МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТАМИ

Под проектом будем понимать комплекс взаимосвязанных работ, подлежащий выполнению. Для проекта выделяются ресурсы, количество каждого из которых задано. Работа может характеризоваться несколькими параметрами, например, временем своего выполнения, интенсивностью потребления каждого из ресурсов в единицу времени, дополнительными затратами, зависящими от времени выполнения. Параметры, значения которых определены точно, называют детерминированными, заданные функциями распределения - вероятностными или стохастическими. Управление проектом связано с определением времени выполнения всего комплекса работ, определением сроков начала и завершения каждой из работ с учётом заданной технологической последовательности их выполнения, определением резервов времени для работ, осуществлением оптимального распределения ресурсов. Для поиска указанных характеристик используются методы сетевого планирования и управления, основой которых является математическая модель в виде сетевого графика.

Сетевой график

Сетевой график это сеть $G=(V, E)$, построенная по данным о работах проекта и их взаимосвязях. Взаимосвязи между работами проекта можно выразить *отношением предшествования*. Работа P_i предшествует работе P_j , если выполнение P_j не может быть начато до завершения P_i. Отношение предшествования является транзитивным. Если P_i предшествует P_j , а P_j предшествует P_k , то P_i предшествует P_k . Если P_i предшествует P_k и не существует работы P_j , такой что P_i предшествует P_j и P_j предшествует P_k , то говорим, что работа P_i непосредственно предшествует работе P_j . Отношение непосредственного предшествования не является транзитивным. Под *событием* понимается факт начала или завершения одной или нескольких работ. Отношение предшествования для работ порождает отношение предшествования для событий. Событие S_i предшествует событию S_j, если S_j не может состояться, если не состоялось событие S_i . Отношение предшествования для событий является так же транзитивным. По аналогии с работами вводится отношение непосредственного предшествования для событий. При этом событие, включающее факт

Существует *два способа построения* сетевого графика:

1) вершины сети соответствуют событиям, а дуги работам. Дуга для работы направлена
от начального к завершающему событию;

2) вершины соответствуют работам, а дуги отношению непосредственного
предшествования.

При любом способе построения должны соблюдаться следующие требования:

1) не допускается наличие параллельных дуг;

2) сеть не должна содержать контуров;

3) имеется одна начальная вершина (с полустепенью захода равной нулю) и одна
завершающая вершина (с полустепенью исхода равной нулю).

Для соблюдения указанных требований при необходимости вводятся фиктивные
работы, время выполнения которых принимается равным нулю. Элементам сетевого
графика, соответствующим работам, приписываются параметры, характеризующие работу
(время выполнения, интенсивности потребления ресурсов и т.д.). Затем вершины сетевого
графика правильно нумеруются.

Правильная нумерация означает, что если существует путь от вершины с номером i к
вершине с номером j , то i < j. Это означает, что если есть два события (работы), связанные
отношением предшествования, то номер вершины, соответствующей предшествующему
событию (предшествующей работе), должен быть меньше номера вершины,
соответствующей последующему событию (последующей работе).

Правильная нумерация основана на алгоритме ранжирования вершин.

Шаг 0. Начальная вершина получает ранг k =0.

Шаг 1. Удалим все дуги, выходящие из вершин ранга k.

Шаг 3. К рангу k + 1 отнесем ещѐ не проранжированные вершины, имеющие после шага 1 полустепени захода равные нулю.

Шаг 4. Если ранг получила завершающая вершина, прекращаем работу алгоритма.
В противном случае полагаем k:=k+1 и возвращаемся к шагу 2.

Начальной вершине присваивается номер 0. Далее в произвольном порядке нумеруются вершины первого ранга, начиная с 1-го номера. Если номер последней рассмотренной вершины первого ранга равен i, то, начиная с i+1, нумеруются в произвольном порядке вершины второго ранга. Процесс заканчивается присвоением номера завершающей вершине.

После нумерации вершин переходят к определению временных параметров сетевого
графика. Рассмотрим детерминированный случай с условием достаточности ресурсов. То
есть известно время выполнения каждой работы и в любой момент времени суммарное
потребление ресурсов не превышает их наличия. Следовательно, параметры, связанные с
ресурсами, можно не рассматривать.

