

# Решение олимпиадных задач



**ЧЕТНОСТЬ**



4. Если предметы можно **разбить на пары**, то их количество **четно**.

5. Сумма любого количества четных чисел четна.

6. Сумма четного числа нечетных чисел четна;  
сумма нечетного числа нечетных чисел нечетна.

7. Разность двух четных чисел – четна.

Разность двух нечетных - четна.

Разность четного и нечетного чисел в любом порядке – нечетна.

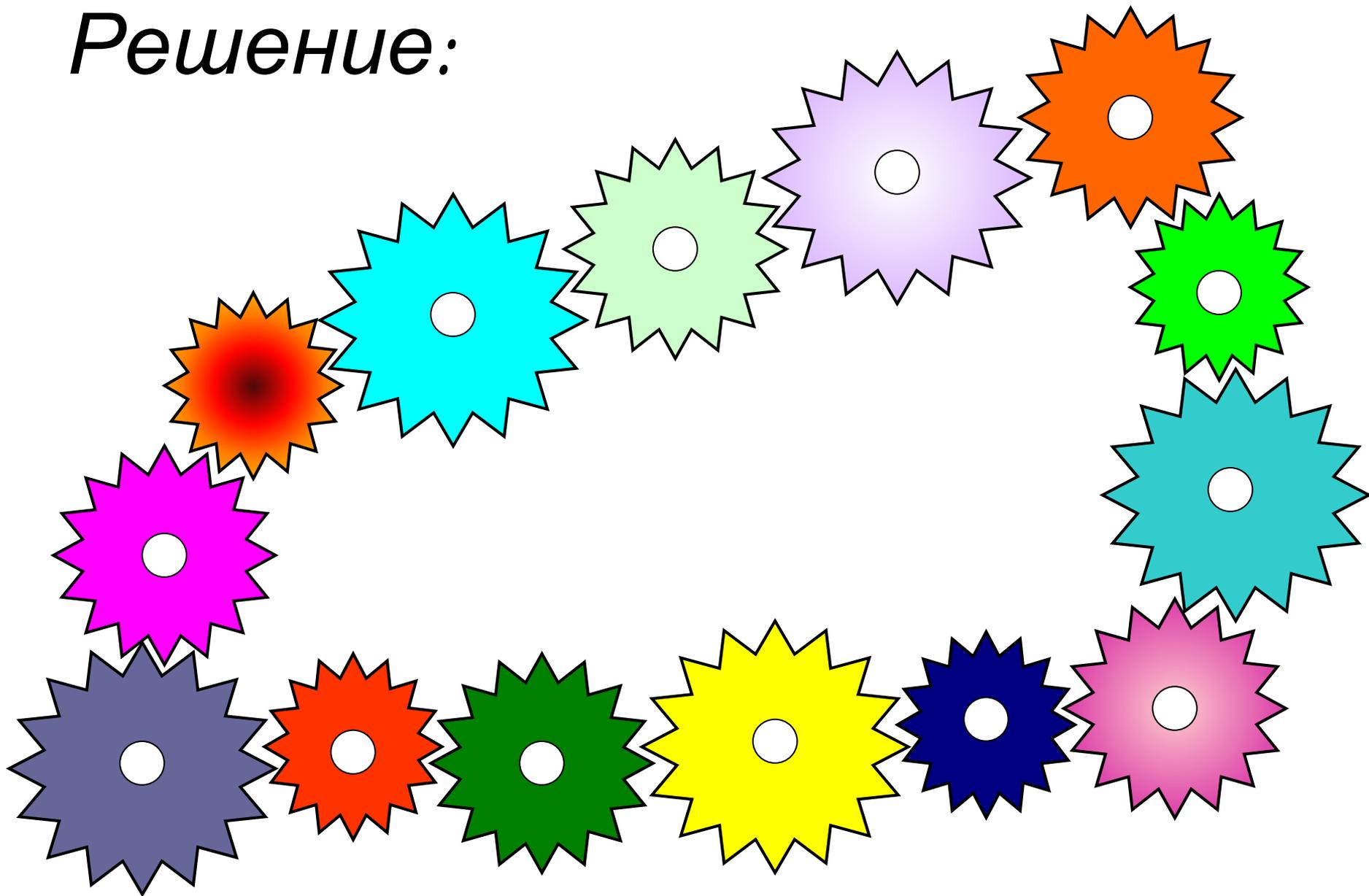
**Задача 1. На плоскости расположено 13 шестеренок, соединенных по цепочке. Могут ли все шестеренки вращаться одновременно?**

