

«**Энергия**» - это греческое слово «деятельность».

Энергия является общей количественной мерой движения и взаимодействия всех видов материи.

Энергия не исчезает и не возникает из ничего, она может лишь переходить из одной формы в другую.

Энергия связывает воедино все явления природы и является скаляром.

В соответствии с различными формами движения материи и взаимодействия между телами рассматривают разные виды энергии:

механическую,
внутреннюю,
электромагнитную,
ядерную
другие .

Как правило **энергия** обозначается E .

В механике рассматривается **механическая энергия** .

Механическая энергия бывает двух видов — **кинетическая и потенциальная**

Кинетическая энергия (энергия движения) определяется массами и скоростями рассматриваемых тел и имеет вид:

$$E_K \text{ или } K = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Потенциальная энергия (энергия положения) зависит от взаимного расположения (от конфигурации) взаимодействующих друг с другом тел.

$$E_P \text{ или } W \text{ или } U$$

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел.

За счет энергии, которой обладает тело можно совершить **работу** и, наоборот, совершая работу над телом, можно увеличить его запас энергии.

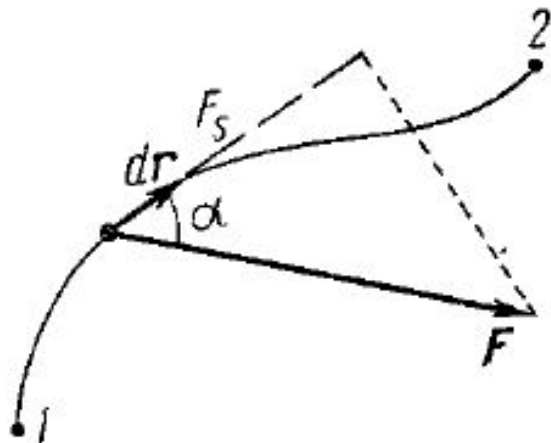
Определение **Работа (A)** – это мера изменения энергии между взаимодействующими телами.

Работа внешних сил равна изменению энергии:

$$A = E_2 - E_1$$

Пример При поднятии камня на какую-то высоту совершается работа против силы тяжести, работу совершается кем то или чем-то, а камень получает дополнительную энергию.

Работа силы - количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами и равна произведению величины силы действующей в направлении перемещения на величину самого перемещения :



$$A = F \cdot s$$

На рис. тело под действием силы F совершает перемещение по траектории 1–2. Работа на элементарном участке траектории записывается как:

$$dA = F \cdot ds$$

Но сила на каждом элементарном участке траектории может быть не одинаковая по модулю и не совпадать с перемещением.

Перемещение тела в направлении действия силы выразим через **приращение вектора**, направление которого совпадает с направлением движения тела (см. рис.):

$$ds = |dr| \cdot \cos \alpha$$

Причем модуль **приращение вектора**, выберем таким, чтобы в его пределах модуль силы оставался постоянным, тем самым обеспечим постоянство силы в пределах этого приращения. Тогда элементарная работа запишется:

$$dA = F \cdot dr \cdot \cos \alpha$$

Это выражение представляет собой скалярное произведение двух векторов:

$$dA = (F \cdot dr)$$

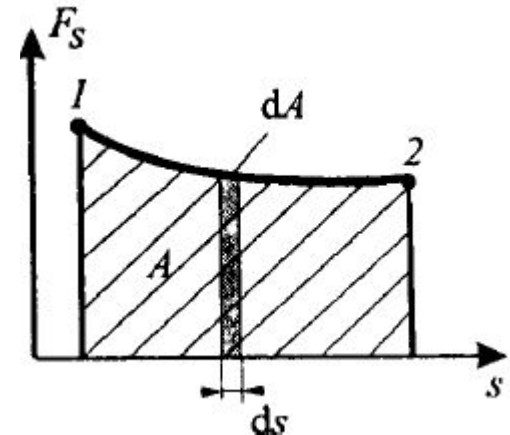
т.е. работа скаляр. Ее можно переписать в виде

$$dA = F \cdot dr \cdot \cos \alpha = \underbrace{F \cdot \cos \alpha}_{F_s} \cdot dr = F_s ds$$

Видно, что работу совершает та компонента силы, которая совпадает по направлению с приращением вектора в каждой точке траектории.

Работа силы на участке траектории 1-2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути, т.е. интегралу :

$$A_{12} = \int_1^2 (F \cdot dr) = \int_1^2 F_s \cdot ds$$



Графическое представление работы.

Величина работы это заштрихованная площадь

Для характеристики скорости совершения работы вводится понятие мощности:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{(F \cdot dr)}{dt} = (F \cdot dV)$$

Единица работы – джоуль (Дж).