Пусть сетевой график построен по принципу «вершина – событие», имеет n+1 вершины
и время выполнения работы (i, j) с начальным i-м и завершающим j-м событиями равно tij.

Ранним сроком наступления i-го события T_j^p назовем момент времени, ранее которого
событие произойти не может. Событие i не может произойти, пока не будут выполнены все
работы, соответствующие дугам, входящим в i-ую вершину. Работа не может выполняться, пока
не произойдет её начальное событие. Поэтому ранний срок Tip равен длительности
Максимального (по сумме времён входящих в него дуг) пути от начального 0-го события до i-го
события. Отсюда

$$T_i^p = \begin{cases} 0, & i = 0, \\ \max\limits_{j \in O^-(i)} [T_j^p + t_{ji}], & i = \overline{1,n} \end{cases},$$

$$O^-(i) = \{ j \in V \mid \exists (j,i) \in E \}$$

Ранний срок T_n^p наступления n-го завершающего события называется *критическим временем* $T_{кр}$. Это минимальное время, за которое может быть выполнен проект. *Путь* из начальной вершины в завершающую вершину, имеющий длительность T_n^p, называется *критическим*. Соответственно вершины и дуги, составляющие этот путь, называются критическими.

Путь, соединяющий начальную и завершающую вершины, является критическим тогда и только тогда, когда для всех его дуг (j,i) выполняется условие $T_i^p = T_j^p + t_{ji}$.

Поздний срок наступления i-го события T_i^n это время, превышение которого для события приводит к увеличению $T_{кр}$. Из определения следует, что $T_n^n = T_{кр} = T_n^p$. Движемся в обратном порядке от n-ой вершины по убыванию номеров вершин. Для вычисления позднего срока наступления i-ого события (i<n) рассмотрим все дуги выходящие из i-ой вершины. Вершины из $O^+(i) = \{ j \in V \mid \exists\ (i, j) \in E \}$ уже имею поздние сроки. Для каждой дуги (i, j), $j \in O^+(i)$ вычислим $T_j^n - t_{ij}$. Наименьшее значение по j даст поздний срок наступления i-го события. Таким образом,

$$T_i^n = \begin{cases} T_n^p, & i = n, \\ \min\limits_{j \in O+(i)} [T_j^n - t_{ij}], & i = n-1, 0\ . \end{cases}$$

Заметим, что $T_i^n = T_i^p$ для всех критических событий, в частности $T_0^n = 0$.

Резервом времени R_i для i-го события называется максимальное время, на которое можно задержать наступление события без увеличения критического времени. То есть $R_i = T_i^п - T_i^р$. Как следует из определения, события с нулевым резервом времени находятся на критическом пути.

Для работ по сетевому графику определяют: ранние сроки начала и завершения, поздние сроки начала и завершения, резервы времени.

Ранний срок $T_н^р(i,j)$ *начала работы* (i, j) это минимальное время начала работы при условии, что все предшествующие работы завершены как можно раньше. Поскольку работа не может начинаться раньше своего начального события, то $T_н^р(i,j) = T_i^р$. Отсюда следует, что *ранний срок завершения работы* (i, j) определяется по формуле

$T_з^р(i,j) = T_i^р + t_{ij} = T_н^р(i,j) + t_{ij}$.

Поздний срок $T_з^п(i,j)$ *завершения работы* (i, j) это максимальное время завершения работы без нарушения критического времени. Очевидно, $T_з^п(i,j) = T_j^п$. Для *позднего срока начала работы* имеем $T_н^п(i,j) = T_j^п - t_{ij} = T_з^п(i,j) - t_{ij}$.

Суммарный резерв времени $R_c(i,j)$ для работы (i , j) это максимальная время, на которое
можно увеличить продолжительность выполнения работы (i , j) без превышения
критического времени для проекта. Он вычисляется по одной из формул

$$R_c(i,j) = T_j^n - T_i^p - t_{ij} ==T_j^n - T_з^p(i,j) = T_з^п(i,j) - T_з^p(i,j) = T_н^п(i,j) - T_н^p(i,j) .$$

