


Урок-обобщение знаний по
теме:

**«Применение
производной к
исследованию
функции»**

11 класс

МБОУ "СОШ № 21" г.
Владимира
Учитель: Тимофеева Г.В.



Цель урока:

Обобщить и закрепить навыки исследования функции с помощью производной и достигнуть понимания взаимосвязи функции и её производной.



Вспомним.

ПРОИЗВОДНАЯ, скорость изменения величины математической функции относительно изменений независимой переменной.

Производной функции $f(x)$ в точке x_0 называется число, к которому стремится

отношение $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ при и $\Delta x \rightarrow 0$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Смысл производной.

геометрический

угловой коэффициент касательной к графику функции

$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$$

физический (механический)

мгновенная скорость, т. е. скорость в данный момент времени

$$V = S'(t_0)$$

Таблица производных

$$1. C' = 0$$

$$2. (a^x)' = a^x \ln a$$

$$3. (x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}, \alpha \in R$$

$$4. (e^x)' = e^x$$

$$5. (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$6. (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$7. (\sin x)' = \cos x$$

$$8. (\cos x)' = -\sin x$$

$$9. (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Задание № 1

Найти производные функций

1. $y = -\frac{7}{x}$	$a). 7x^{-2}; б). -7; в). 7x.$
2. $y = \cos(10x + 3)$	$a). \sin x; б). -10 \sin(10x + 3);$ $в). \sin(10x + 3).$
3. $y = e^{2x} + 3$	$a). e^x; б). 2e^{2x}; в). 2x$
4. $y = 3 \sin \frac{x}{3}$	$a). -\cos \frac{x}{3}; б). \cos \frac{x}{3}; в). 3 \cos x$

Правильные ответы

Задание №1 – а

Задание №2 – б

Задание №3 – б

Задание №4 – б



Задание № 2

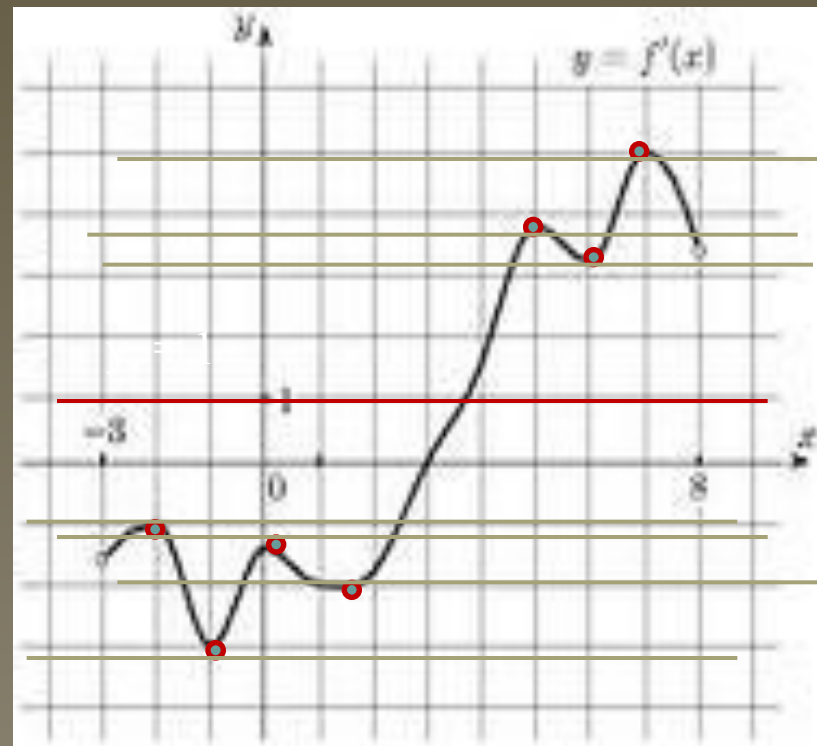
На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 1$.