Он равен работе совершаемой силой 1 Н на пути 1 метр: $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}$.

Единица мощности – ватт (Вт): $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж} / 1 \text{ с}$

Поскольку сила, действуя на покоящееся тело и при этом вызывающая его движение, совершает работу.

Энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы.
Энергия движения это кинетическая энергия (K).

Таким образом, *приращение кинетической энергии частицы на элементарном перемещении равно элементарной работе на том же перемещении:*

$$dK = dA$$

Преобразуем выражение для элементарной работы следующим образом

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = (m\vec{a} \cdot d\vec{r}) = \left(m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} \right) = \left(m \cdot d\vec{v} \frac{dr}{dt} \right) = (m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v}) = dK$$

Тогда выражение для кинетической энергии $K = \int_0^v m \cdot v \cdot dv = \frac{mv^2}{2}$

Ее свойства

1. Это функция состояния системы (поится или движется система)
2. Всегда положительна (тривиальный вывод)
3. Неодинакова в разных инерциальных системах отсчета

Пример для этого свойства. Имеем неподвижную L -систему и движущуюся относительно нее со скоростью u L' -систему, в которой тело движется со скоростью v' :

$$\text{В } L' \text{-системе } K = \frac{m(v')^2}{2};$$

В неподвижной L -системе, согласно преобразованиям Галилея

$$\text{скорость тела : } v = v' + u \text{ тогда : } K = \frac{m(v' + u)^2}{2} \text{ ил и}$$

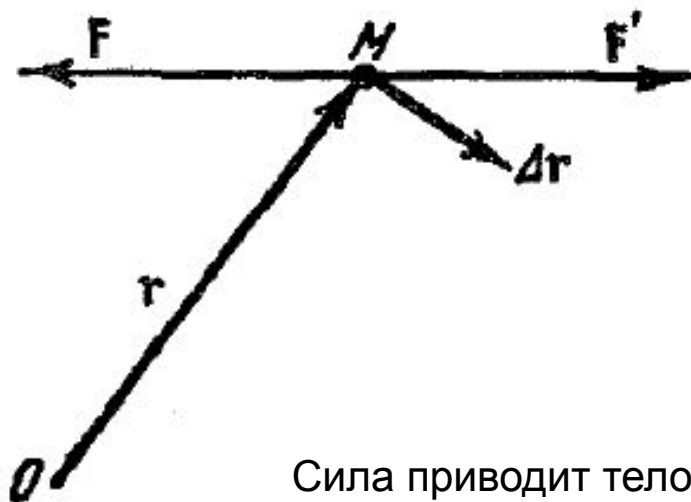
$$\text{В } L \text{-системе } K = \frac{m(v')^2}{2} + \frac{mu^2}{2} + m \cdot v'u$$

Первое слагаемое это кинетическая энергия тела в L' -системе, второе обусловлено движением самой системы, среднее слагаемое это их отличие.

Потенциальная энергия (W) – механическая энергия система тел, определяемая характером сил **взаимодействия между телами** и их **взаимным расположением**, а также положением относительно внешних тел.

Сила, приложенная к точке, является всегда результатом воздействия на эту точку других окружающих ее тел (результатирующая сила). В зависимости от положения точки эта сила может быть различна и можно говорить о поле сил.

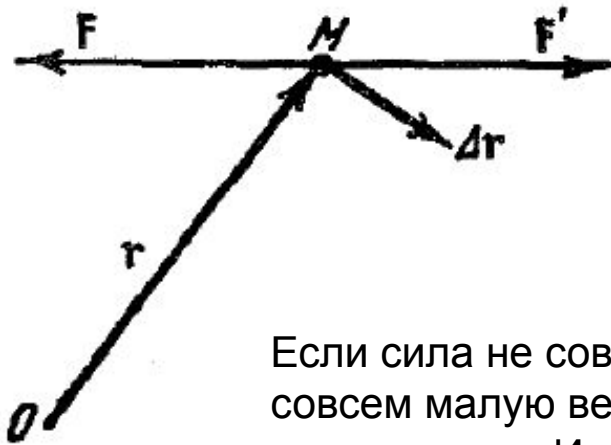
Например, сила земного притяжения, действующая на точку с некой массой на разных расстояниях от Земли различна по величине, т.е. имеем поле сил тяготения, действующих на точку M .



Поместим материальную точку M в силовое поле и ее положение зададим радиус-вектором.

В данном положении на точку M будет действовать определенная внутренняя сила системы F , поскольку есть силовое поле.

Сила приводит тело в движение, но поскольку рассматриваем потенциальную энергию, энергию положения, то движения попытаемся избежать для этого...