Свободный резерв времени $R_{св}(i,j)$ указывает время, на которое можно продлить работу
без изменения ранних сроков начала последующих работ при условии завершения
предшествующих работ в ранние сроки. Он определяется как

$$R_{св}(i,j) = T_j^p - T_i^p - t_{ij} = T_j^p - T_з^p(i,j) .$$

Независимый резерв времени $R_н(i,j)$ указывает время, на которое можно продлить работу
без изменения ранних сроков начала последующих работ при условии завершения
предшествующих работ в поздние сроки. Независимый резерв времени определяется по
формуле

$$R_н(i,j) = =\max \{ 0 ; T_j^p - T_i^n - t_{ij} \} .$$

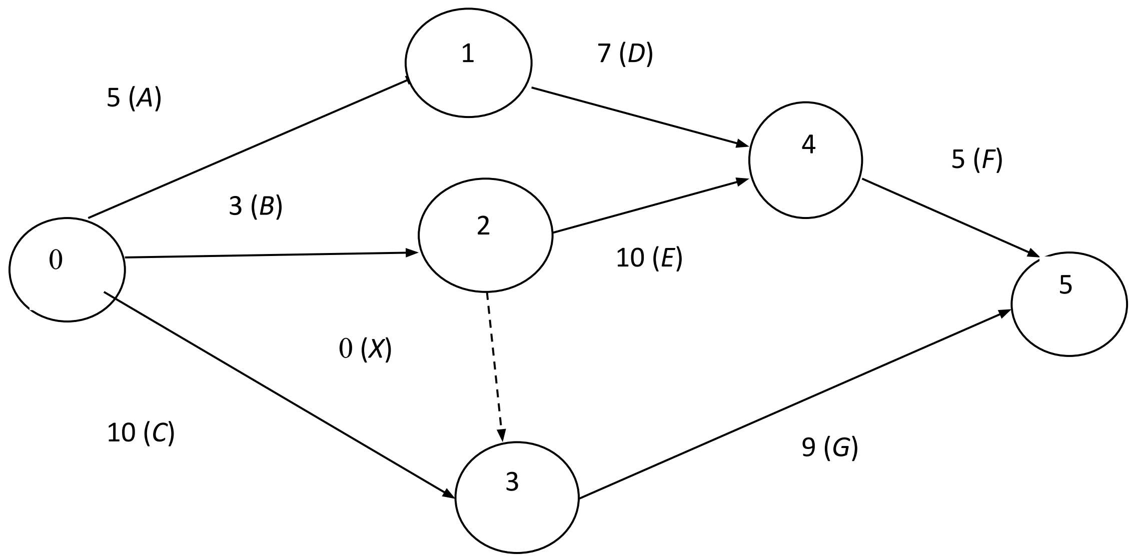
Гарантированный резерв времени $R_г(i,j)$ – максимально возможное увеличение
продолжительности работы, не влекущее увеличение критического времени для проекта, при
условии завершения всех предшествующих работ в поздние сроки. Получим

$$R_г(i,j) = T_j^n - T_i^n – t_{ij}= T_з^п(i,j) - T_i^n - t_{ij} .$$

Пример. Построить сетевой график и определить его временные параметры для проекта, данные о работах которого приведены в таблице 1.

Обозначение работы	Продолжительность, сутки	Непосредственно предшествующая работа
A	5	Нет
B	3	Нет
C	10	Нет
D	7	*A*
E	10	*B*
F	5	*D* и *E*
G	9	*B* и *C*

Сетевой график, построенный по принципу «вершина – событие» на рисунке 1. Работа *X* является фиктивной и введена для отражения того факта, что работе *G* непосредственно предшествуют работы *B*, *C* , а работе *E* только работа *B* . Нумерация вершин является правильной. Вершина нулевого ранга имеет номер 0, вершины первого ранга – номера 1 и 2, вершины второго ранга - номера 3,4, вершина третьего ранга - номер 5.



Работа *X* является фиктивной и введена для отражения того факта, что работе *G* непосредственно предшествуют работы *B*, *C* , а работе *E* только работа *B* . Нумерация вершин является правильной. Вершина нулевого ранга имеет номер 0, вершины первого ранга - номера 1 и 2, вершины второго ранга - номера 3,4, вершина третьего ранга – номер 5.