Решение:

Прямая $y = 1$ параллельна оси абсцисс.

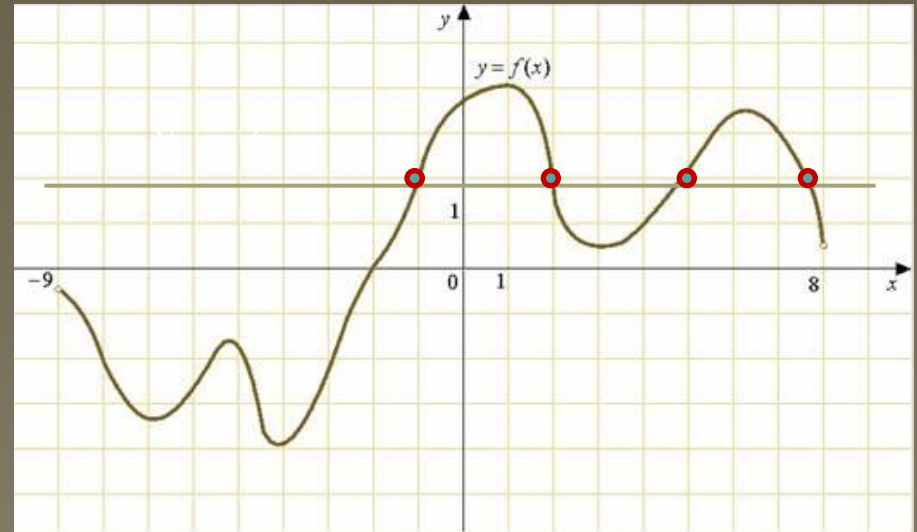
Значит, надо найти количество точек графика, в которых касательная параллельна оси абсцисс.

Ответ: 7



Задание № 3

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 5$ или совпадает с ней.



Решение:


Так как касательная к графику функции параллельна прямой $y = 2x + 5$, то ее угловой коэффициент $k = 2$.

Так как к графику функции проведена касательная, то ее угловой коэффициент $k = f'(x_0)$, то есть $f'(x_0) = 2$

Так как дан график производной функции $f(x)$, то надо узнать, сколько точек пересечения имеет данный график с прямой $y = 2$.