**А если шестеренок 14?**

Решение:

1-	2-	3-	4-	5-	6-	7-	8-	9-	10	11	12	13	14
я	я	я	я	я	я	я	я	я	-я	-я	-я	-я	-я
													

*Решение:*



**Задача 2. 16 корзин расположили по кругу.**

**Можно ли в них расположить 55 арбузов так, чтобы количество арбузов в любых двух соседних корзинах отличалось на 1?**

Решение.

1-я	2-я	3-я	4-я	5-я	6-я	7-я	8-я	9-я	10-я	11-я	12-я	13-я	14-я	15-я	16-я
Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н	Ч	Н

$$\underbrace{Ч+Ч+\dots+Ч}_{8 \text{ - раз}} = Ч$$

8 - раз

$$\underbrace{Н+Н+\dots+Н}_{8 \text{ - раз}} = Ч$$

8 - раз

$$Ч+Ч=Ч$$

По условию всего арбузов – **55**, а это **нечетное** число.

Значит, разложить нельзя.

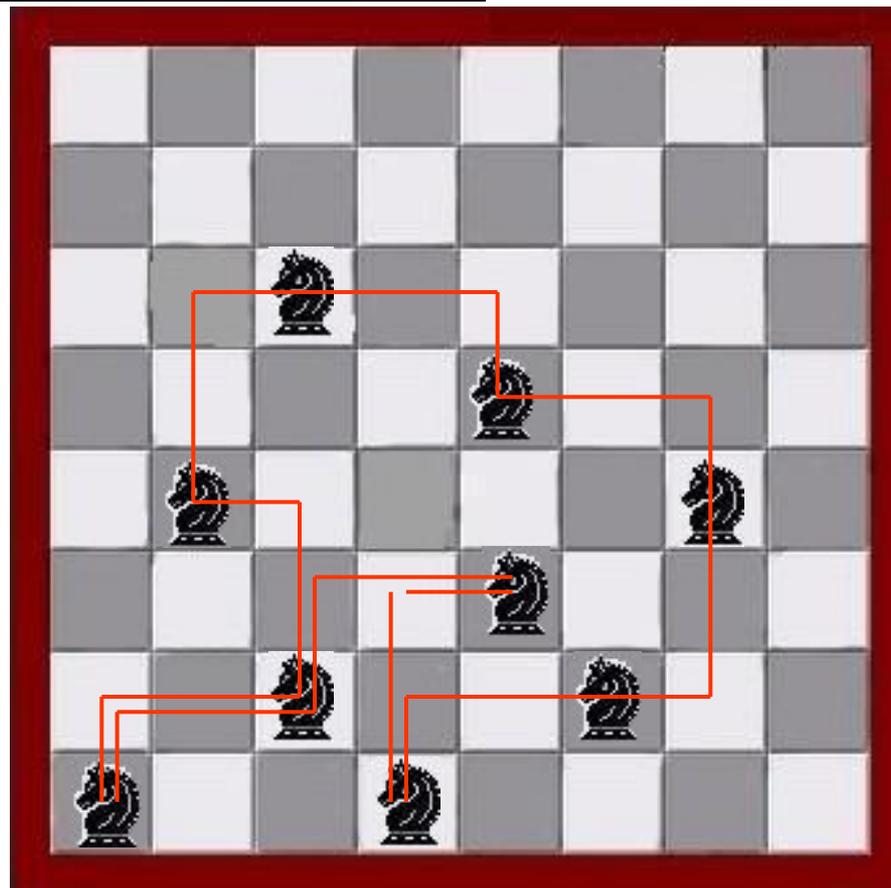
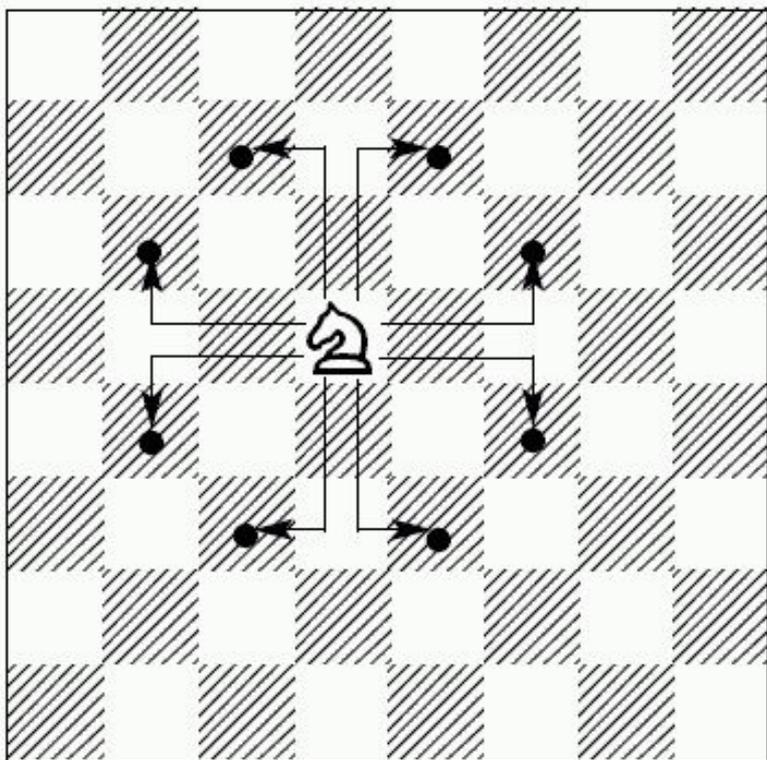
**Задача 3. Учитель написал на листе бумаги число 10. 25 учеников передают листок друг другу, и каждый прибавляет к числу или отнимает от него единицу - как хочет. Может ли в результате получиться число ноль?**

