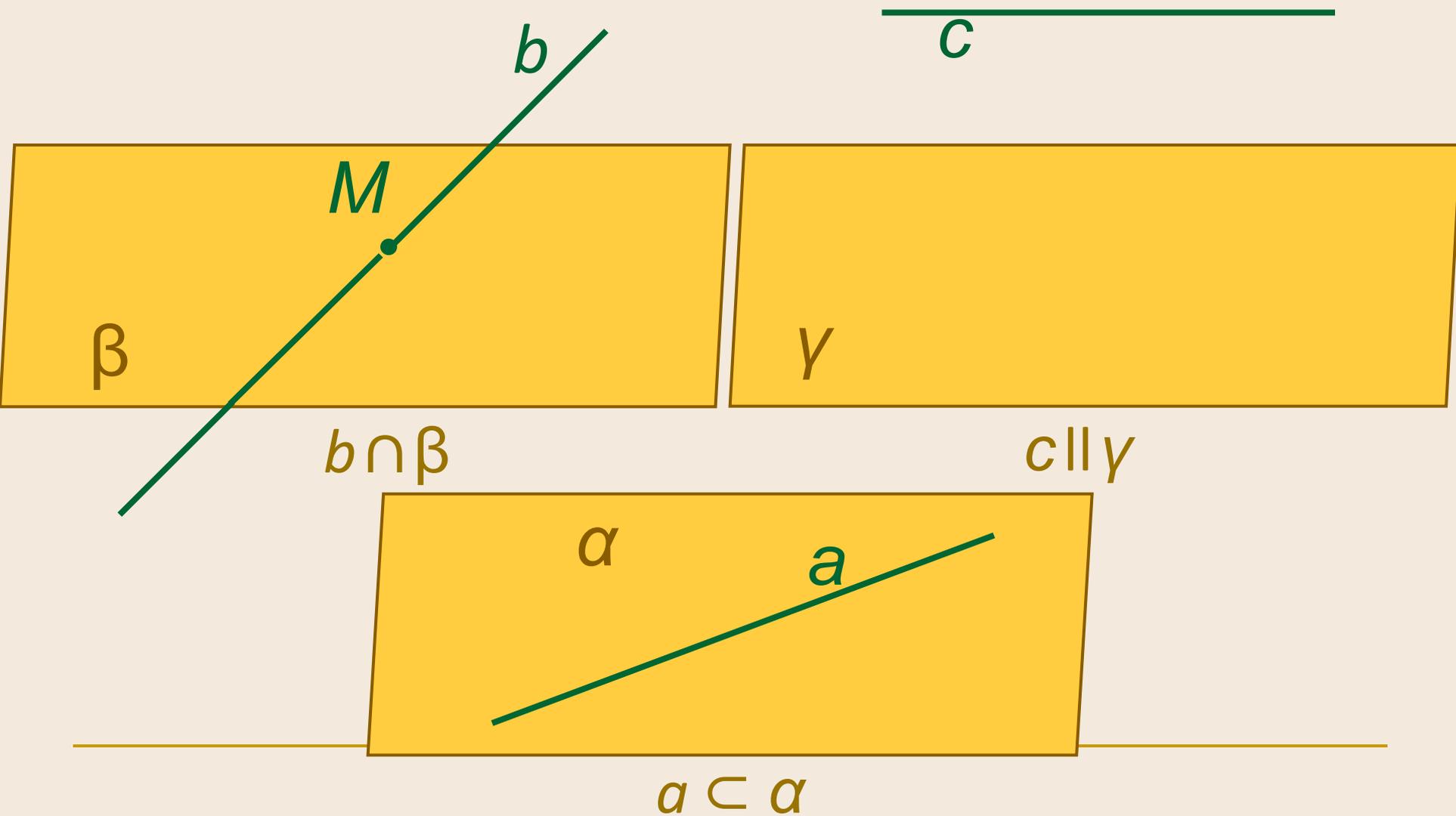
Дано:  $a \parallel c; b \parallel c$

Доказать:  $a \parallel b$   
( $a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \cap b = K$ )

b)



# Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

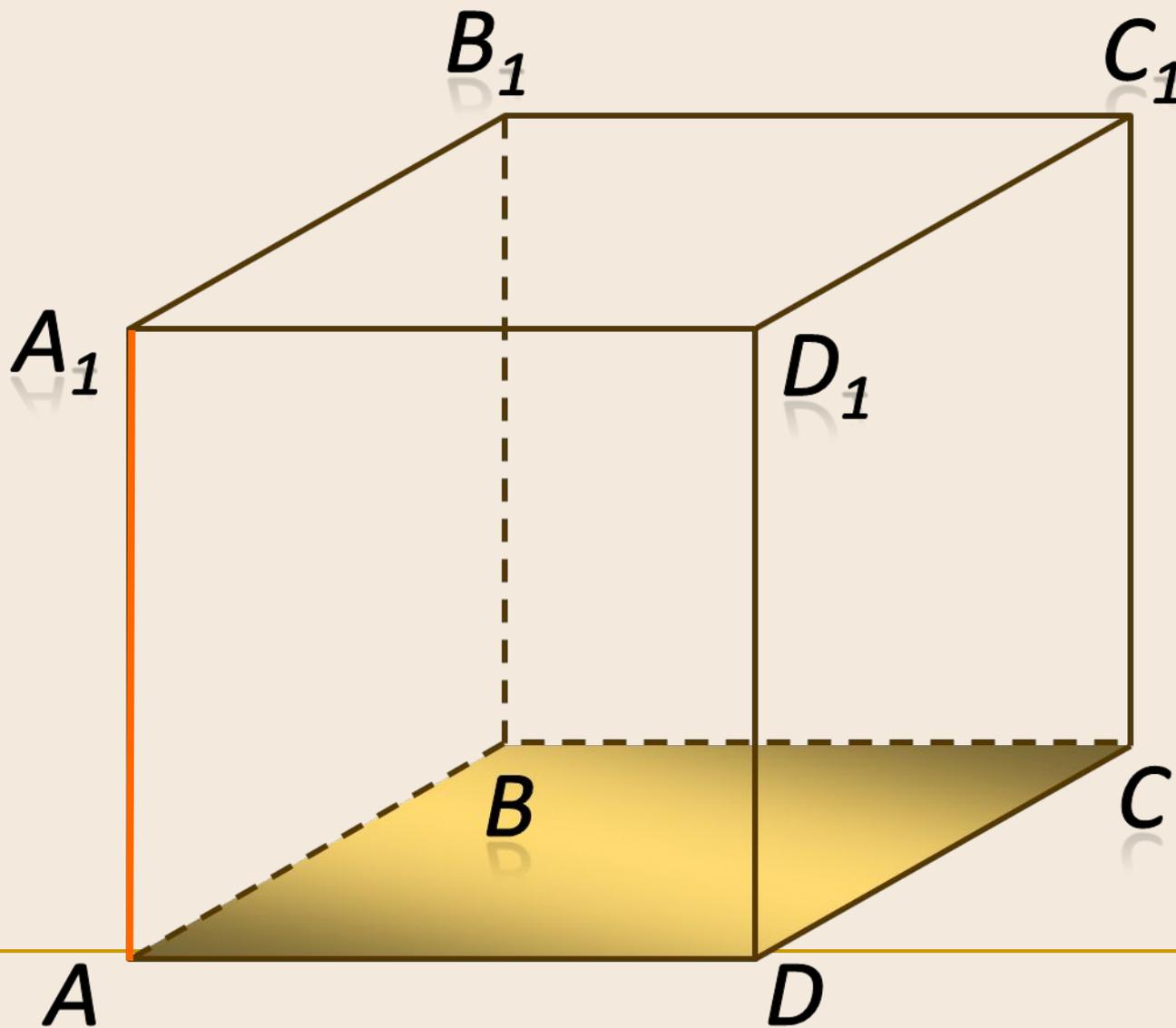


# Определение параллельных прямой и плоскости

*Прямая и плоскость называются **параллельными**, если они не имеют общих точек.*

