Тема: Автогенераторы гармонических колебаний.

Кафедра Радиоэлектроники.

Преподаватель:
Лазаренко
Сергей Валерьевич.

Учебные вопросы:

1. Автоколебательные цепи. Энергетика автоколебаний.

2. Дифференциальное уравнение генератора. Условия самовозбуждения.

3. Трехточечные автогенераторы.

4. Однокаскадный –генератор.

5. Стационарный режим автогенератора.

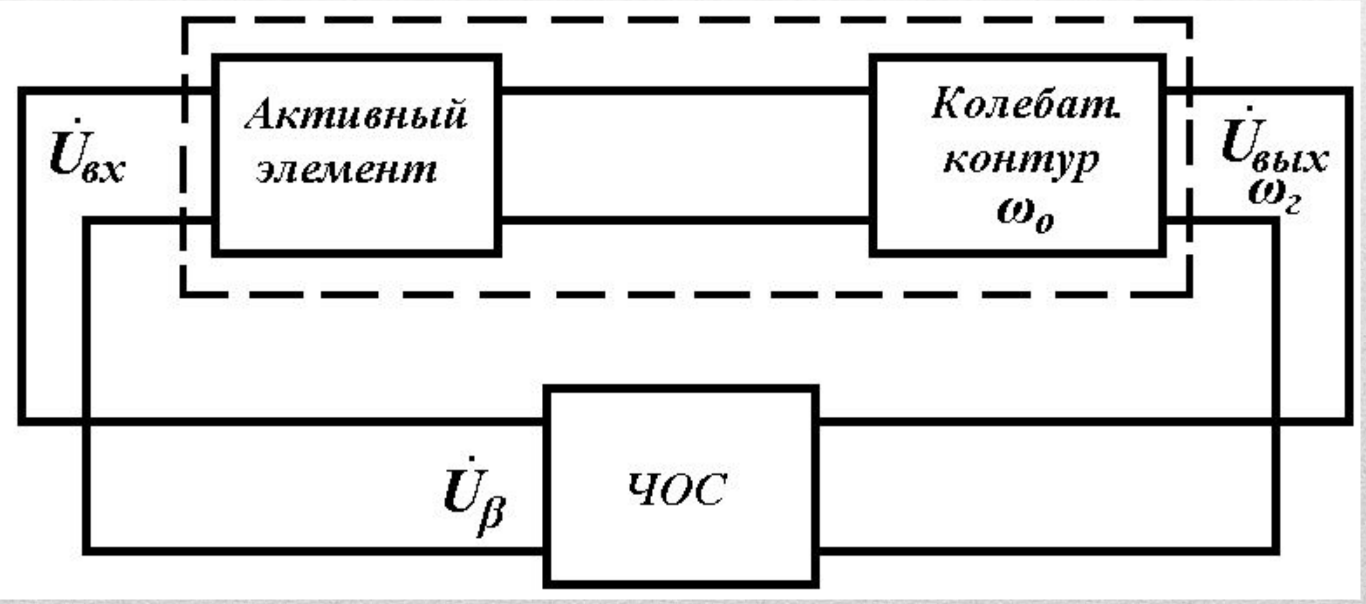
6. Квазилинейный метод.

7. Мягкий и жесткий режимы самовозбуждения.

1. Автоколебательные цепи. Энергетика автоколебаний.

Электрическая цепь, в которой устанавливаются незатухающие электрические колебания без всякого периодического воздействия извне, называется автоколебательной цепью (автогенератором, генератором с самовозбуждением).

На этапе установления колебаний основную роль играет нелинейность устройства, без учета которой нельзя определить параметры стационарного режима автогенератора.



Назначение нелинейного усилителя рассмотрено выше. Колебательный контур, обладающий частотной избирательностью, вместе с четырехполюсником ОС обеспечивает условия для генерации колебаний (условия баланса фаз и амплитуд) только на одной частоте $\omega_Г \approx \omega_0$, а также фильтрацию (подавление) высших гармоник.

При исследовании и расчете автогенераторов можно выделить три основные задачи:

1) анализ условий самовозбуждения;

2) определение стационарных режимов (формы, амплитуда и частоты генерируемых колебаний) и анализ их устойчивости;

3) исследование процессов установления колебаний. Для решения этих задач разработано большое количество различных методов. При этом исследование 1-й задачи проводят на основе линейной трактовки процесса, 2-й задачи - на основе квазилинейной трактовки, 3-й задачи - на основе нелинейной теории.

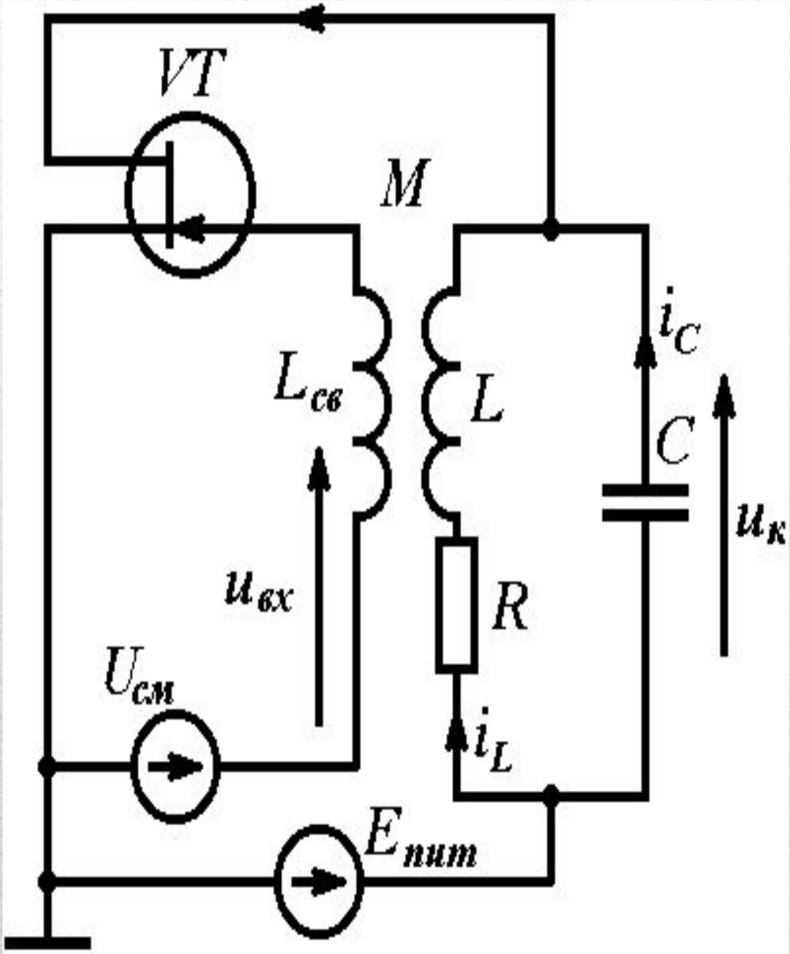
2. Дифференциальное уравнение генератора. Условия самовозбуждения.