Ответ: 4

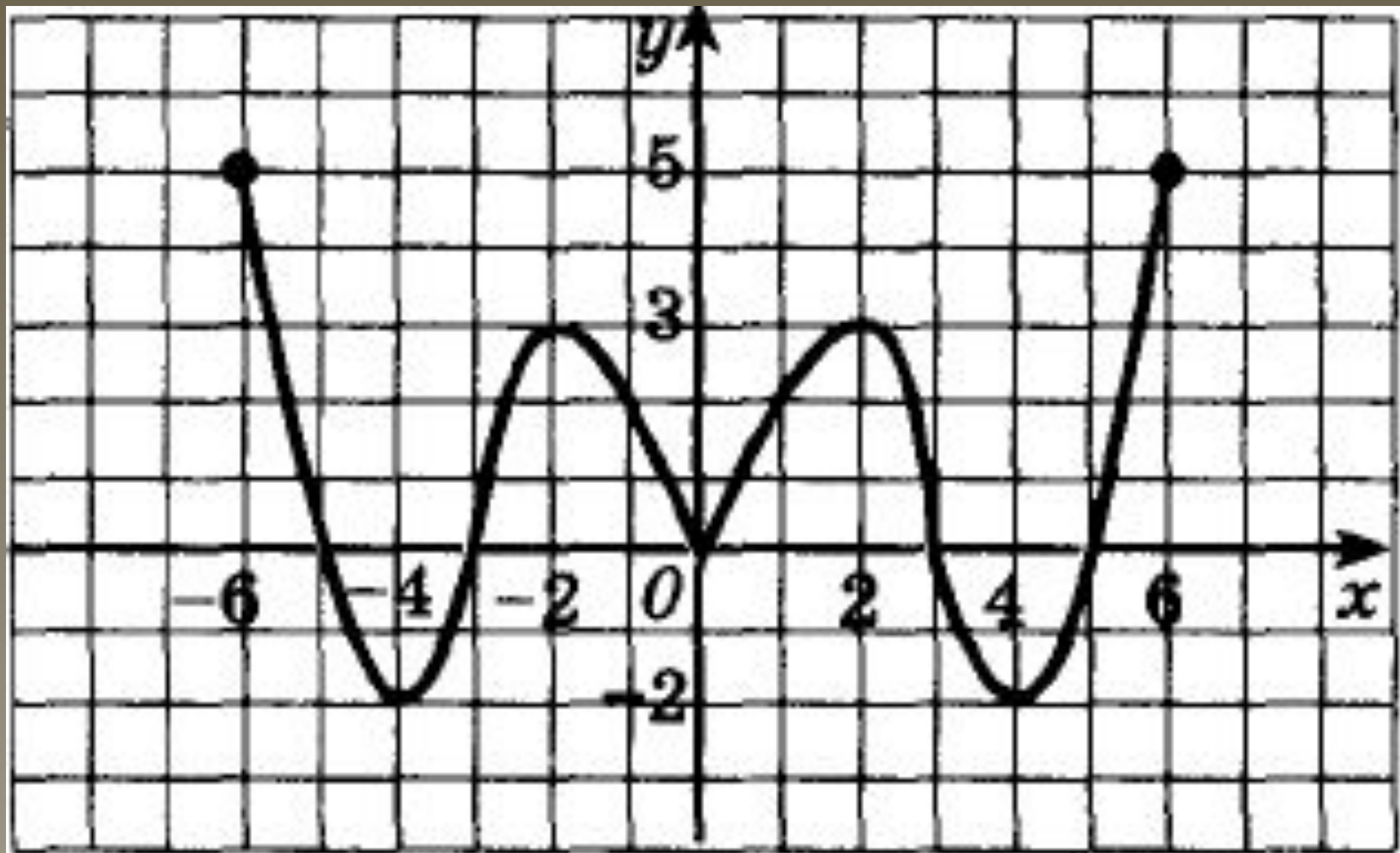
Обобщим понятия монотонности и экстремума функции с помощью таблицы «Если – то...»