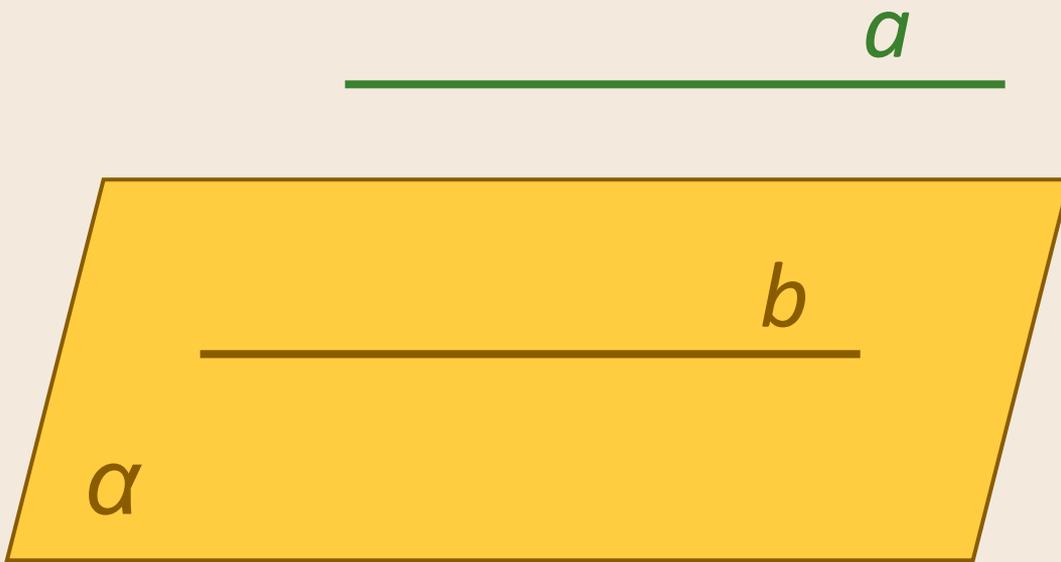


# Пример



# Признак параллельности прямой и плоскости

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

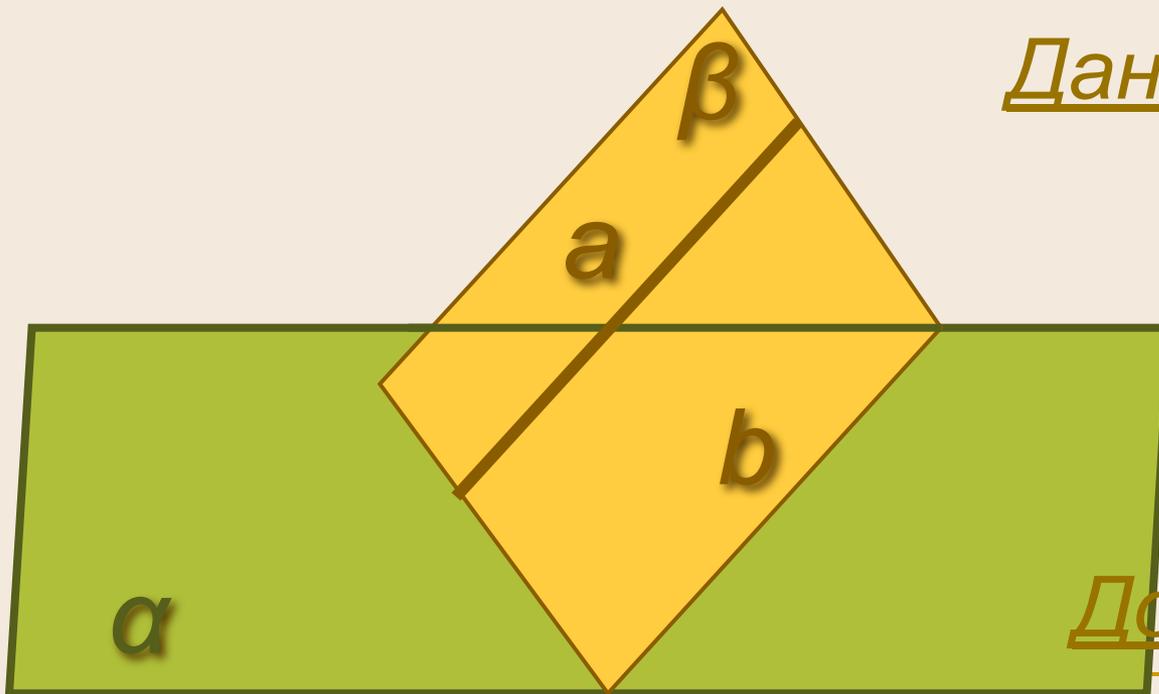


Дано:  $a, \alpha, a \not\subset \alpha,$   
 $b \subset \alpha, a \parallel b$

Доказать:  $a \parallel \alpha$

# Свойства параллельности прямой и плоскости (1°)

*Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.*

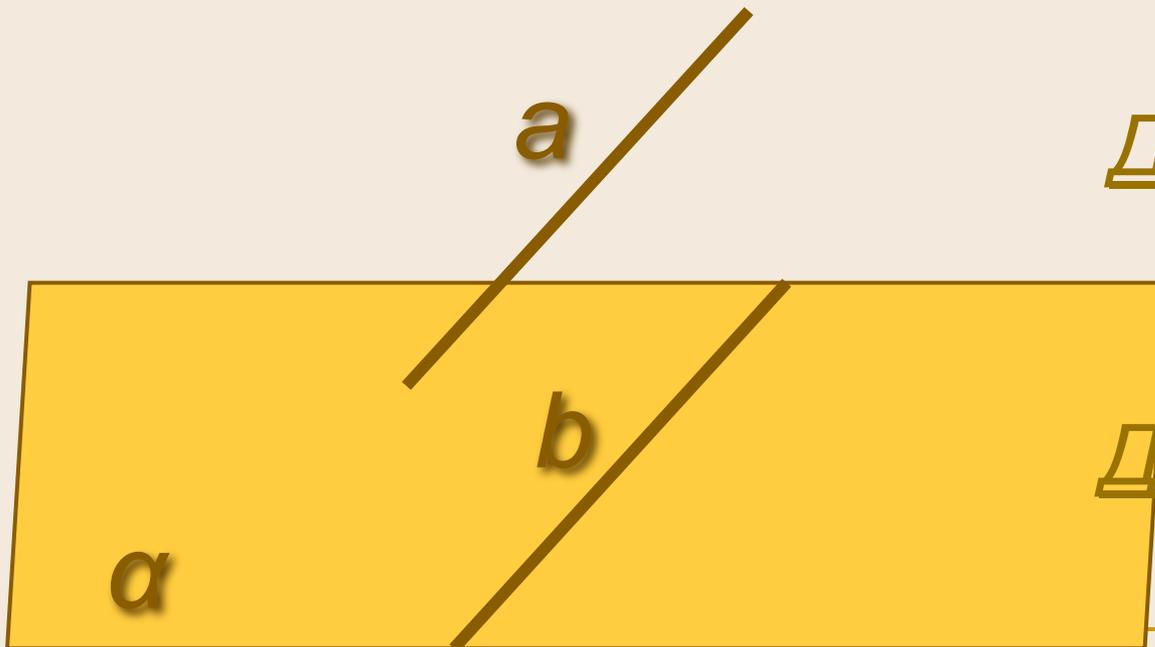


Дано:  $a \subset \beta$ ,  $a \not\subset \alpha$ ,  
 $a \parallel \alpha$ ,  $\alpha \cap \beta = b$

Доказать:  $a \parallel b$

# Свойства параллельности прямой и плоскости ( $1^\circ$ )

Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.



Дано:  $a \parallel \alpha, a \parallel b$

Доказать:  $b \parallel \alpha,$   
 $b \subset \alpha$

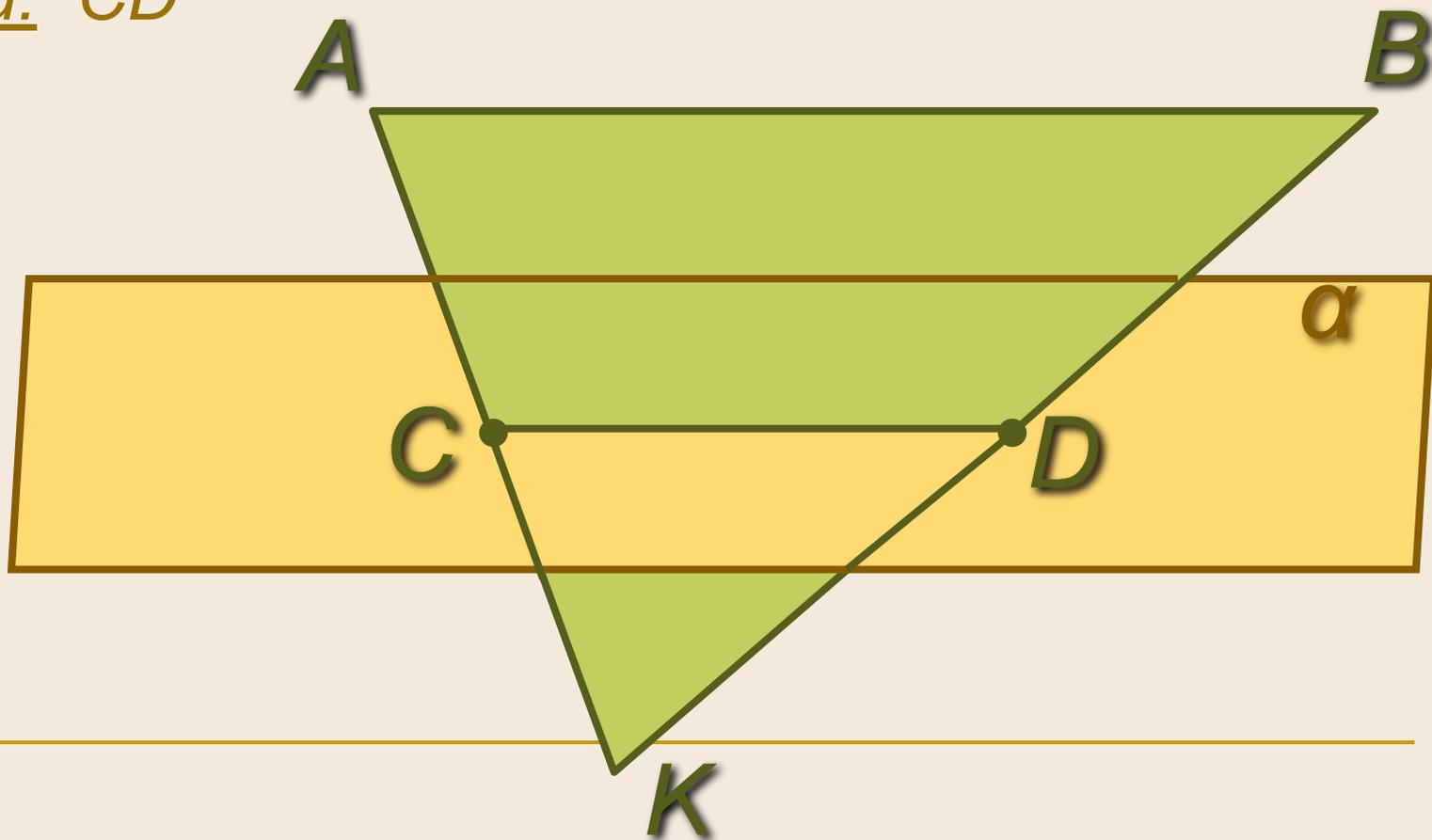
# Решите задачу 1

Дано:  $AB \parallel \alpha$ ;  $(ABK) \cap \alpha = CD$ ;