Составим дифференциальное уравнение генератора, учитывающее только переменные составляющие токов и напряжений. С целью упрощения расчетов используем два допущения:

1) входной ток полевого транзистора Т считаем равным нулю, что достигается подачей во входную цепь надлежащего напряжения смещения $U_{см}$;

2) пренебрегаем влиянием выходного напряжения усилителя на ток i , считая его зависящим только от входного напряжения.

Принятые допущения несколько снижают точность расчетов, однако не влияю на характер получающихся зависимостей.



Согласно первому закону Кирхгофа ток в выходной цепи

$$i = i_L + i_C = i_L + C\frac{du_k}{dt} = i_L + C\frac{d}{dt}\left(R\,i_L + L\frac{di_L}{dt}\right) = i_L + RC\frac{di_L}{dt} + LC\frac{d^2 i_L}{dt^2}. \qquad (1)$$

В рассматриваемой схеме напряжение $u_{вх}$ является напряжением обратной связи и равно

$$u_{BX} = M\frac{di_L}{dt}$$

Где M - взаимная индуктивность схемы. Поэтому $i = SM\dfrac{di_L}{dt}$ (2)

Приравняв правее части уравнений (1) и (2) и обозначив $\omega_0^2 = 1/LC$, после несложных преобразований приходим к уравнению

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{L}\left(R - \frac{SM}{C}\right)\frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = 0 \qquad (3)$$

Выясним условия самовозбуждения генератора. На начальном этапе запуска, пока амплитуда колебаний мала, нелинейность характеристики транзистора еще не проявляется, и автогенератор можно рассматривать как линейную цепь.

Поэтому процессы в нем будут описываться линейным дифференциальным уравнением

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{L}\left(R - \frac{S_0 M}{C}\right)\frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = 0 \qquad (4)$$

Где S_0 - крутизна характеристики транзистора в начальной рабочей точке.

Вводя обозначение

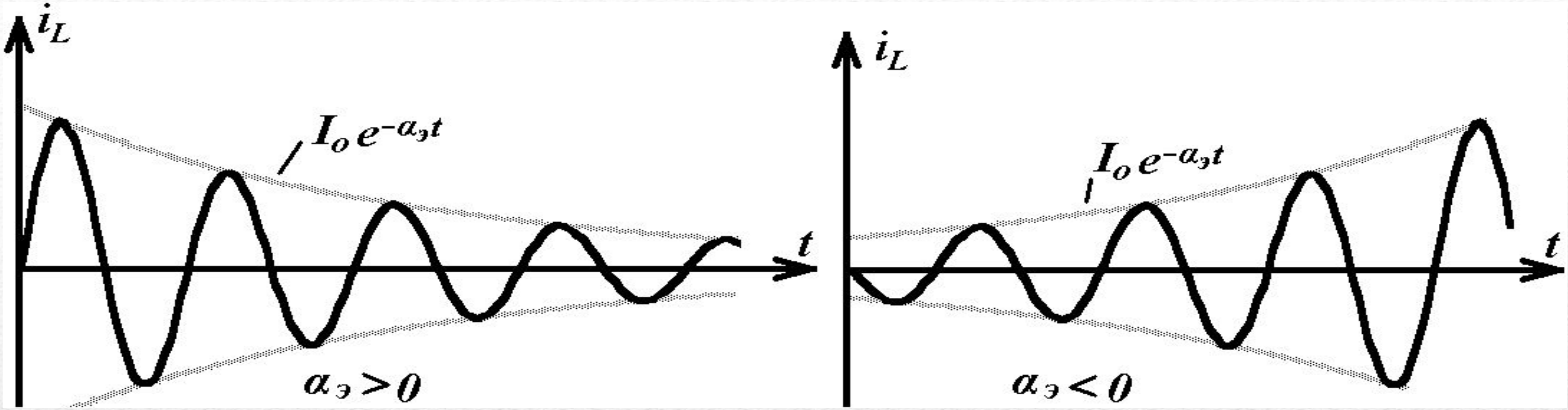
$$\alpha_Э = \frac{1}{2L}\left(R - \frac{MS_0}{C}\right)$$

уравнение (4) приведем к виду: $$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 2\alpha_Э \frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = 0 \qquad (5)$$

Полученное уравнение по форме совпадает с дифференциальным уравнением колебательного контура в режиме свободных колебаний, решение которого, как известно, имеет вид:

$$i_L(t) = I_0 e^{-\alpha_Э t}\cos(\omega_0 t + \theta_0) \qquad (6)$$

Где I_0 и θ_0 - амплитуда и фаза, зависящие от начальных условий;
$a_э$ - эквивалентный коэффициент затухания.



Характер изменения амплитуды колебаний зависит от знака $a_э$:
если $a_э>0$, колебания со временем затухают, если $a_э<0$, амплитуда колебаний нарастает.

