

Метод **PERT**
И
управление проектами

Мария Александровна Булгакова

**Построение сетевой модели (узел-
работа) и расчет критического
пути**

Введение

Данную модель отличает отсутствие событий. Вся сетевая модель представляет собой разветвленную цепь работ. Узлами сети являются работы, а дуги представляют собой логические связи между ними.

Основные правила построения сети

1. Сетевой график разворачивается слева направо.
2. Ни одна операция не может быть начата, пока все предшествующие связанные с ней операции не будут выполнены.
3. Стрелки отображают отношения предшествования и следования. Стрелки могут пересекаться.
4. Петли и циклы не допустимы.
5. Фиктивные операции и условные переходы недопустимы.

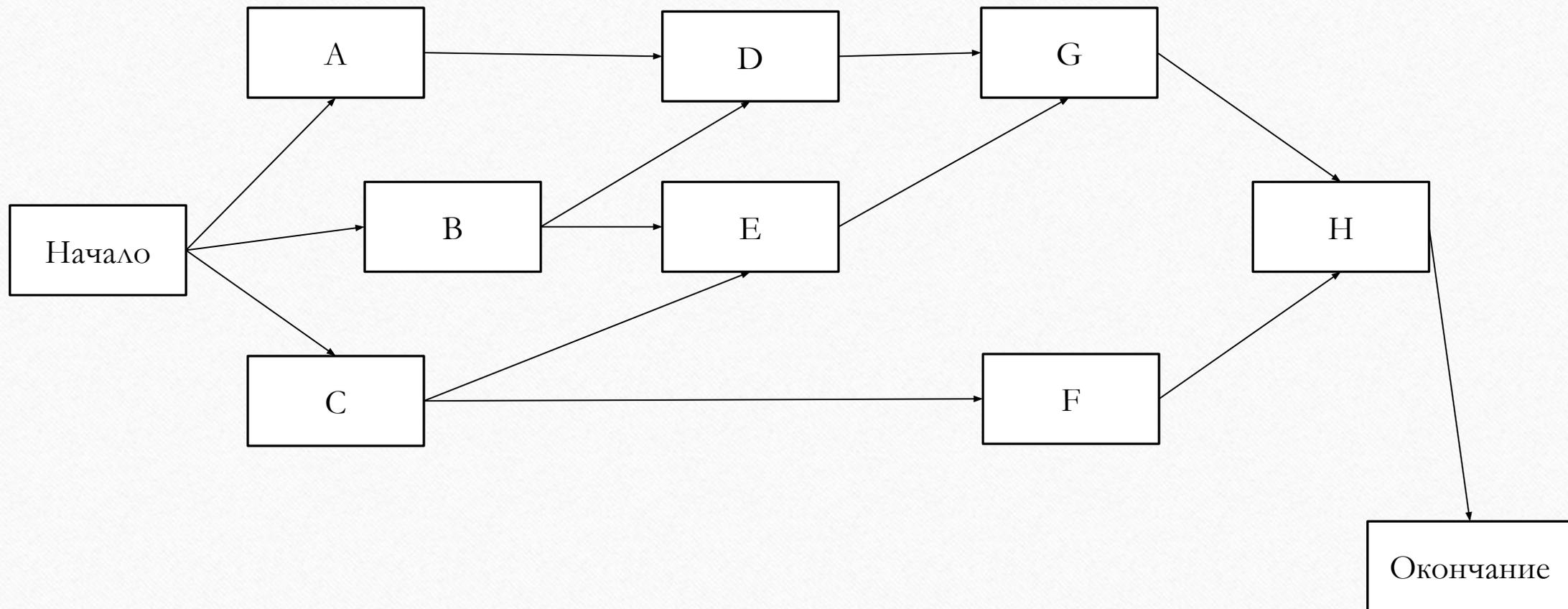
Введение

Все вычисления связаны только со сроками начала и окончания каждой из работ. Добавляются лишь 2 условные работы: «начало» и «окончание». Эти работы имеют нулевую продолжительность. «Начало» не имеет предшественников, а окончание не имеет последователей.

Пример

Работа	Предшественники	Последователи
A		D
B		D,E
C		E,F
D	A,B	G
E	B,C	G
F	C	H
G	D,E	H
H	F,G	

Пример



Условные обозначения

d_i – продолжительность i -й работы

P_i – предшествующее множество работ для работы i

S_i – множество непосредственно следующих работ для работы i

ES_i – наиболее ранний возможный срок начала i -й работы

$EF_i = ES_i + d_i$ – наиболее ранний возможный срок окончания i -й работы

LF_i – наиболее поздний допустимый срок окончания i -й работы

Расчет критического пути

I этап – *Прямой проход* – вычисления ведутся от более ранних сроков к более поздним.