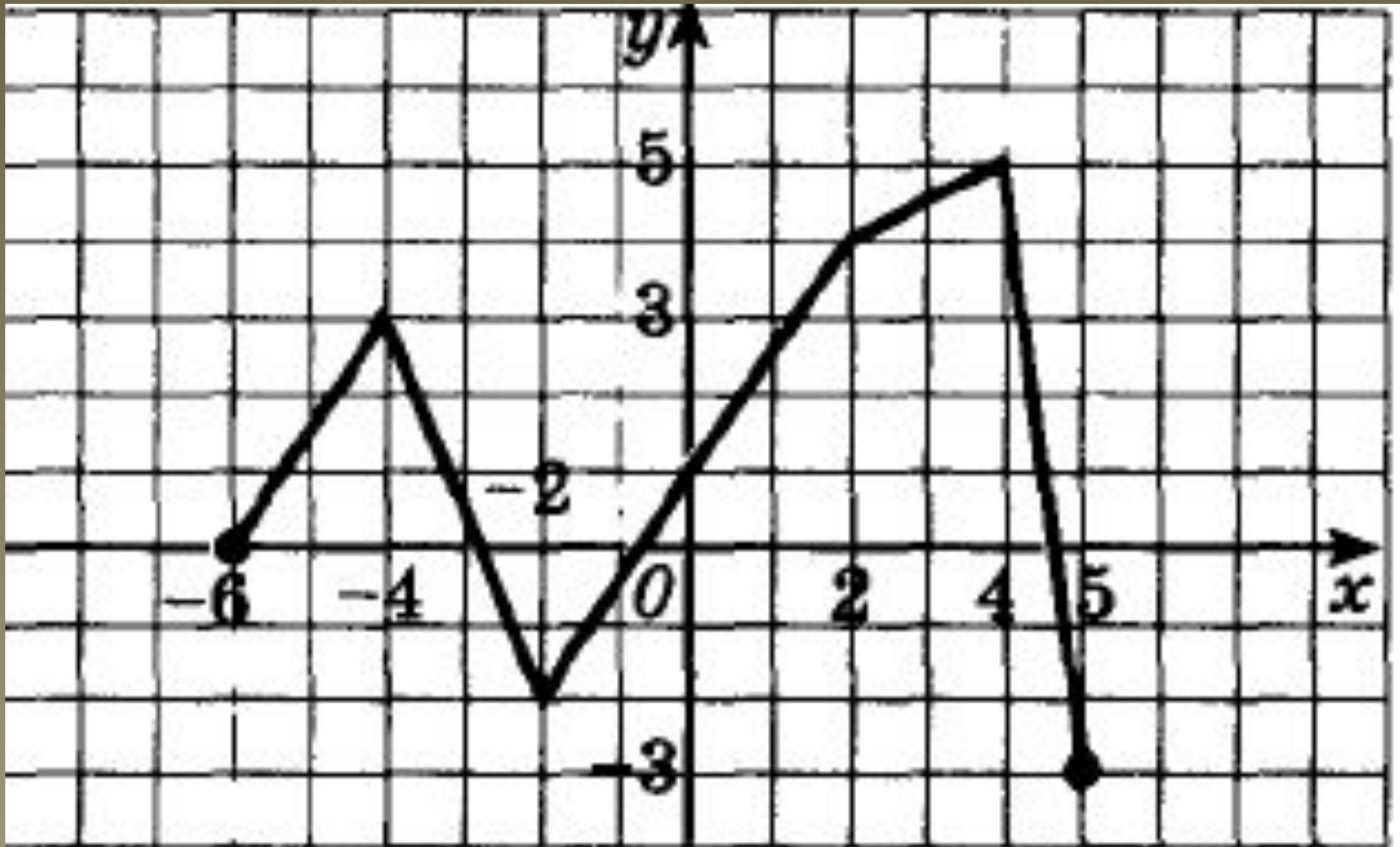
- ◆ **Если функция возрастает на промежутке и имеет на нем производную, то...**
 - ◆ **Если функция убывает на промежутке и имеет на нем производную, то...**
 - ◆ **Если в точке X_0 функция имеет экстремум, то...**
 - ◆ **Если X_0 - точка минимума функции, то...**
 - ◆ **Если X_0 - точка максимума функции, то...**
- 