Условия самовозбуждения генератора $M > M_{кр} = \dfrac{RC}{S_0}$ (7)

В рамках допущений, принятых при выводе уравнения генератора, коэффициент обратной связи

$$\beta = \frac{\dot{U}_{BX}}{\dot{U}_k} = \frac{j\omega M \dot{I}_L}{(R + j\omega L)\dot{I}_L} \approx \frac{M}{L}$$

а коэффициент усиления усилителя $K_0 = S_0 Z_{ЭР} = S_0 \dfrac{\rho^2}{R} = \dfrac{S_0 L}{CR}$ (8)

Условие самовозбуждения (8) идентично более общему условию

$$\beta K_0 > 1$$

Ранее мы рассматривали механизм самовозбуждения автогенератора с энергетической точки зрения. Однако можно дать и иное объяснение действию ОС в генераторе. Для этого перепишем условие самовозбуждения в виде

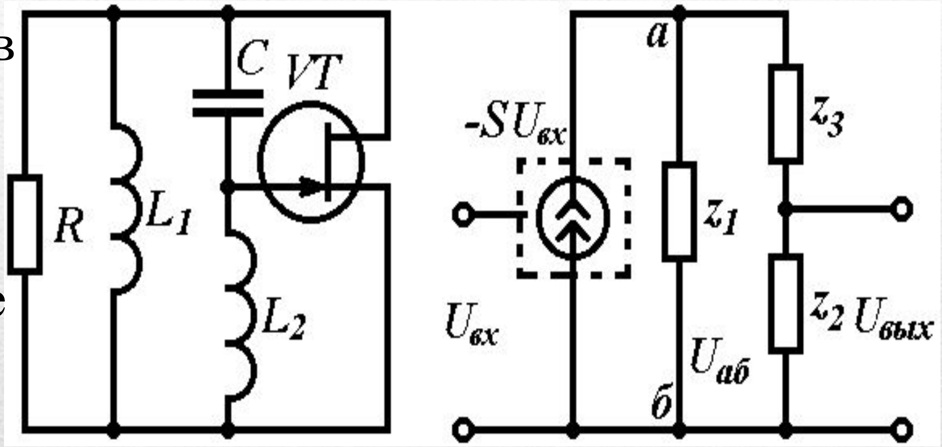
$$R - \frac{S_0 M}{C} < 0$$

Слагаемое S_0M/C имеет размерность (Ом) и поэтому его можно трактовать как отрицательное сопротивление, вносимое в колебательный контур усилителем с ПОС. С учетом сказанного величина $(R\text{-}S_0M/C)$ есть результирующее сопротивление потерь контура $R_э$. Поэтому условие самовозбуждения генератора, с этой точки зрения, состоит в том, что результирующее сопротивление потерь контура становится отрицательным: $R_э<0$.

3. Трехточечные автогенераторы.

На практике вместо автогенераторов с трансформаторной связью чаще используют так называемые автогенераторы-трехточки, в которых напряжение обратной связи снимается с части колебательного контура.

Если $\dot{U}_{вх}$ и $\dot{U}_{вых}$ - изображения сигналов на входе и выходе при разомкнутой цепи обратной связи, так что известна передаточная функция $K(p) = \dot{U}_{вых} / \dot{U}_{вх}$, то характеристическое уравнение, описывающее замкнутую цепь, как известно, имеет вид



$$K(p) = 1 \qquad (9)$$

Для того чтобы найти функцию *K(p)*, учтем, что напряжение $\dot{U}_{аб}$, на зажимах контура возникает за счет тока — $S_0\dot{U}_{вх}$, проходящего через последовательно-параллельно соединенные элементы Z_1,Z_2, и Z_3:

$$\dot{U}_{аб} = \frac{-S_0\dot{U}_{ВХ} Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

Поскольку

$\dot{U}_{вых} = \dot{U}_{аб} Z_2 /(Z_2 + Z_3)$

характеристическое уравнение (10) приобретает вид $\dfrac{-S_0 Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = 1$ (10)

В данном случае $Z_1 = \dfrac{pL_1 R}{pL_1 + R}$ $\quad Z_2 = pL_2 \quad Z_3 = \dfrac{1}{pC}$

Подставив эти выражения в (11) и выполнив несложные алгебраические преобразования, получим характеристическое уравнение замкнутой системы:

$$p^3 (S_0 + \frac{1}{R}) L_1 L_2 C + p^2 (L_1 + L_2) C + \frac{pL_1}{R} + 1 = 0. \qquad (11)$$

Цепь будет неустойчивой, если определитель Гурвица отрицателен:

$$D_2 = \begin{vmatrix} (L_1 + L_2) C & \left(S_0 + \dfrac{1}{R}\right) L_1 L_2 C \\ 1 & \dfrac{L_1}{R} \end{vmatrix} < 0 \quad \text{или} \quad L_2 (S_0 + 1/R) > (L_1 + L_2)/R$$

Отсюда находим условие самовозбуждения данного автогенератора:

$$RS_0 > L_1 / L_2 \qquad (12)$$

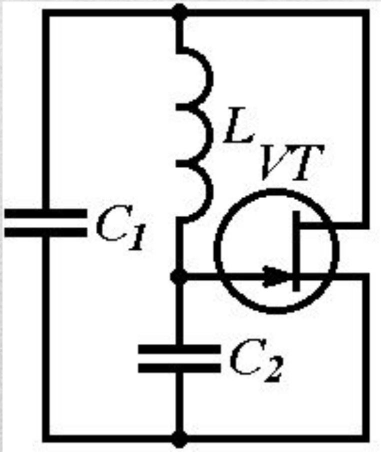
Из физических соображений ясно, что трехточечный автогенератор самовозбуждается на резонансной частоте