Ранние сроки наступления событий равны: $T_0^p = 0$, $T_1^p = T_0^p + t_{01} = 0 + 5 = 5$, $T_2^p = T_0^p + t_{02} = 0 + 3 = 3$, $T_3^p = \max\,[T_0^p + t_{03} , T_2^p + t_{23}] = \max\,[10 , 3] = 10$,
$T_4^p = \max\,[T_1^p + t_{14} , T_2^p + t_{24}] = \max\,[12 , 13] = 13$,
$T_5^p = \max\,[T_3^p + t_{35} , T_4^p + t_{45}] = \max\,[19 , 18] = 19$. Критическое время $T_{кр} = 19$.

Поздние сроки наступления событий: $T_5^n = T_5^p = 19$, $T_4^n = T_5^n - t_{45} = 19 – 5 = 14$, $T_3^n = T_5^n – t_{35} = 19 - 9 = 10$, $T_2^n = \min [\, T_4^n – t_{24} , T_3^n - t_{23}] = \min[4 , 10] = 4$, $T_1^n = T_4^n - t_{14} = 14 – 7 = 7$, $T_0^n = \min [\, T_3^n – t_{03} , T_2^n – t_{02} , T_1^n - t_{01}] = \min [0 , 0 , 0]$.

Резервы времени для событий: $R_0 = R_0^n – R_0^p = 0 – 0 = 0$, $R_1 = R_1^n – R_1^p = 7 – 5 = 2$, $R_2 = R_2^n – R_2^p = 4 – 3 = 1$, $R_3 = R_3^n – R_3^p = 10 – 10 = 0$, $R_4 = R_4^n – R_4^p = 14 – 13 = 1$, $R_5 = R_5^n – R_5^p = 19 – 19 = 0$.

События, входящие в критический путь, имеют резервы равные нулю.

Следовательно,

критический путь состоит из дуг (0,3) , (3,5) .

Ранние сроки начала и завершения работ: $T_н^p(0,1) = 0$, $T_з^p(0,1) = T_0^p + t_{01} = 0 + 5 = 5$, $T_н^p(0,2) = 0$, $T_з^p(0,2) = T_0^p + t_{02} = 0 + 3 = 3$, $T_н^p(0,3) = 0$ $T_з^p(0,3) = T_0^p + t_{03} = 0 + 10 = 10$, $T_н^p(1,4) = T_1^p = 5$, $T_з^p(1,4) = T_1^p + t_{14} = 5 + 7 = 7$, $T_н^p(2,3) = T_2^p = 3$, $T_з^p(2,3) = T_2^p + t_{23} = 3 + 0 = 3$, $T_н^p(2,4) = T_2^p = 3$, $T_з^p(2,4) = T_2^p + t_{24} = 3 + 10 = 13$, $T_н^p(3,5) = T_3^p = 10$, $T_з^p(3,5) = T_3^p + t_{35} = 10 + 9 = 19$, $T_н^p(4,5) = T_4^p = 13$, $T_з^p(4,5) = T_4^p + t_{35} = 13 + 5 = 18$.

Поздние сроки завершения и начала работ: $T_з^п(4,5) = T_5^n = 19$, $T_н^п(4,5) = T_з^п(4,5) – t_{45} = 19 – 5 = 15$, $T_з^п(3,5) = T_5^n = 19$, $T_н^п(3,5) = T_з^п(3,5) – - t_{35} = 19 – 9 = 10$, $T_з^п(2,4) = T_4^n = 14$, $T_н^п(2,4) = T_з^п(2,4) – t_{24} = 14 – 10 = 4$, $T_з^п(1,4) = T_4^n = 14$, $T_н^п(1,4) = T_з^п(1,4) – t_{14} = 14 – 5 = 9$, $T_з^п(2,3) = T_3^n = 10$, $T_н^п(2,3) = T_з^п(2,3) – t_{23} = 10 – 0 = 10$, $T_з^п(0,3) = T_3^n = 10$, $T_н^п(0,3) = T_з^п(0,3) – t_{03} = 10 – 10 = 0$, $T_з^п(0,2) = T_2^n = 4$, $T_н^п(0,2) = T_з^п(0,2) – t_{02} = 4 – 3 = 1$, $T_з^п(0,1) = T_1^n = 7$, $T_н^п(0,1) = T_з^п(0,1) – t_{01} = 7 – 5 = 2$.