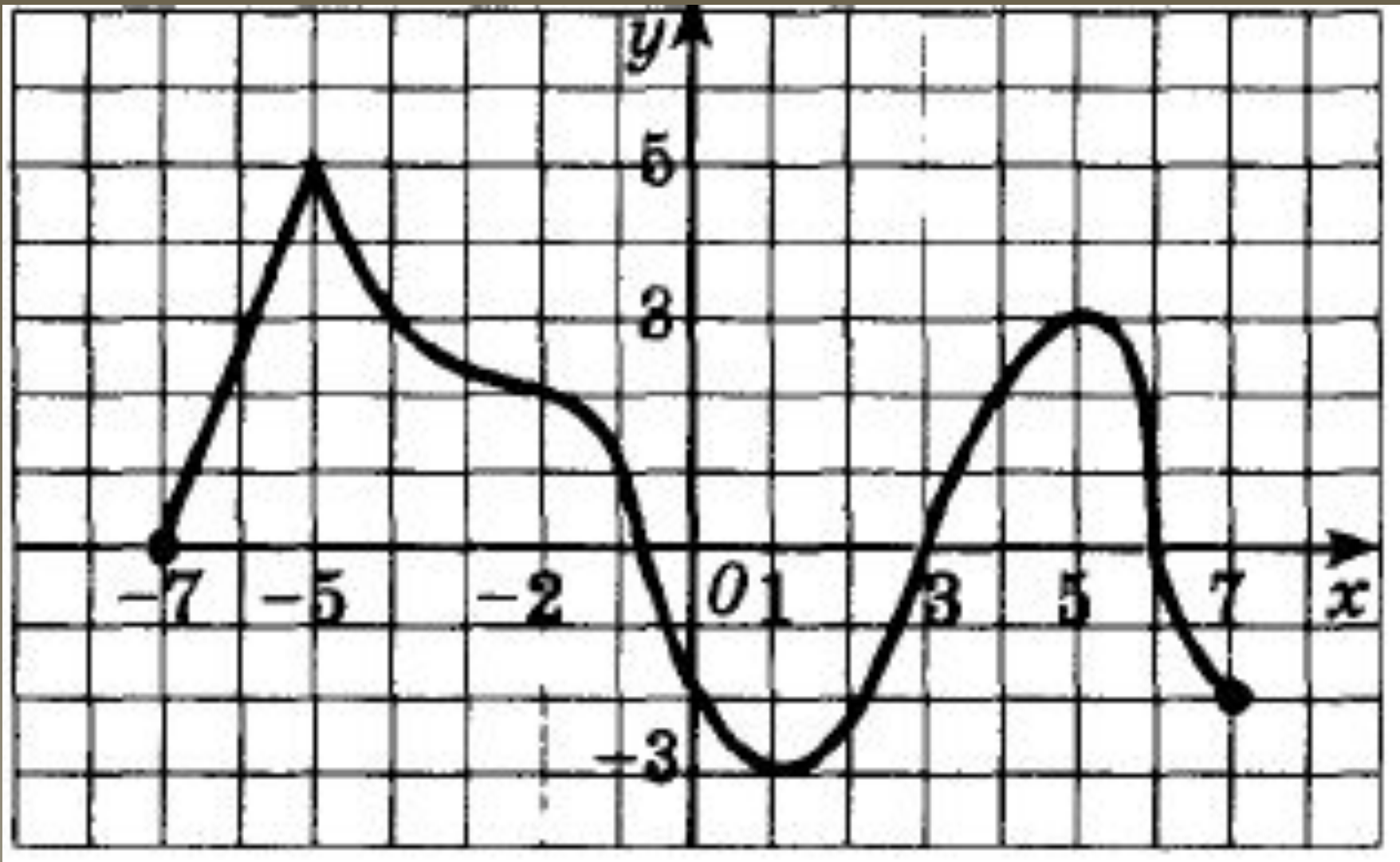
Задание № 4.

Опишем «математический портрет» функции с помощью графика её производной:


- определите промежутки возрастания функции;
 - промежутки убывания функции;
 - сколько точек экстремума имеет функция;
 - определите их характер
- 







Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$.


1. Найти $f'(x)$
 2. Найти значения x , при которых $f'(x) = 0$ или $f'(x)$ не существует; отбросить те, которые не принадлежат $[a;b]$.
 3. Вычислить $f(a)$, $f(b)$ и значения функции в точках пункта 2.
 4. Выбрать из них наибольшее и наименьшее значение.
- 

Задание № 5

Найти точку, в которой
функция

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

Принимает наибольшее
значение на отрезке $[1;4]$.