$$\omega_{рез} = 1/\sqrt{(L_1 + L_2)C}$$

В самом деле, на этой частоте сопротивление нагрузки электронного прибора $Z_{аб}=Z_{эр}$ вещественно; комплексная амплитуда напряжения $\dot{U}_{аб} = -S_0\dot{U}_{вх}Z_{эр}$ сдвинута по фазе на 180° относительно $\dot{U}_{вх}$. В контуре наблюдается резонанс токов, элементы L_1 и L_2 обтекаются одним и тем же контурным током. Поэтому

$$\dot{U}_{ВЫХ} = -\dot{U}_{аб}(L_2 / L_1) = (L_2 / L_1)S_0 Z_{эр}\dot{U}_{вх}$$

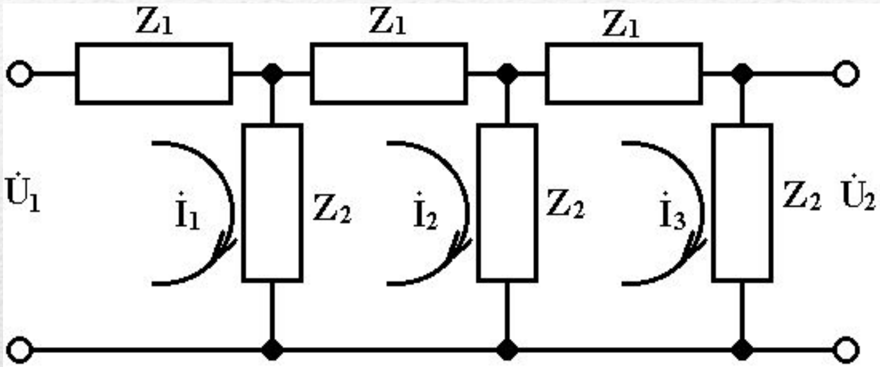
Напряжения $\dot{U}_{вх}$ и $\dot{U}_{вых}$ совпадают по фазе, так что при выполнении
условия (12) автогенератор действительно самовозбуждается.

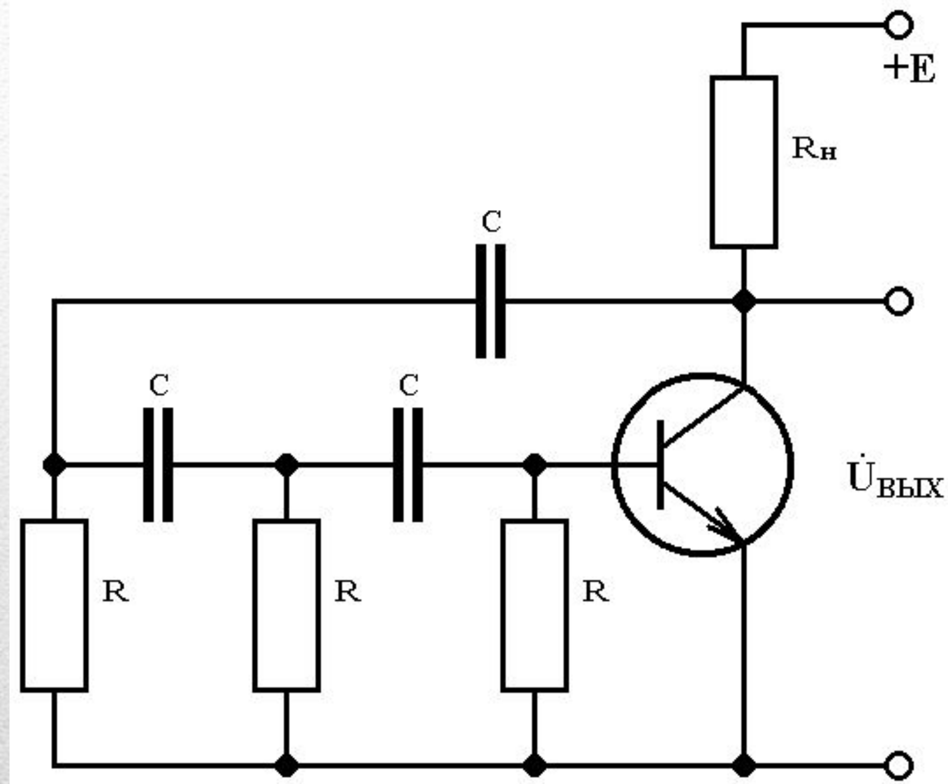


Другим вариантом схемы трехточечного автогенератора является так называемая емкостная трехточка, в которой напряжение обратной связи снимается с емкостного делителя, образованного конденсаторами C_1 и C_2. Анализ условий самовозбуждения такой схемы проводится аналогично описанному ранее.

4. Однокаскадный –генератор.

Получим вначале выражение для комплексного коэффициента передачи в общем случае





По определению комплексный коэффициент передачи четырехполюсника равен

$$\dot{K}(\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$$

Для того, чтобы выразить $\dot{U}_2$ через $\dot{U}_1$, используем метод контурных токов, поскольку контурный ток $\dot{I}_3$ и создает на сопротивлении Z_2 напряжение $\dot{U}_2$.

Система уравнений для этого случая запишется следующим образом

$$\begin{cases} \dot{I}_1\left(Z_1+Z_2\right)-\dot{I}_2 Z_2=\dot{U}_1 \\ -\dot{I}_1 Z_2+\dot{I}_2\left(Z_1+2Z_2\right)-\dot{I}_3 Z_2=0 \\ -\dot{I}_2 Z_2+\dot{I}_3\left(Z_1+2Z_2\right)=0 \end{cases}$$

Определитель системы равен

$$\Delta=\begin{vmatrix} Z_1+Z_2 & -Z_2 & 0 \\ -Z_2 & Z_1+2Z_2 & -Z_2 \\ 0 & -Z_2 & Z_1+2Z_2 \end{vmatrix}=6Z_1Z_2^2+5Z_1^2Z_2+Z_1^3+Z_2^3$$