Суммарные резервы времени для работ: $R_c(0,1) = T_1^{\,n} - T_0^{\,p} - t_{01} = 7 - 0 - 5 = 2$, $R_c(0,2) = T_2^{\,n} - T_0^{\,p} - t_{02} = 4 - 0 - 3 = 1$, $R_c(0,3) = T_3^{\,n} - T_0^{\,p} - t_{03} = 10 - 0 - 10 = 0$, $R_c(1,4) = T_4^{\,n} - T_1^{\,p} - t_{14} = 14 - 5 - 7 = 2$, $R_c(2,3) = T_3^{\,n} - T_2^{\,p} - t_{23} = 10 - 3 - 0 = 7$, $R_c(2,4) = T_4^{\,n} - T_2^{\,p} - t_{24} = 14 - 3 - 10 = 1$, $R_c(3,5) = T_5^{\,n} - T_3^{\,p} - t_{35} = 19 - 10 - 9 = 0$, $R_c(4,5) = T_5^{\,n} - T_4^{\,p} - t_{45} = 19 - 13 - 5 = 1$.

Свободный резерв времени для работ: $R_{св}(0,1) = T_1^{\,p} - T_0^{\,p} - t_{01} = 5 - 0 - 5 = 0$, $R_{св}(0,2) = T_2^{\,p} - T_0^{\,p} - t_{02} = 3 - 0 - 3 = 0$, $R_{св}(0,3) = T_3^{\,p} - T_0^{\,p} - t_{03} = 10 - 0 - 10 = 0$, $R_{св}(1,4) = T_4^{\,p} - T_1^{\,p} - t_{14} = 13 - 5 - 7 = 1$, $R_{св}(2,3) = T_3^{\,p} - T_2^{\,p} - t_{23} = 10 - 3 - 0 = 7$, $R_{св}(2,4) = T_4^{\,p} - T_2^{\,p} - t_{24} = 13 - 3 - 10 = 0$, $R_{св}(3,5) = T_5^{\,p} - T_3^{\,p} - t_{35} = 19 - 10 - 9 = 0$, $R_{св}(4,5) = T_5^{\,p} - T_4^{\,p} - t_{45} = 19 - 13 - 5 = 1$.

Независимый резерв времени для работ:

$R_н(0,1) = \max [\, 0 , T_1^{\,p} - T_0^{\,n} - t_{01} \,] = \max [\, 0 , 5 - 0 - 5 \,] = 0$,

$R_н(0,2) = \max [\, 0 , T_2^{\,p} - T_0^{\,n} - t_{02} \,] = \max [\, 0 , 3 - 0 - 3 \,] = 0$,

$R_н(0,3) = \max [\, 0 , T_3^{\,p} - T_0^{\,n} - t_{03} \,] = \max [\, 0 , 10 - 0 - 10 \,] = 0$,

$R_н(1,4) = \max [\, 0 , T_4^{\,p} - T_1^{\,n} - t_{14} \,] = \max [\, 0 , 13 - 7 - 7 \,] = 0$,

$R_н(2,3) = \max [0 , T_3^{\,p} - T_2^{\,n} - t_{23} \,] = \max [\, 0 , 10 - 4 - 0 \,] = 6$,

$R_н(2,4) = \max [\, 0 , T_4^{\,p} - T_2^{\,n} - t_{24} \,] = \max [\, 0 , 13 - 4 - 10 \,] = 0$,

$R_н(3,5) = \max [\, 0 , T_5^{\,p} - T_3^{\,n} - t_{35} \,] = \max [0, 19 - 10 - 9]= 0$,

$R_н(4,5) = \max [\, 0 , T_5^{\,p} - T_4^{\,n} - t_{45} \,] = \max [\, 0 , 19 - 14 - 5 \,] = 0$.

Гарантированный резерв времени для работ: $R_г(0,1) = T_1^{\,n} - T_0^{\,n} - t_{01} = 7 - 0 - 5 = 2$, $R_г(0,2) = T_2^{\,n} - T_0^{\,n} - t_{02} = 4 - 0 - 3 = 1$, $R_г(0,3) = T_3^{\,n} - T_0^{\,n} - t_{03} = 10 - 0 - 10 = 0$, $R_г(1,4) = T_4^{\,n} - T_1^{\,n} - t_{14} = 14 - 7 - 7 = 0$, $R_г(2,3) = T_3^{\,n} - T_2^{\,n} - t_{23} = 10 - 4 - 0 = 6$, $R_г(2,4) = T_4^{\,n} - T_2^{\,n} - t_{24} = 14 - 4 - 10 = 0$, $R_г(3,5) = T_5^{\,n} - T_3^{\,n} - t_{35} = 19 - 10 - 9 = 0$, $R_г(4,5) = T_5^{\,n} - T_4^{\,n} - t_{45} = 19 - 14 - 5 = 0$.