Задание № 6

Найти наибольшее значение
функции

$$y = \frac{5}{\cos 2x}$$

на отрезке

$$\left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right]$$

Задание № 7

Найти наименьшее значение функции

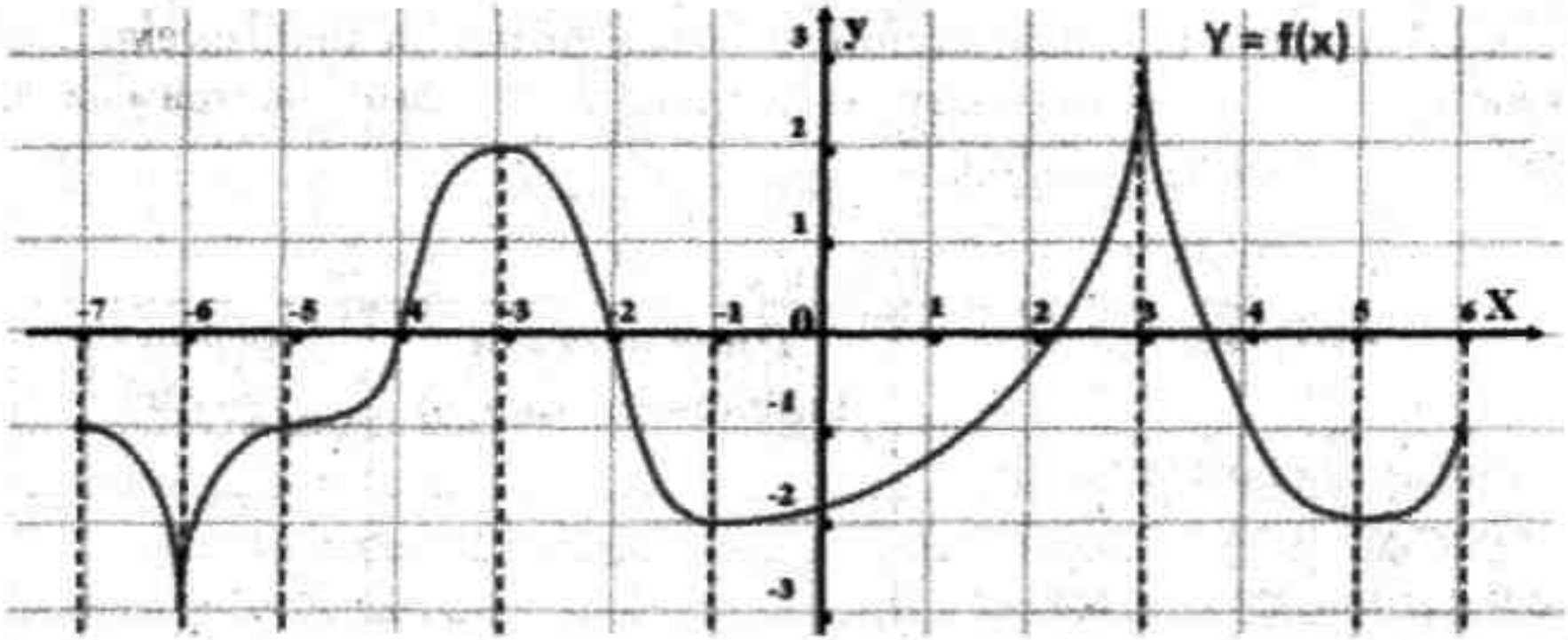
$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

на отрезке $[-0,5; 3]$.



Задание № 8

1. Постройте график функции $y = f(x)$ в масштабе 2:1, приняв за единицу измерения осей 2 клетки.
 2. Для функции $y = f(x)$ найдите:
 3. промежутки возрастания и убывания функции;
 4. точки максимума и минимума;
 5. экстремумы функции;
 6. наибольшее и наименьшее значение на отрезках $[-7;-4]$, $[-4,0]$, $[-7,7]$
 7. Ответьте на вопросы:
 - ◆ на каких промежутках производная функции принимает положительные (отрицательные) значения;
 - ◆ чему равно значение производной в точках экстремума.
- Схематично постройте график её производной



Рефлексия:



1. Урок полезен, всё понятно.



2. Лишь кое-что чуть-чуть неясно.



3. Ещё придётся потрудиться.



4. Да, трудно всё-таки учиться!