Определитель тока $\dot{I}_3$ равен

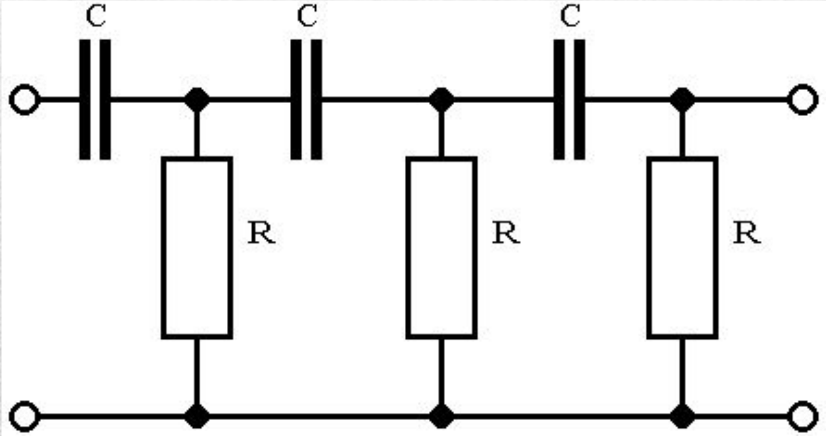
$$\Delta_3=\begin{vmatrix} Z_1+Z_2 & -Z_2 & \dot{U}_1 \\ -Z_2 & Z_1+2Z_2 & 0 \\ 0 & -Z_2 & 0 \end{vmatrix}=\dot{U}_1 Z_2^2$$

Отсюда ток $\dot{I}_3$ равен $\dot{I}_3 = \dfrac{\dot{U}_1 Z_2^2}{6Z_1Z_2^2 + 5Z_1^2Z_2 + Z_1^3 + Z_2^3}$

Следовательно, напряжение равно $\dot{U}_2 = \dfrac{\dot{U}_1 Z_2^3}{6Z_1Z_2^2 + 5Z_1^2Z_2 + Z_1^3 + Z_2^3}$

Тогда комплексный коэффициент передачи четырехполюсника обратной связи определится выражением

$$\dot{\beta} = \frac{Z_2^3}{6Z_1Z_2^2 + 5Z_1^2Z_2 + Z_1^3 + Z_2^3} \qquad (13)$$



$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C} \qquad Z_2 = R$$

Подставляя эти значения в выражение (13), получим

$$\beta = \frac{R^3}{\left(\frac{5R}{\omega^2 C^2} - R^3\right) + j\frac{1}{\omega C}\left(6R^2 - \frac{1}{\omega^2 C^2}\right)} \qquad (14)$$

В выражении (14) учтен поворот фазы сигнала на *П*.
На частоте генерации дополнительных фазовых сдвигов четырехполюсник не вносит, значит, мнимая часть знаменателя выражения (14) должна быть равна нулю. Из этого условия найдем частоту генерации

$$6R^2 - \frac{1}{\omega_г^2 C^2} = 0 \quad \text{или} \quad \omega_г = \frac{1}{\sqrt{6}RC}$$

На этой частоте коэффициент передачи - действительная величина, равная

$$\beta = \frac{R^3}{\left(\frac{5R}{\omega_г^2 C^2} - R^3\right)} = \frac{1}{29}$$

Следовательно, для выполнения баланса амплитуд усилительный каскад должен иметь коэффициент усиления $K_0 \geq 29$, что может быть реализовано, например, с помощью любого *p-n-p* транзистора.

5. Стационарный режим автогенератора.

Стационарные амплитуды напряжений и токов, можно найти лишь при условии учета нелинейности характеристики транзистора.При увеличении "размаха" колебаний усилительные способности транзистора ухудшаются и нарастание колебаний в конце концов прекращается.В установившемся состоянии автогенератор создает электрические колебания, форма которых из-за влияния нелинейности в какой-то степени отличается от косинусоидальной. Если нагрузкой генератора является колебательный контур с высокой добротностью, можно полагать, что напряжение на контуре, на входе транзистора, изменяется во времени по гармоническому закону. Влиянием высших гармонических составляющих выходного тока транзистора можно пренебречь.Это означает, что вместо обычной крутизны S , которая является функцией мгновенного напряжения на входе транзистора, можно воспользоваться средней крутизной:

$$S_{cp} = \frac{I_{m1}}{U_{m\,вх}}$$

Где I_{ml} - амплитуда первой гармоники выходного тока транзистора;

$U_{mвх}$ - амплитуда входного напряжения.

Средняя крутизна в пределах одного периода колебаний считается постоянной (система как бы линейна). Вместе с тем S_{cp} является функцией амплитуды колебаний, т.е. изменение амплитуда нарушает линейность системы.

6. Квазилинейный метод.

Он основан на использовании соотношений между первыми гармониками токов и напряжений и замене нелинейного элемента цепи эквивалентным линейным, характеризуемым средним по первой гармонике параметром S_{cp}. После такой замены нелинейная цепь описывается линейными уравнениями и может исследоваться методами линейной теории .

Получим, например, уравнение $S_{cp}(U_m)$ при степенной аппроксимации ВАХ НЭ. Если ВАХ НЭ имеет вид