Рассмотрим теперь случай сетевого графика, построенного по принципу «вершина – работа». В качестве временных параметров вычисляются ранние и поздние сроки начала и завершения работ, суммарный, свободный, независимый и гарантированный резервы времени.

Для раннего срока $T_н^p(i)$ начала i-ой работы используется формула

$$T_i^p(i) = \begin{cases} 0,\ i = 0, \\ \max\limits_{j \in O^-(i)} [T_i^p(j) + t_j],\ i = \overline{1,n}. \end{cases}$$

Здесь t_j – время выполнения j-ой работы.

Ранний срок завершения работы $T_з^p(i) = T_н^p(i) + t_i$.

Поздний срок завершения работы вычисляется по формуле

$$T_ç^n(i) = \begin{cases} T_ç^p(n),\ i = n, \\ \min\limits_{j \in O^+(i)} [T_i^n(j) - t_j],\ i = n-1, 0. \end{cases}$$

Поздний срок начала работы $T_н^n(i) = T_з^n(i) - t_i$.

Суммарный резерв времени i-ой работы: $R_c(i) = T_н^n(i) - T_н^p(i) = T_з^n(i) - T_з^p(i)$.

Свободный резерв времени

$$R_{ñâ}(i) = \min\limits_{j \in O^+(i)} [T_i^ð(j) - T_ç^ð(i)]$$

.

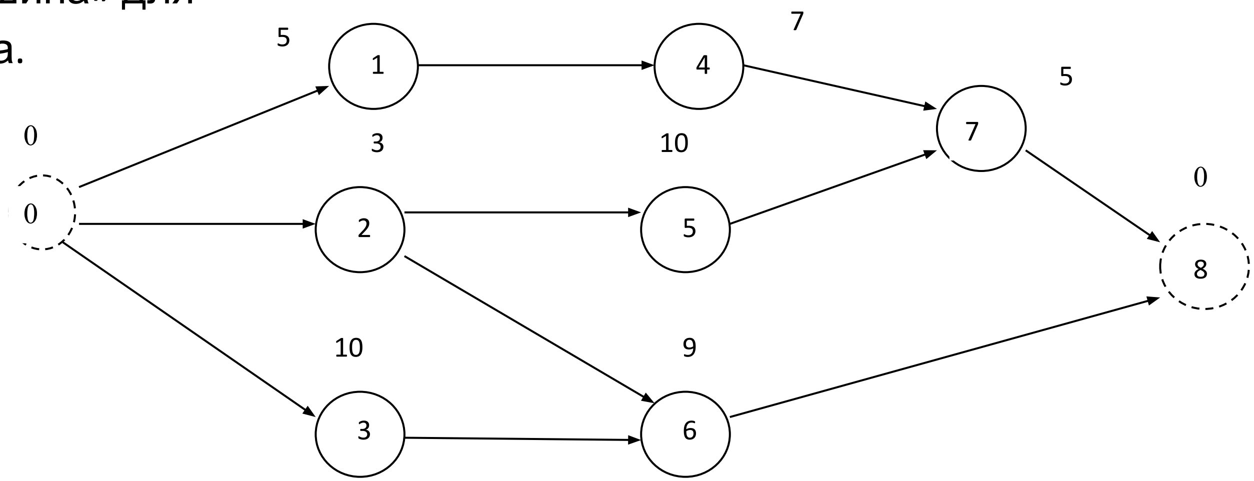
$$R_í(i) = \max\{0\ ;\ \min\limits_{j \in O^+(i)} T_i^p(j) - \max\limits_{z \in O^-(i)} [T_ç^n(z) + t_i]\}$$

Независимый резерв времени .

$$R_ã(i) = T_ç^n(i) - \max\limits_{j \in O^-(i)} [T_ç^n(j) + t_i]$$

Гарантированный резерв времени .

Рассмотрим вариант сетевого графика, построенного по принципу «работа – вершина» для примера.