Для этого (чтобы точка М не двигалась и отсутствует – кинетическая энергия), уравновесим эту внутреннюю силу системы **внешней** силой F по отношению к системе, равной ей по величине и обратной по направлению:

$$F = -F'$$

Если сила не совсем уравнивает внутреннюю силу (меньше на совсем малую величину), то точка начнет очень медленно ускоряться и перемещаться. И за бесконечно большой интервал времени переместится на конечное расстояние, но не приобретет ощутимой скорости. Скорость в данной гипотетической ситуации будет бесконечно малой величиной и ее квадратом можно пренебречь.

Точка не приобрела значимой кинетической энергии. Но бесконечно большой интервал времени движения позволил ей переместиться на значимое расстояния, например, в поле тяжести Земли переместится на конечную высоту,

(Ситуацию можно представить бесконечно малыми скачками, но за бесконечно большой интервал времени она переместилась на конечное расстояние)

Согласно определению внешняя сила совершена работу:

$$\Delta A' = F' \cdot \Delta r$$

(значимое перемещение - значимая работа)

Согласно определению изменилась и потенциальная энергия тела за счет внешней силы, т.е.:

$$\Delta U = \Delta A' = F' \cdot \Delta r$$

Но с другой стороны : $\Delta U = -\Delta A$

Видно, что изменение внутренней энергии тела находящегося в системе, равно работе внешних сил приводящих к увеличению энергии или к отрицательной работе внутренних сил.

Тогда можно оставаясь в рамках системы (без использования понятия внешних сил) можно сказать:

увеличение потенциальной энергии тела находящегося в системе равно совершению **отрицательной работе** внутренних сил системы.

уменьшение потенциальной энергии тела находящегося в системе равно совершению **положительной работе** внутренних сил системы.

Вывод.

Можно для замкнутой системы не использовать понятие **внешние силы**, а обойтись внутренними силами:

$$\Delta U = -\Delta A$$

Таким образом, *работа, совершаемая силами F , действующими на материальную точку при ее перемещении, равна изменению ее потенциальной энергии, зависящей от расположения точки в силовом поле.*

Если работа внутренних сил положительна, то потенциальная энергия уменьшается и наоборот.

Разность потенциальных энергий в начальной и конечной точке равна работе.

Представим замкнутую систему и ситуацию: точка переместилась и приобрела скорость.

Примеры потенциальных энергий

1) Известно, что потенциальная энергия сжатой или растянутой пружины равна:

$$U = \frac{kx^2}{2}$$

Как она получается ???

Энергию пружине сообщают внешние силы сжимая или растягивая ее. Есть закон Гука и работа при растяжении или сжатии пружины равна:

$$dA' = \underbrace{kx}_{F'} \cdot dx \quad \text{интегрируя получаем} \quad A' = -\frac{kx^2}{2}$$

Переходя к понятию **системы энергия пружины и тело к ней прикрепленное** получаем :

$$U = \frac{kx^2}{2}$$

2) Потенциальная энергия тела поднятого над поверхностью Земли равна

$$U = mgh$$

Работа совершаемая внешними силами при поднятии тела над поверхностью Земли против силы тяготения равна :

$$dA' = -(mg \cdot dh)$$

Появление «минуса» обусловлено разным направлением действия сила, но если переходить к силами действующим в системе Земля тело, то системе мы сообщаем дополнительную энергию.

Закон сохранения энергии

Вводя понятие «энергии» говорили – совершая работу против определенных сил можно телу, над которым совершаем работу, сообщить энергию. Если это делает человек, то трудно понять совершил он работу или нет. Работа совершается за счет внутренней энергии, которую не видно.

Но представим: тело каким-то оказалось на высоте h и висит на подвесе, следовательно, оно обладает энергией mgh . Подвес перерезали, согласно формуле потенциальная энергия тела уменьшается, но при этом увеличивается скорость. Увеличивается кинетическая энергия. Можно сделать вывод при падении тела теряется потенциальная энергия, но увеличивается кинетическая.

Тогда ввели понятие *полная механическая энергия системы* – энергия механического движения и взаимодействия $E = K + W$, которая равна сумме кинетической и потенциальной энергий

На основании экспериментов и обыденного опыта был сформулирован:

Закон сохранения энергии: в системе тел, между которыми действуют только *консервативные силы*, полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем:

$$E = K + W = const$$

Он является следствием однородности времени – инвариантности физических законов относительно выбора начала отсчета времени.

Возникает резонный вопрос «Куда делась энергия, когда тело упало на поверхность Земли: «Скорость равна нулю, высота равна нулю – где энергия».