<b>I раз</b>				
<b>Было</b>	10	<b>Четное</b>		
<b>Стало</b>	11 или 9	<b>Нечетное</b>		
<b>II раз</b>				
<b>Было</b>	11	9	<b>Нечетное</b>	
<b>Стало</b>	12 или 10	10 или 8	<b>Четное</b>	
<b>III раз</b>				
<b>Было</b>	12	10	8	<b>Четное</b>
<b>Стало</b>	13 или 11	11 или 9	9 или 7	<b>Нечетное</b>
...	...	...	...	...

Поэтому, если **25** раз (**нечетное число**) менять характер четности числа 10, то в результате получится **нечетное** число.

Следовательно, число **0** получится не может.

**Задача 4. Шахматный конь вышел с поля  $a1$  и через несколько ходов вернулся на него. Докажите, что он сделал четное число ходов.**



## Задача 5. Разность двух целых чисел умножили на их произведение.

Могло ли получиться число **45 045** ?

Решение:

Пусть  $45\ 045 = (x-y) \cdot x \cdot y$ .

*Рассмотрим случаи:*

### 1. **x- четное, y- четное**

$(x-y)$ - четное и  $x \cdot y$ - четное, а произведение двух четных чисел четно, поскольку 45 045 число нечетное, то этот вариант невозможен.

### 2. **x-нечетное, y- четное** или **y – нечетное, x-четное**

$(x-y)$ -нечетное и  $x \cdot y$ - четное, а произведение нечетного и четного чисел четно, поскольку 45 045 число нечетное, то этот вариант невозможен.

### 3. **x-нечетное, y- нечетное**

$(x-y)$ - четное и  $x \cdot y$ -нечетное, а произведение нечетного и четного чисел четно, поскольку 45 045 число нечетное, то этот вариант невозможен.

Вывод: **Не могло получиться 45 045.**

**Задача 6. На доске записано 15 чисел: 8 нулей и 7 единиц. Вам предлагается 14 раз подряд выполнить такую операцию: зачеркнуть любые два числа и если они одинаковые, то допишите к оставшимся числам ноль, а если они разные, то единицу. Какое число останется на доске?**

	I вариант		II вариант		III вариант	
<b>Вид числа</b>	«0»	«1»	«0»	«1»	«0»	«1»
<b>Было</b>	8	7	8	7	8	7
<b>Сумма всех чисел</b>	7		7		7	
<b>Вычеркнули</b>	-2			-2	-1	-1
<b>Дописали</b>	1		1			1
<b>Стало</b>	7	7	9	5	7	7
<b>Сумма всех чисел</b>	7		5		7	
<b>Количество чисел</b>	14		14		14	



***Спасибо за***