Ранние сроки начала работ: $T_н^р(0) = 0$, $T_н^р(1) = T_н^р(2) = T_н^р(3) = T_н^р(0) + t_0 = 0 + 0 = 0$, $T_н^р(4) = T_н^р(1) + t_1 = 0 + 5 = 5$, $T_н^р(5) = T_н^р(2) + t_2 = 0 + 3 = 3$,
$T_н^р(6) = \max [\, T_н^р(2) + t_2 ,\, T_н^р(3) + t_3 \,] = \max [\, 0 + 3 ,\, 0 + 10 \,] = 10$,
$T_н^р(7) = \max [\, T_н^р(4) + t_4 ,\, T_н^р(5) + t_5 \,] = \max [\, 5 + 7 ,\, 3 + 10 \,] = 13$,
$T_н^р(8) = \max [\, T_н^р(6) + t_6 ,\, T_н^р(7) + t_7 \,] = \max [\, 10 + 9 ,\, 13 + 5 \,] = 19$.

Ранние сроки завершения работ: $T_з^р(0) = 0$, $T_з^р(1) = T_н^р(1) + t_1 = 0 + 5 = 5$, $T_з^р(2) = T_н^р(2) + t_2 = 0 + 3 = 3$, $T_з^р(3) = T_н^р(3) + t_3 = 0 + 10 = 10$, $T_з^р(4) = T_н^р(4) + t_4 = 5 + 7 = 17$, $T_з^р(5) = T_н^р(5) + t_5 = 3 + 10 = 13$, $T_з^р(6) = T_н^р(6) + t_6 = 10 + 9 = 19$, $T_з^р(7) = T_н^р(7) + t_7 = 13 + 5 = 18$, $T_з^р(8) = T_н^р(8) + t_8 = 19 + 0 = 19$. Критическое время равно $T_з^р(8) = 19$.

Поздние сроки завершения работ: $T_з^п(8) = T_з^р(8) = 19$, $T_з^п(7) = T_з^п(8) - t_8 = 19 - 0 = 19$, $T_з^п(6) = T_з^п(8) - t_8 = 19 - 0 = 19$, $T_з^п(5) = T_з^п(7) - t_7 = 19 - 5 = 14$, $T_з^п(4) = T_з^п(7) - t_7 = 19 - 5 = 14$, $T_з^п(3) = T_з^п(6) - t_6 = 19 - 9 = 10$, $T_з^п(2) = \min [\ T_з^п(6) - t_6\ ,\ T_з^п(5) - t_5\ ] = \min [\ 19 - 9\ ,\ 14 - 10\ ] = 4$,
$T_з^п(1) = T_з^п(4) - t_4 = 14 - 7 = 7$,
$T_з^п(0) = \min [\ T_з^п(3) - t_3\ ,\ T_з^п(2) - t_2\ ,\ T_з^п(1) - t_1\ ] = \min [\ 10 - 10\ ,\ 4 - 3\ ,\ 7 - 5\ ] = 0$.

Поздние сроки начала работ: $T_н^п(8) = T_з^п(8) - t_8 = 19 - 0 = 19$, $T_н^п(7) = T_з^п(7) - t_7 = 19 - 5 = 14$, $T_н^п(6) = T_з^п(6) - t_6 = 19 - 9 = 10$, $T_н^п(5) = T_з^п(5) - t_5 = 14 - 10 = 4$, $T_н^п(4) = T_з^п(4) - t_4 = 14 - 7 = 7$, $T_н^п(3) = T_з^п(3) - t_3 = 10 - 10 = 0$, $T_н^п(2) = T_з^п(2) - t_2 = 4 - 3 = 1$, $T_н^п(1) = T_з^п(1) - t_1 = 7 - 5 = 2$,
$T_н^п(6) = T_з^п(0) - t_0 = 0 - 0 = 0$.

Суммарные резервы времени для работ: $R_с(0) = T_н^п(0) - T_н^р(0) = 0 - 0 = 0$, $R_с(1) = T_н^п(1) - T_н^р(1) = 2 - 0 = 2$, $R_с(2) = T_н^п(2) - T_н^р(2) = 1 - 0 = 1$, $R_с(3) = T_н^п(3) - T_н^р(3) = 10 -10 = 0$, $R_с(4) = T_н^п(4) - T_н^р(4) = 7 - 5 = 2$, $R_с(5) = T_н^п(5) - T_н^р(5) = 4 - 3 = 1$, $R_с(6) = T_н^п(6) - T_н^р(6) = 10 - 10 = 0$, $R_с(7) = T_н^п(7) - T_н^р(7) = 14 - 13 = 1$, $R_с(8) = T_н^п(8) - T_н^р(8) = 19 - 19 = 0$.