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3$$

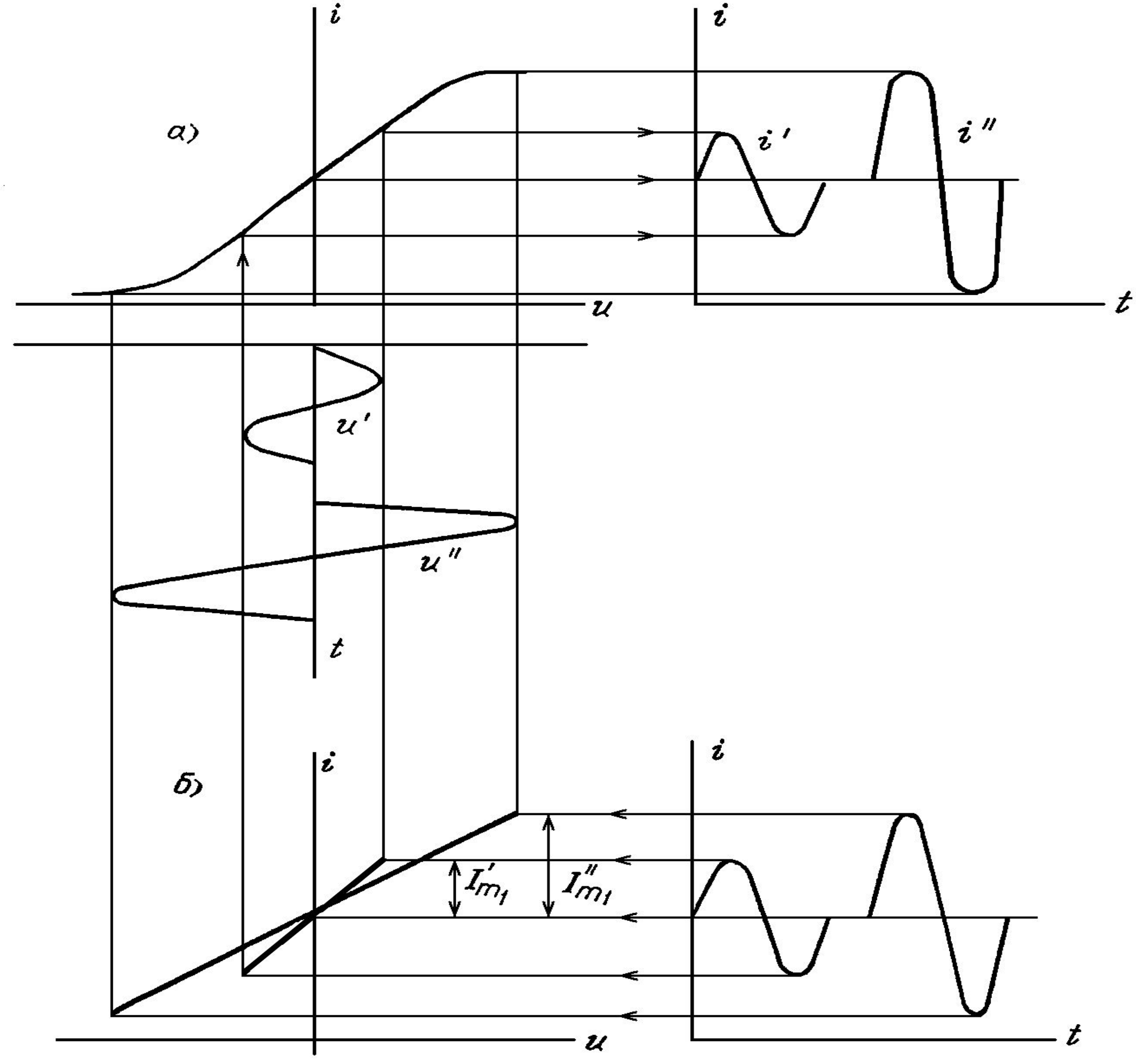
то, подставив в это уравнение значение $u=U_m cos\omega_0 t$, получим

$$i = a_0 + a_1 U_m \cos\omega_0 t + a_2 U_m^2 \cos^2 \omega_0 t + a_3 U_m^3 \cos^3 \omega_0 t$$

Заменив степени косинусов тригонометрическими функциями кратных аргументов и выделив первую гармонику тока, имеем:

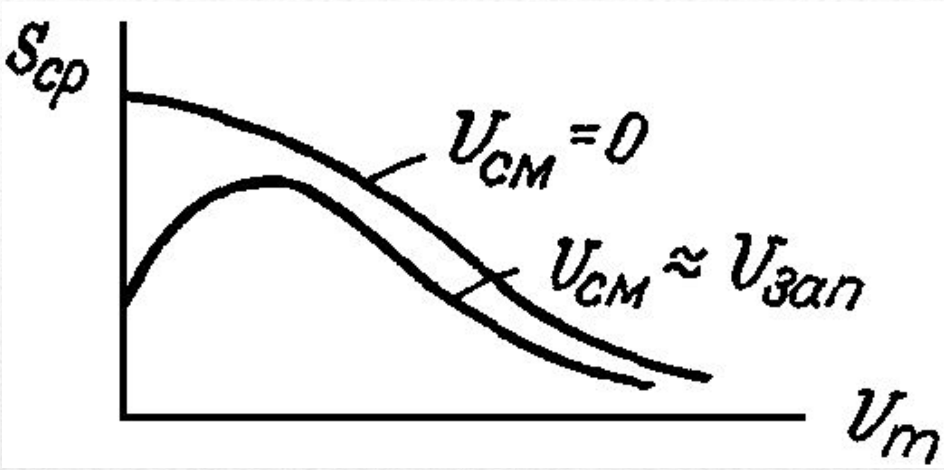
$$I_{m1} = a_1 U_m + \frac{3}{4} a_3 U_m^3$$

Отсюда $$S_{cp} = \frac{I_{m1}}{U_m} = a_1 + \frac{3}{4} a_3 U_m^2$$



а)
i
i
i'
i''
u
t
u'
u''
t
б)
i
i
I'_{m_1}
I''_{m_1}
u
t

Используем квазилинейный метод для определения амплитуды и частоты стационарных колебаний генератора.