$CK = 8$ ;  $AB = 7$ ;  $AC = 6$

Доказать:  $AB \parallel CD$

Найти:  $CD$



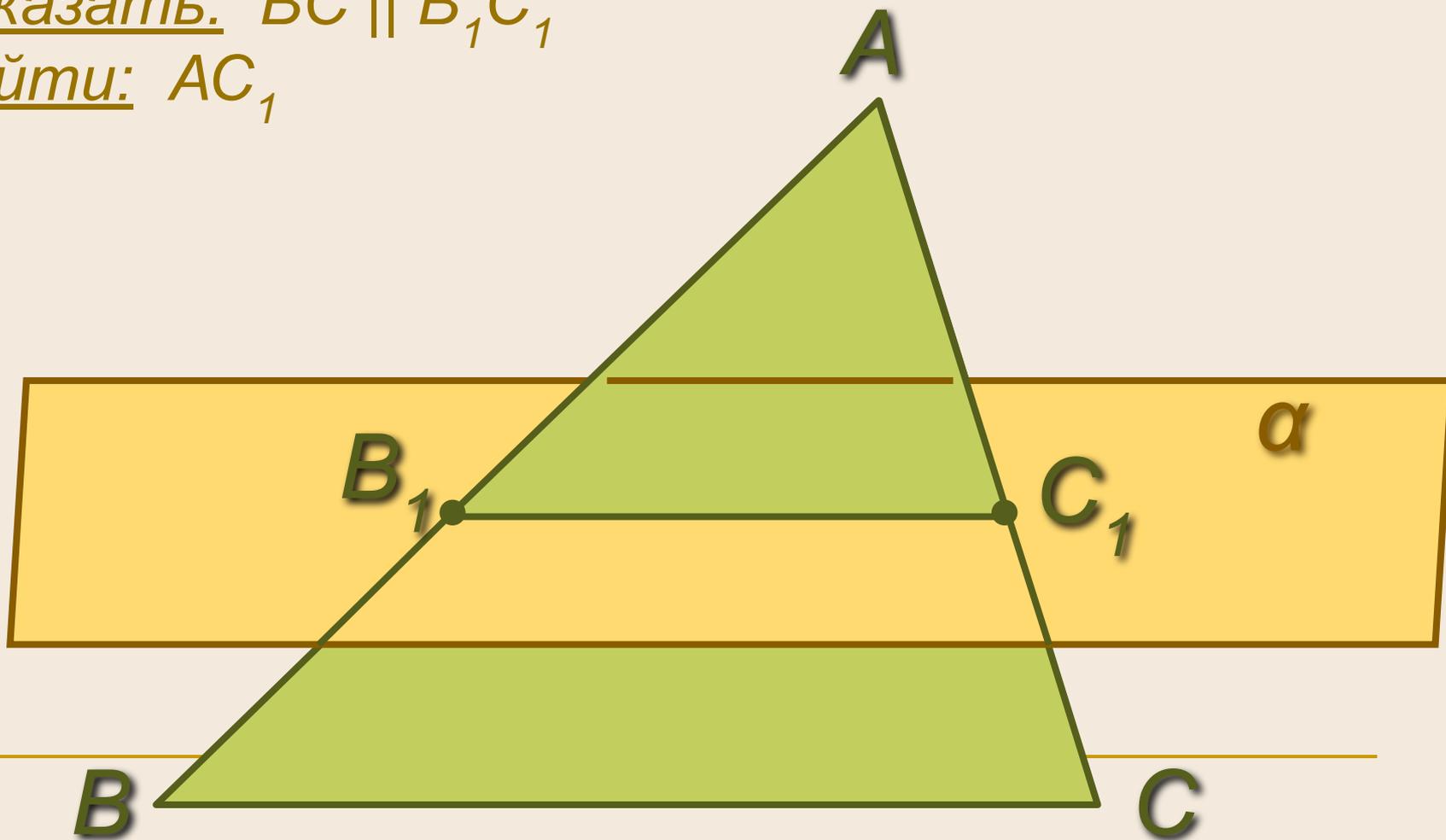
## Решите задачу 2

Дано:  $AB \cap \alpha = B_1$ ;  $AC \cap \alpha = C_1$ ;  $BC \parallel \alpha$ ;