Свободный резерв времени: $R_{св}(0) = \min [\ T_н^р(1) - T_з^р(0)\ ,\ T_н^р(2) - T_з^р(0)\ ,$
$T_н^р(3) - T_з^р(0)\ ] = \min [\ 0 - 0\ ,\ 0 - 0\ ,\ 0 - 0\ ] = 0$,
$R_{св}(1) = T_н^р(4) - T_з^р(1) = 5 - 5 - 0$, $R_{св}(2) = \min [\ T_н^р(5) - T_з^р(2)\ ,$
$T_н^р(6) - T_з^р(2)\ ] = \min [\ 3 - 3\ ,\ 10 - 3\ ] = 0$, $R_{св}(3) = T_н^р(6) - T_з^р(3) = 10 - 10 = 0$,
$R_{св}(4) = T_н^р(7) - T_з^р(4) = 13 - 12 = 1$, $R_{св}(5) = T_н^р(7) - T_з^р(5) = 13 - 13 = 0$,
$R_{св}(6) = T_н^р(8) - T_з^р(6) = 19 - 19 = 0$, $R_{св}(7) = T_н^р(8) - T_з^р(7) = 19 - 18 = 1$, $R_{св}(8) = 0$.

Независимый резерв времени: $R_н(0) = \max\{ 0 , \min [T_н^р(1) , T_н^р(2) , T_н^р(3)] \} =$ $=\max \{ 0 , \min [0 , 0 , 0]\} = 0$, $R_н(1) = \max\{ 0 , T_н^р(4) - T_з^п(0) - t_1 \} = \max \{ 0 , 5 -0 - 5 \} = 0$,
$R_н(2) = \max\{ 0 , \min [T_н^р(5) , T_н^р(6)] - T_з^п(0) - t_2 \} = \max\{ 0 , \min [3 , 10] – 0 - 3 \} = 0$,
$R_н(3) = \max\{ 0 , T_н^р(6) - T_з^п(0) - t_3 \} = \max \{ 0 , 10 - 0 - 10 \} = 0$,
$R_н(4) = \max\{ 0 , T_н^р(7) - T_з^п(1) – t_4 \} = \max \{ 0 , 13 - 7 - 7 \} = 0$,
$R_н(5) = \max\{ 0 , T_н^р(7) - T_з^п(2) – t_5 \} = \max \{ 0 , 13 - 4 - 10 \} = 0$,
$R_н(6) = \max\{ 0 , T_н^р(8) – \max [T_з^п(2) + t_6 , T_з^п(3) + t_6 \} = \max \{ 0 , 19 – \max [4 + 9 , 10 +9] \} = 0$,
$R_н(7) = \max\{ 0 , T_н^р(8) – \max [T_з^п(4) + t_7 , T_з^п(5) + t_7 \} = \max \{ 0 , 19 – \max [14 + 5 , 4 +10] \} = 0$,
$R_н(8) = 0$.

Гарантированный резерв времени: $R_г(0) = T_з^п(0) = 0$, $R_г(1) = T_з^п(1) - T_з^п(0) – t_1 = 7 – 0 – 5 = 2$,
$R_г(2) = T_з^п(2) - T_з^п(0) – t_2 = 4 – 0 – 3 = 1$, $R_г(3) = T_з^п(3) - T_з^п(0) – t_3 = 10 – 0 – 10 = 0$,
$R_г(4) = T_з^п(4) - T_з^п(1) – t_4 = 14 – 7 – 7 = 0$, $R_г(5) = T_з^п(5) - T_з^п(2) – t_5 = 14 – 4 – 10 = 0$,
$R_г(6) = T_з^п(6) – \max [T_з^п(2) + t_6 , T_з^п(3) + t_6] = 19 – \max [4 + 9 , 10 + 9] = 0$,
$R_г(7) = T_з^п(7) – \max [T_з^п(4) + t_7 , T_з^п(5) + t_7] = 19 – \max [14 + 5 , 14 + 5] = 0$, $R_г(8) = 0$.