Будем полагать, что переменные токи и напряжения в цепях автогенератора изменяются во времени по гармоническому закону. Тогда вместо системы интегро-дифференциальных уравнений для установившегося состояния можно написать систему алгебраических уравнений, в которую входят соответствующие комплексные амплитуды:

$$\begin{cases} \dot{I}_m = \dot{I}_{mL} + \dot{I}_{mC} \\ \dot{I}_{mL}\left(R + j\omega L\right) - \dot{I}_{mC}\dfrac{1}{j\omega C} \\ U_{m\,вх} = j\omega M \cdot \dot{I}_{mL} \end{cases} \qquad (3)$$

Здесь ω - угловая частота автоколебаний. Подставляя во второе уравнение значения $\dot{I}_{mL}$ и $\dot{I}_{mC}$ из первого и третьего уравнений, получаем:

$$\dot{U}_{m\,вх}\left(\frac{L}{M} - j\frac{R}{\omega M} - \frac{1}{\omega^2 MC}\right) = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_m \qquad (4)$$

Так как $\dot{I}_m / \dot{U}_{m\,вх} = S_{ср}$ (переменные составляющие входного напряжения и тока в транзисторе изменяются в фазе), из выражения (4) будем иметь:

$$1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - j\left(\frac{R}{\omega L} - \frac{\omega_0^2}{\omega} M S_{ср}\right) = 0$$

Отсюда следует, что

$$1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{R}{L} - \omega_0^2 M S_{ср} = 0 \qquad (6)$$

Эти выражения и определяют параметры автоколебаний в стационарном режиме.

Из равенства (5) видно, что угловая частота автоколебаний в установившемся режиме

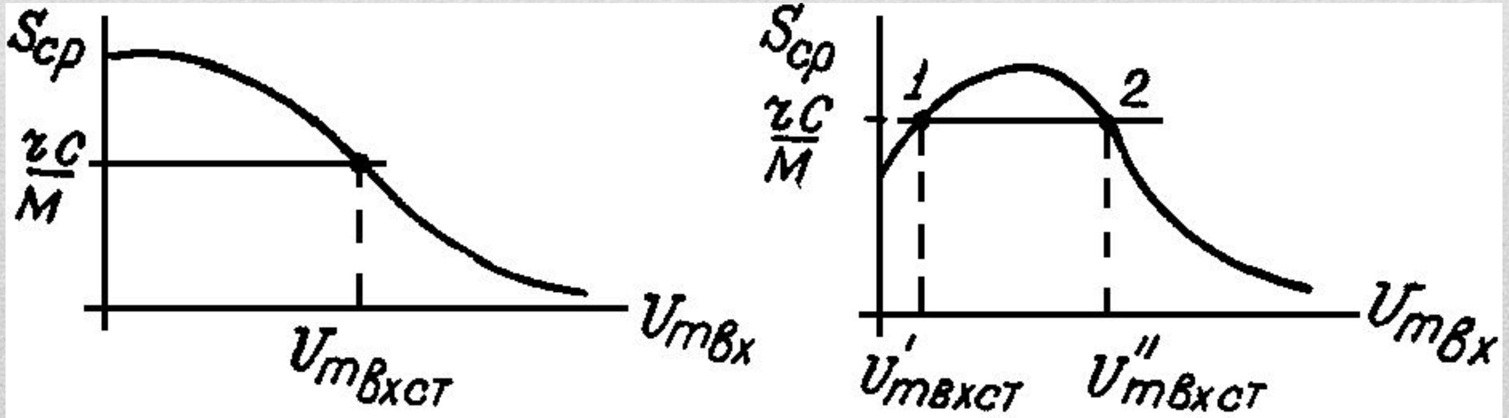
$$\omega = \omega_0 \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

т.е. совпадает с резонансной частотой контура.

Стационарная амплитуда напряжения на входе транзистора согласно равенству (6) представляет собой величину, при которой

$$S_{ср\,ст} = \frac{R}{\omega_0^2 M\,L} = \frac{RC}{M} \qquad (7)$$

Чтобы определить $U_{m\,вх\,ст}$ необходимо построить график $S_{ср}(U_{mвх})$ и по нему найти величину $U_{mвх}$, соответствующую значению RC/M



Соотношения, свойственные квазилинейному методу, могут быть получены и из нелинейного дифференциального уравнения генератора

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2}+\frac{1}{L}\left(R-\frac{SM}{C}\right)\frac{di_L}{dt}+\omega_0^2 i_L=0 \qquad (8)$$

Заменяя в (8) напряжение u_{BX} и ток i их первыми гармониками и полагая, что $i=S_{ср\ ст*}u_{вх}$, получим уравнение

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2}+\frac{1}{L}\left(R-\frac{S_{ср\ ст}M}{C}\right)\frac{di_L}{dt}+\omega_0^2 i_L=0 \qquad (9)$$

являющееся линейным для постоянной амплитуда напряжения $U_{твх}$. В стационарном режиме генератор эквивалентен контуру с коэффициентом затухания

$$\alpha_э=\frac{1}{2L}\left(R-\frac{S_{ср\ ст}M}{C}\right)$$

$$\frac{dS_{ср}}{dU_m}<0 \qquad (10)$$

7. Мягкий и жесткий режимы самовозбуждения.

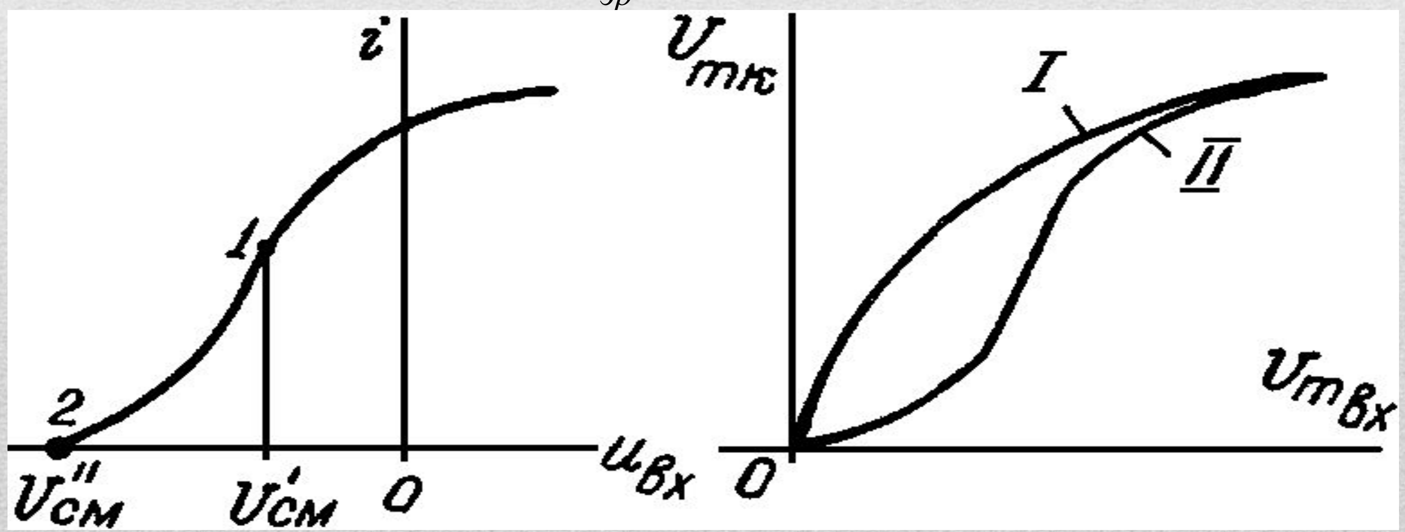
Колебательной характеристикой называется зависимость амплитуды первой гармоники выходного тока НЭ от амплитуды входного гармонического напряжения: $I_{m1} = f\left(U_{m\,вх}\right)$