$AB : BB_1 = 8 : 3$ ;  $AC = 16$  см

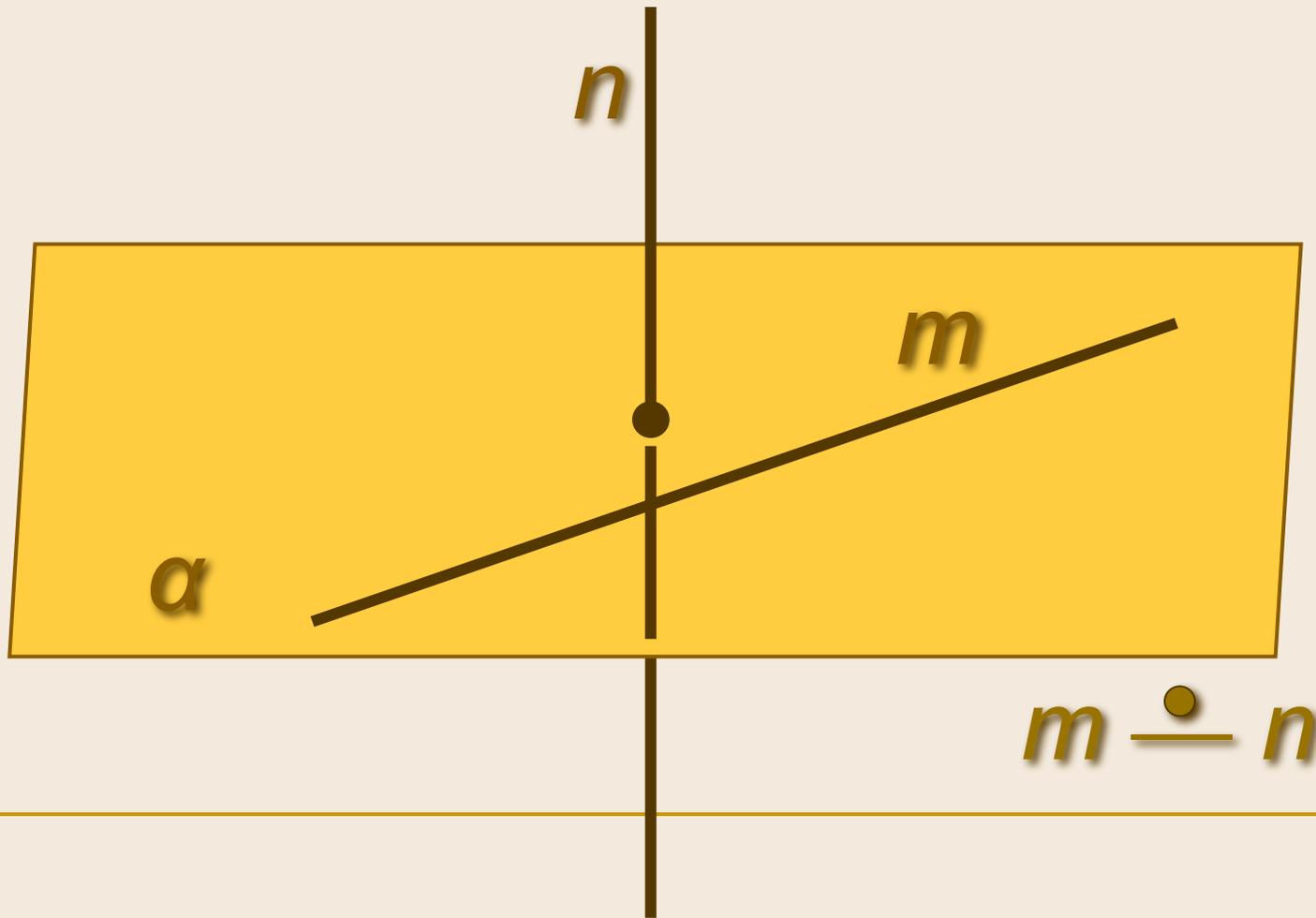
Доказать:  $BC \parallel B_1C_1$

Найти:  $AC_1$



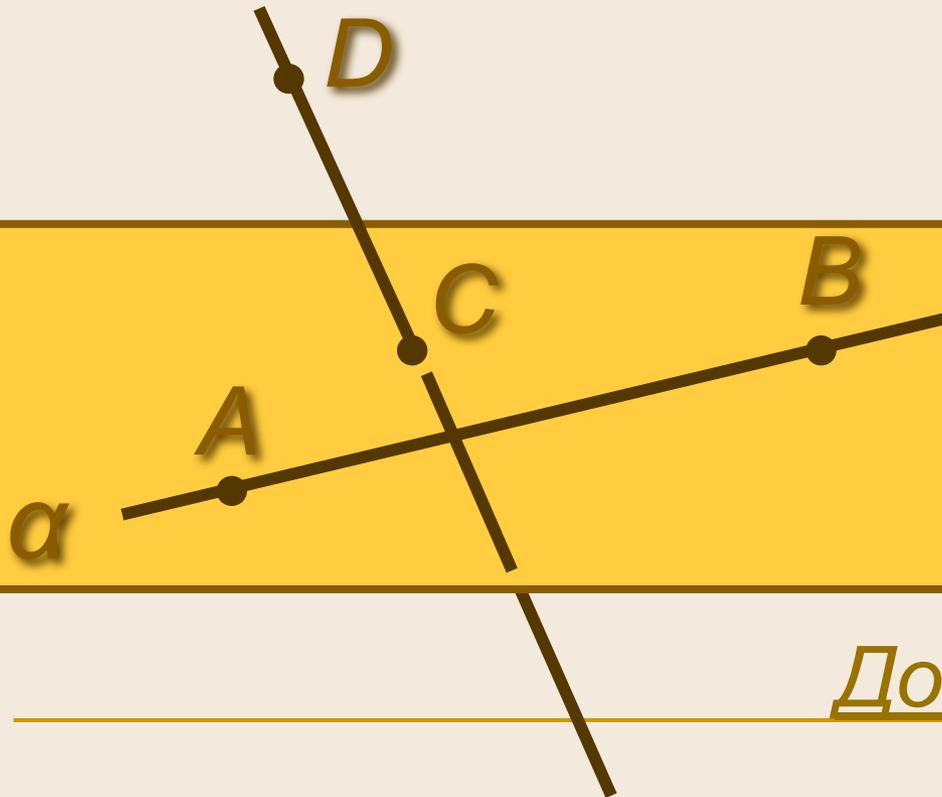
# Скрещивающиеся прямые

Две прямые называются **скрещивающимися**, если они не лежат в одной плоскости.



# Признак скрещивающихся прямых

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.