При исчезновении механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида. Таким образом, *энергия никогда на исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой*. В этом заключается *физическая сущность* закона сохранения и превращения энергии — сущность неуничтожимости материи и ее движения.

Для системы многих материальных точек закона сохранения энергии – Полная энергия изолированной системы материальных точек, равная сумме кинетических энергий точек и потенциальной энергии их взаимодействия, есть величина постоянная:

$$E = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} + \sum_{i,k} W_{i,k} = \text{const}$$

Здесь m_i – масса i -ой точки, v_i – ее скорость, $W_{i,k}$ – потенциальная энергия взаимодействия соответствующих точек.

Для системы неподвижных материальных точек закон сохранения энергии переписывается:

$$E = \sum_{i,k} W_{i,k} = \text{const}$$

Если точки не взаимодействуют между собой или взаимодействия пренебрежимо мала, но находятся под действием внешних сил, то индексы можно убирать, например: это системы материальных точек, находящихся в поле тяжести Земли.

Она равна: $E = \sum W = \text{const}$

$$E = \sum m_i g h_i = \left\{ \text{умножаем и делим на массу системы} \right\} = mg \frac{\sum m_i h_i}{m} = mgh_c$$

Кинетическая энергия системы точек определяется как сумма их энергий.

В системе центра масс ее можно представить как:

$$K = \frac{m \cdot v_C^2}{2} + K_{\text{отн}}$$

Здесь m – масса системы, v_C – скорость ее центра масс, $K_{\text{отн}}$ – кинетическая энергия тел в системе центра масс. Последнее выражение представляет теорему Кёнига.

Резюме.

Изменение **кинетической энергии** равно работе всех сил, приложенных к точкам системы.

Изменение **потенциальной энергии** системы равно работе всех консервативных сил, но с обратным знаком.

Изменение **механической энергии** равно работе всех неконсервативных сил, как внешних, так и внутренних.

Ранее с использованием закона сохранения импульса была решена задача о реактивном движении тела, сейчас уже на основе двух законов рассмотрим задачу о соударении двух тел.

Соударения

Удар (соударение) — столкновение двух или более тел. при котором взаимодействие длится очень короткое время.

Условие – тела движутся по горизонтальной плоскости

Рассмотрим **центральный удар** — удар, при котором тела до удара движутся по прямой, проходящей через их центры масс.

1) АБСОЛЮТНО УПРУГИЙ УДАР

Это столкновение 2-ух тел, после которого телам не остается никаких деформаций в телах, вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию.

Поскольку на систему никакие внешние силы не действуют, т.е. тела движутся по инерции, то выполняются *законы сохранения* импульса и механической энергии:

Обозначим скорости шаров массами m_1 и m_2 до удара через v_1 и v_2 , после удара — через u_1 и u_2 . Законы сохранения импульса и энергии имеют вид:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Закон сохранения энергии перепишем в виде:

$$m_1 v_1^2 - m_1 u_1^2 = m_2 v_2^2 - m_2 u_2^2 \quad \text{или}$$

$$m_1 (v_1 - u_1)(v_1 + u_1) = m_2 (u_2 - v_2)(u_2 + v_2)$$

Закон сохранения импульса перепишем в виде

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2).$$

Делим одно уравнение на другое, приходим к системе линейных уравнений:

$$\begin{cases} v_1 + u_1 = u_2 + v_2 \\ m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2) \end{cases}$$

Она решается легко. Скорости после удара имеют вид:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \quad u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

Следствие если $m_1 = m_2$, то тела просто обмениваются скоростями.

$$u_1 = v_2; \quad u_2 = v_1$$

Абсолютно неупругий удар

Столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое. В этом случае выполняется только закон сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u} \quad \text{и тогда} \quad \vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\text{При} \quad m_1 = m_2 \quad \vec{u} = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) / 2$$

Закон сохранения механической энергии в этом случае не выполняется:

$$\underbrace{\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}}_{\text{Энергия до столкновения}} - \underbrace{\frac{(m_1 + m_2) u^2}{2}}_{\text{Энергия после}} = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 = \Delta K$$

Вследствие деформации часть кинетической энергии переходит во внутреннюю энергию тел (разогрев). Если ударяемое тело было неподвижно, то

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1}{m_1 + m_2} \quad \text{Если } m_2 \gg m_1, \text{ то } u \ll v_1, \Delta K = K_1$$

Абсолютно неупругий удар - столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое тело.

Закон сохранения импульса: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$,

Не выполняется закон сохранения механической энергии.

Часть кинетической энергии переходит во внутреннюю энергию тел (разогрев):

$$\Delta K = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2.$$