Практически оказывается более удобным вместо этой зависимости пользоваться аналогичной ей зависимостью $U_{m\,к} = f\left(U_{m\,вх}\right)$

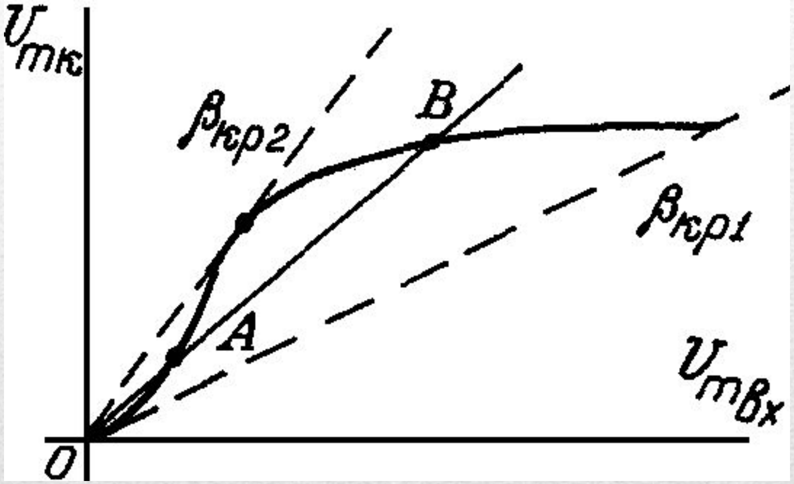
которая отличается от первой только масштабом по оси ординат.

Действительно, $U_{m\,к} = I_{m\,1} \cdot z_{эр}$ Где $U_{mк}$ напряжения на контуре;

$Z_{эр}$ - резонансное сопротивление контура.



Для определения стационарной амплитуды необходимо располагать зависимостью $U_{тк}=f(U_{т\,вх})$, аналогичной колебательной характеристике, но обусловленной четырехполюсником обратной связи. Эта зависимость, определяемая линейной частью схемы автогенератора, устанавливается уравнением $U_{т\,вх} = \beta \cdot U_{т\,к}$ (14)

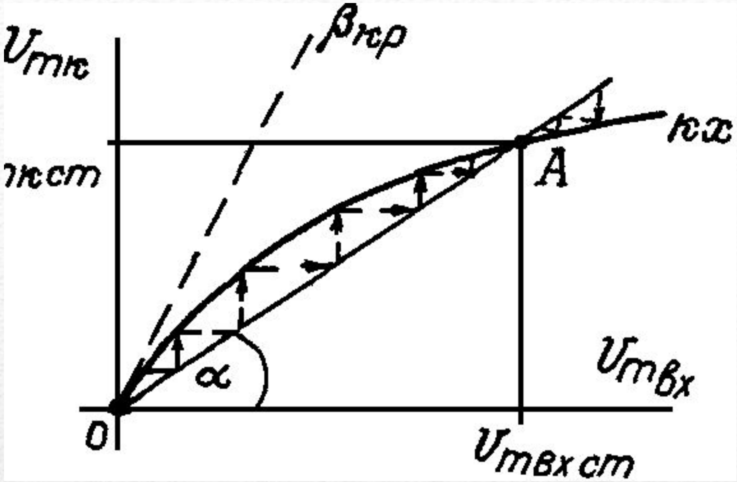


Точка *А* пересечения колебательной характеристики с прямой ОС и определяет амплитуды установившихся колебаний $U_{тк\,ст}$ и $U_{т\,вх\,ст}$. Соответствующие графические построения показаны на рисунке . Угол *а* наклона прямой ОС определяется коэффициентом ОС β и при индуктивной связи рассчитывается по формуле

$$\alpha = arctg\frac{1}{\beta} = arctg\frac{L}{M} \quad (15)$$

С увеличением глубины ОС угол *а* уменьшается, а амплитуда установившихся колебаний $U_{тк\,ст}$ растет. При ослаблении связи *а* увеличивается, амплитуда $U_{тк\,ст}$ уменьшается, и при критическом значении коэффициента ОС $\beta_{кр}$ колебания вовсе исчезает.

Аналогичные рассуждения можно сделать и для автогенератора со 2-м типом колебательной характеристики (рисунок).



Сравнение режимов самовозбуждения показывает, что в мягком режиме автоколебания легче возбуждаются (при меньшей ОС), но к.п.д. генератора оказывается довольно низким, так как при $U_{см}≈0$ велик угол отсечки тока транзистора. В жестком режиме колебания возбуждаются при значительно большей величине ОС, однако из-за малого угла отсечки выходного тока транзистора к. п. д. генератора достаточно высок.