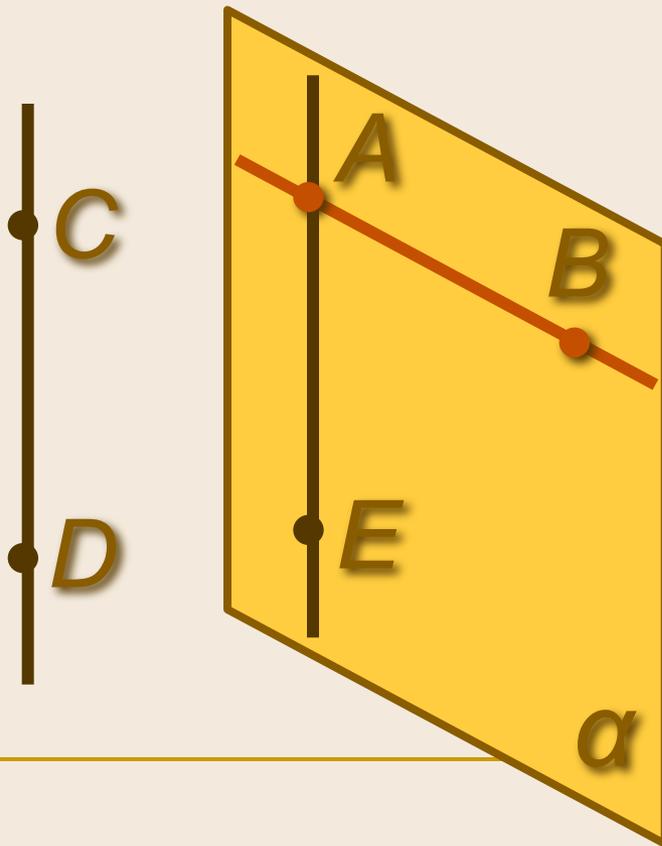


Дано:  $AB \subset \alpha$ ,  
 $CD \cap \alpha = C$ ,  $C \notin AB$

Доказать:  $AB \dot{-} CD$

# Теорема о скрещивающихся прямых

Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.



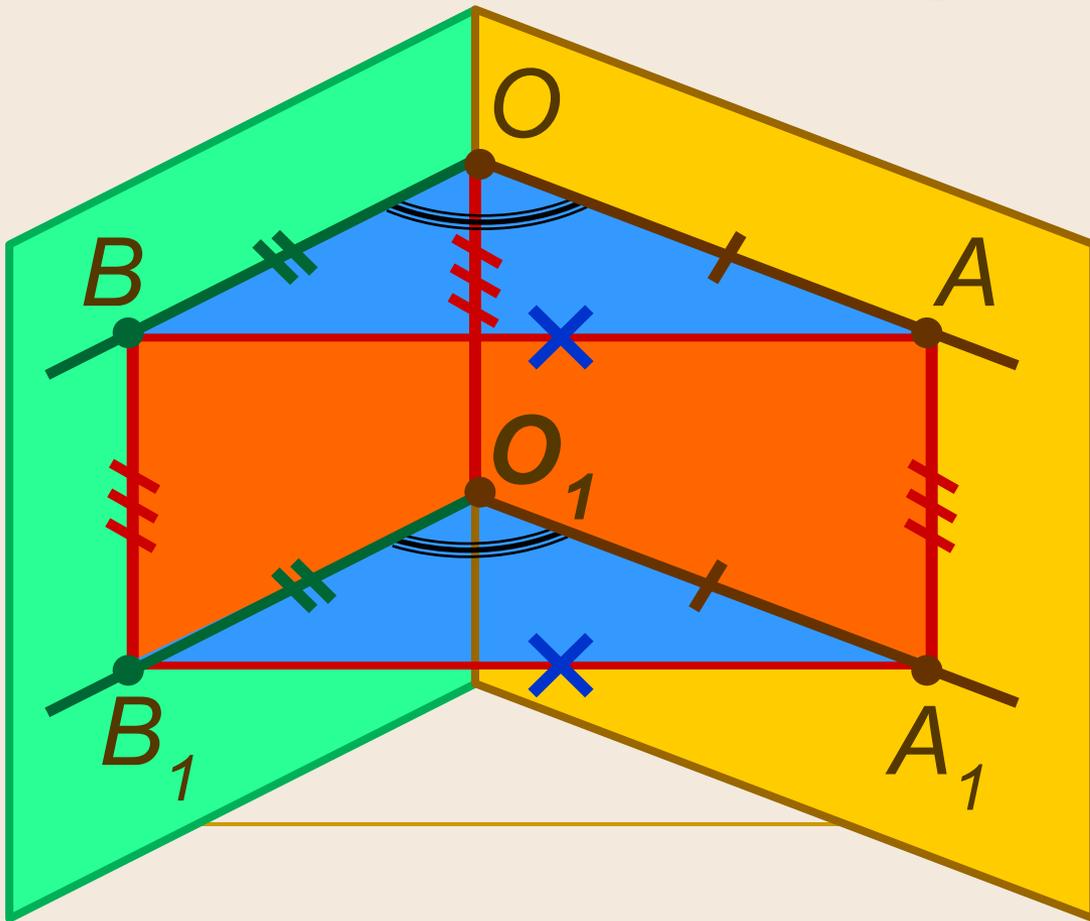
Дано:  $AB \not\parallel CD$

Доказать:

- 1)  $\exists \alpha, AB \subset \alpha, \alpha \parallel CD$
- 2)  $\alpha - !$

# Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



Дано:

$$OA \uparrow\uparrow O_1A_1,$$

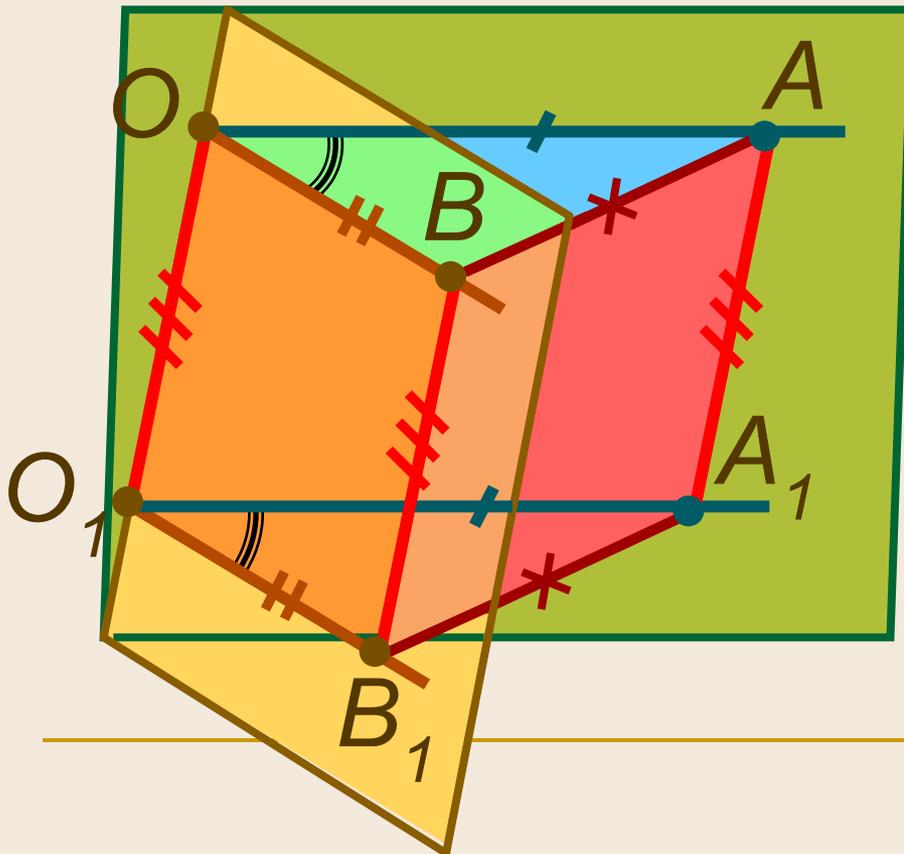
$$OB \uparrow\uparrow O_1B_1$$

Доказать:

$$\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$$

# Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



Дано:

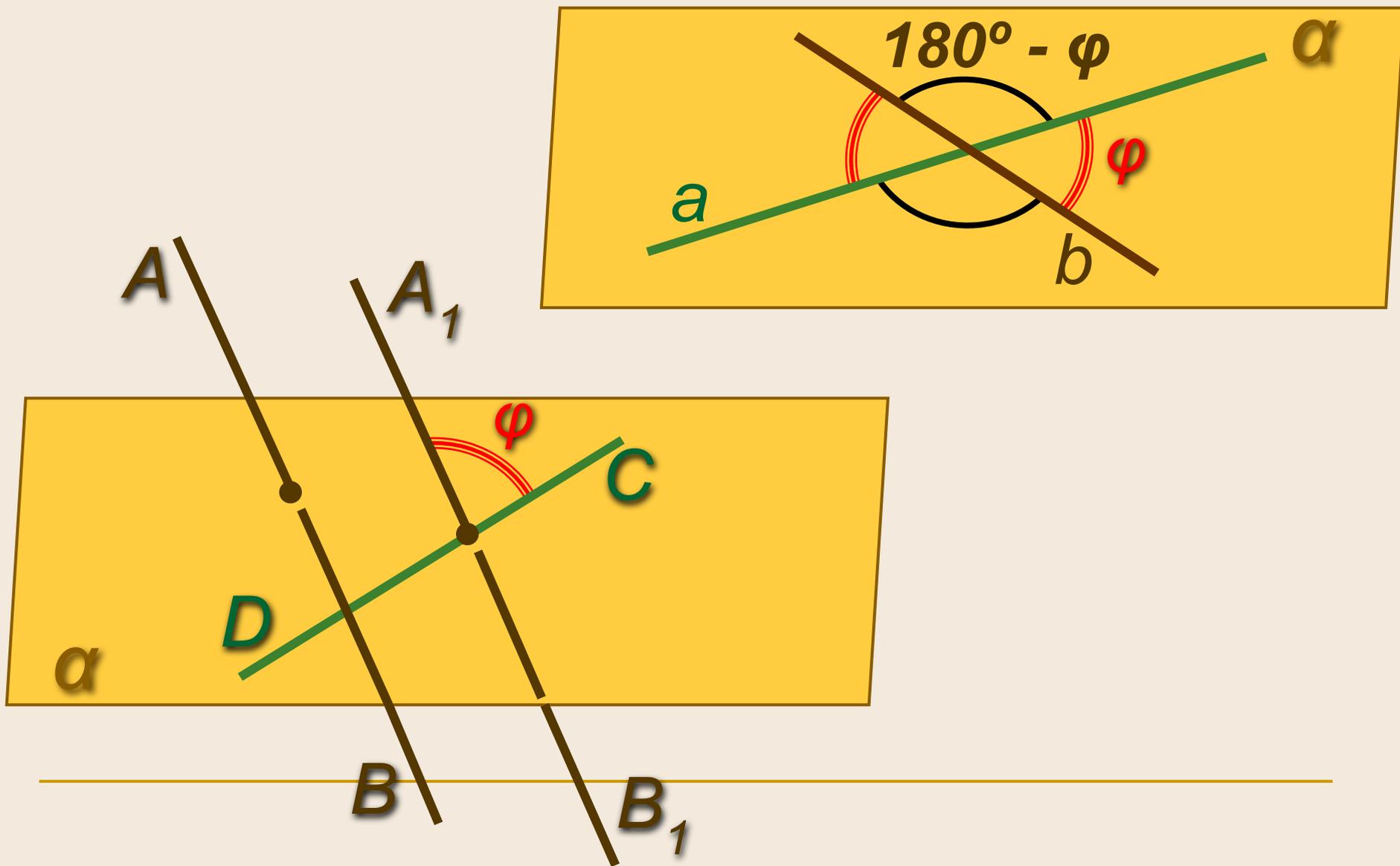
$$OA \uparrow\uparrow O_1A_1,$$

$$OB \uparrow\uparrow O_1B_1$$

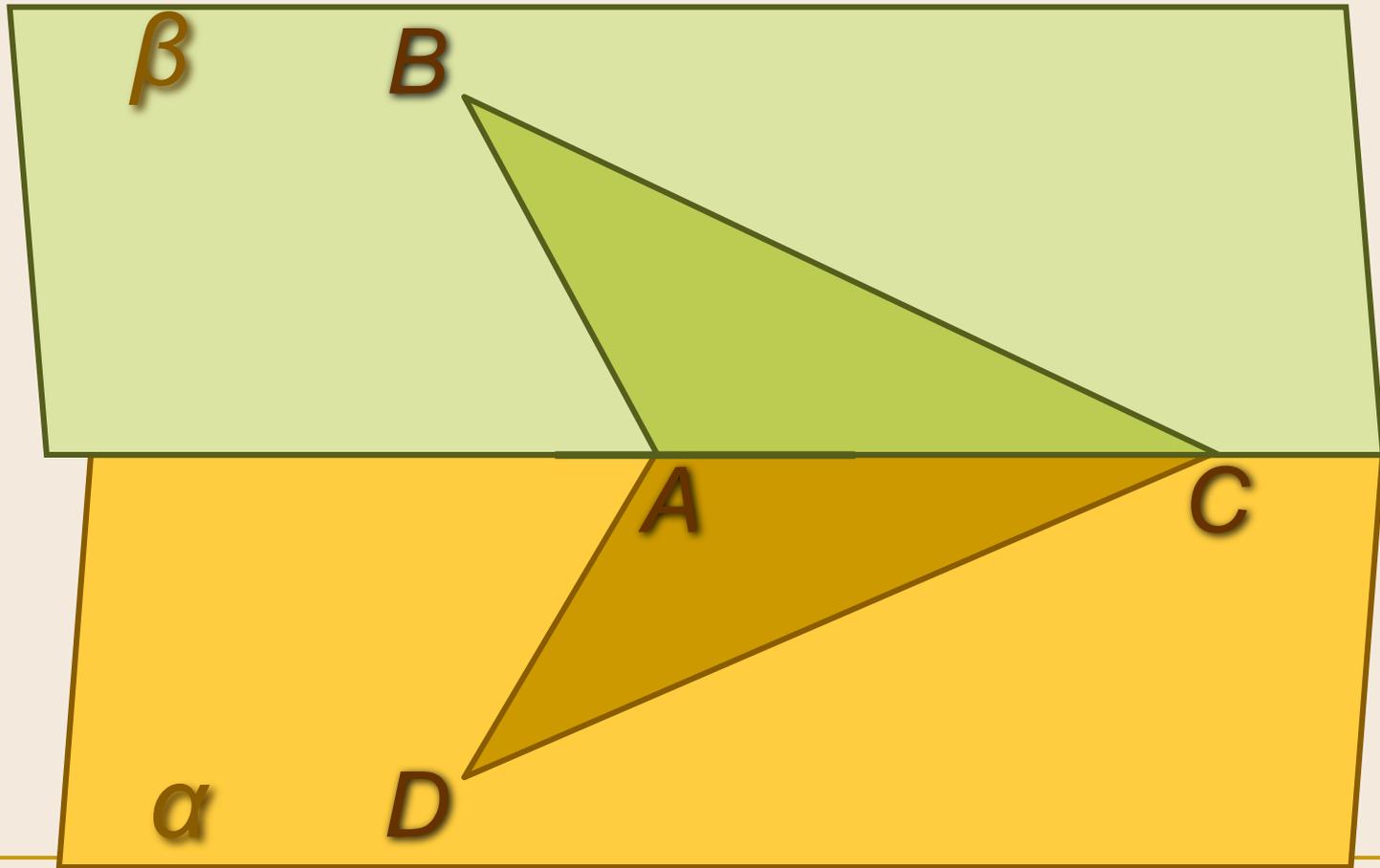
Доказать:

$$\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$$

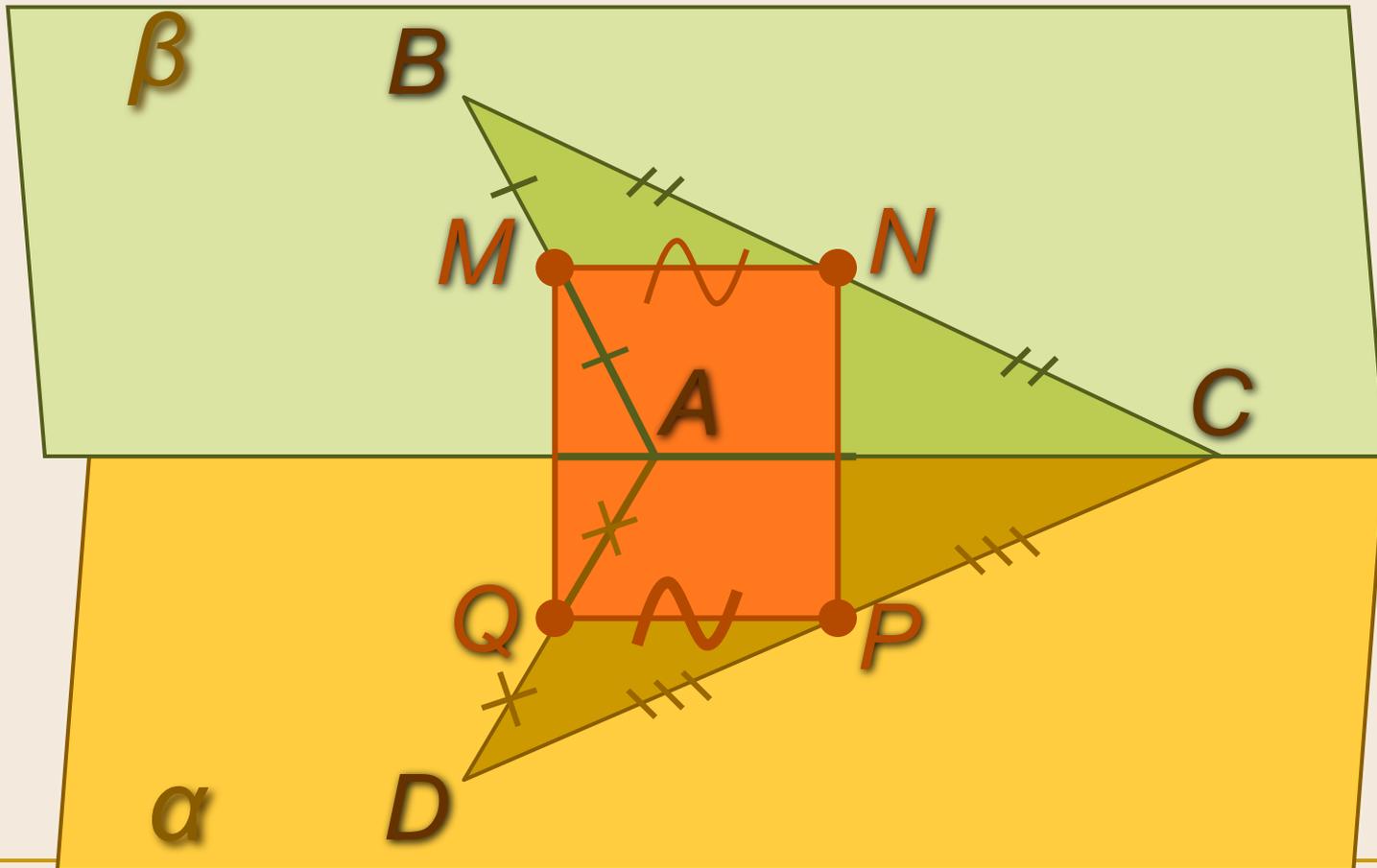
# Угол между прямыми



# Пространственный четырехугольник



# Пространственный четырехугольник



Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,

$P \notin \alpha$ ,  $\angle PAB = \varphi$ .

Найти:  $\angle(AP; CD)$ .

Вариант 1

Вариант 2