Полагаем $ES_{\text{начало}} = 0$ и $d_{\text{начало}} = 0$

Для всех последующих работ:

$$ES_i = \max_{x \in P_i} [ES_x + d_x] = \max_{x \in P_i} [EF_x]$$

II этап – *Обратный проход* – вычисления ведутся от более поздних сроков к более ранним.

Полагаем $LF_{\text{окончание}} = ES_{\text{окончание}}$ и $d_{\text{окончание}} = 0$

Для всех предыдущих работ:

$$LF_i = \min_{x \in S_i} [LF_x - d_x] = \min_{x \in S_i} [LS_x]$$

Определение резервов времени

В данной модели возможны только два резерва времени – полный (TF) и свободный (FF). Независимый и гарантированный резервы связаны со сроками событий, и здесь их быть не может.

Полный резерв: $TF_i = LS_i - ES_i = LF_i - EF_i$

Свободный резерв $FF_i = \min_{x \in S_i} [ES_x - EF_i]$

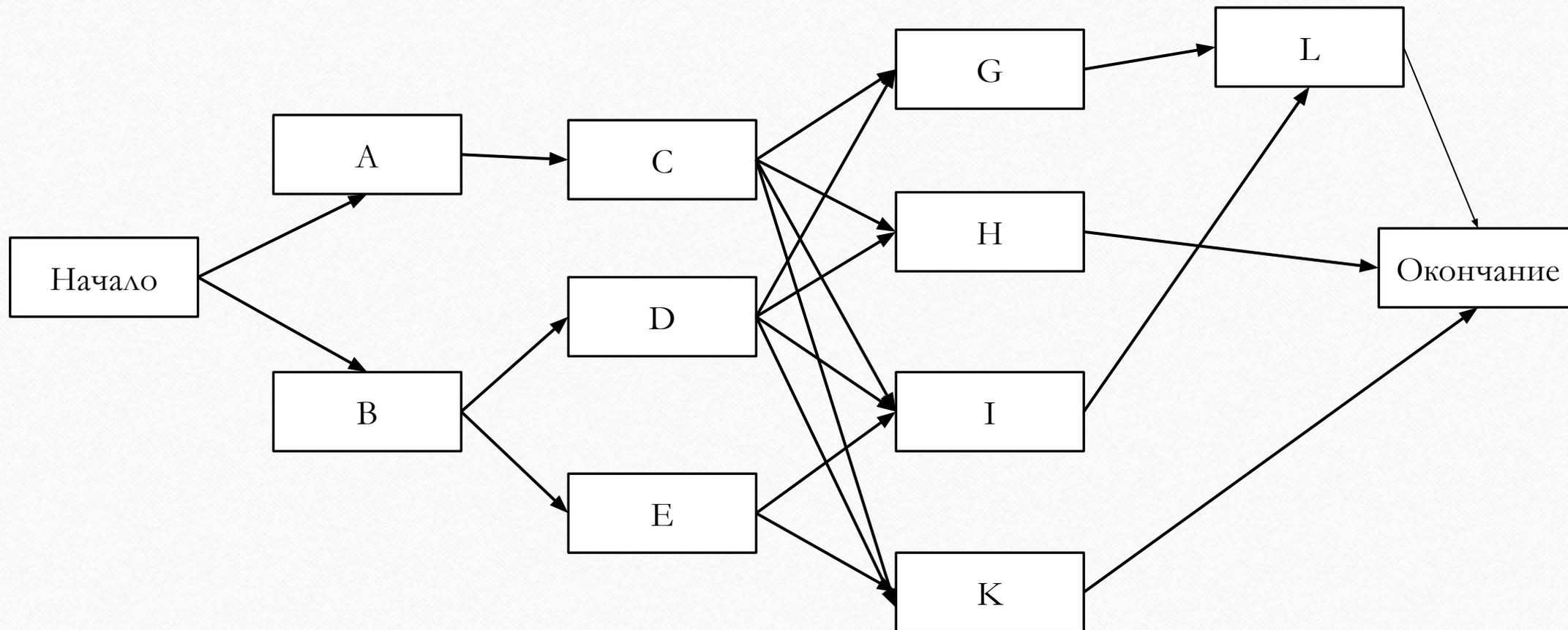
Операция называется критической, если:

$$\begin{cases} ES_i = LS_i \\ EF_i = LF_i \end{cases}$$

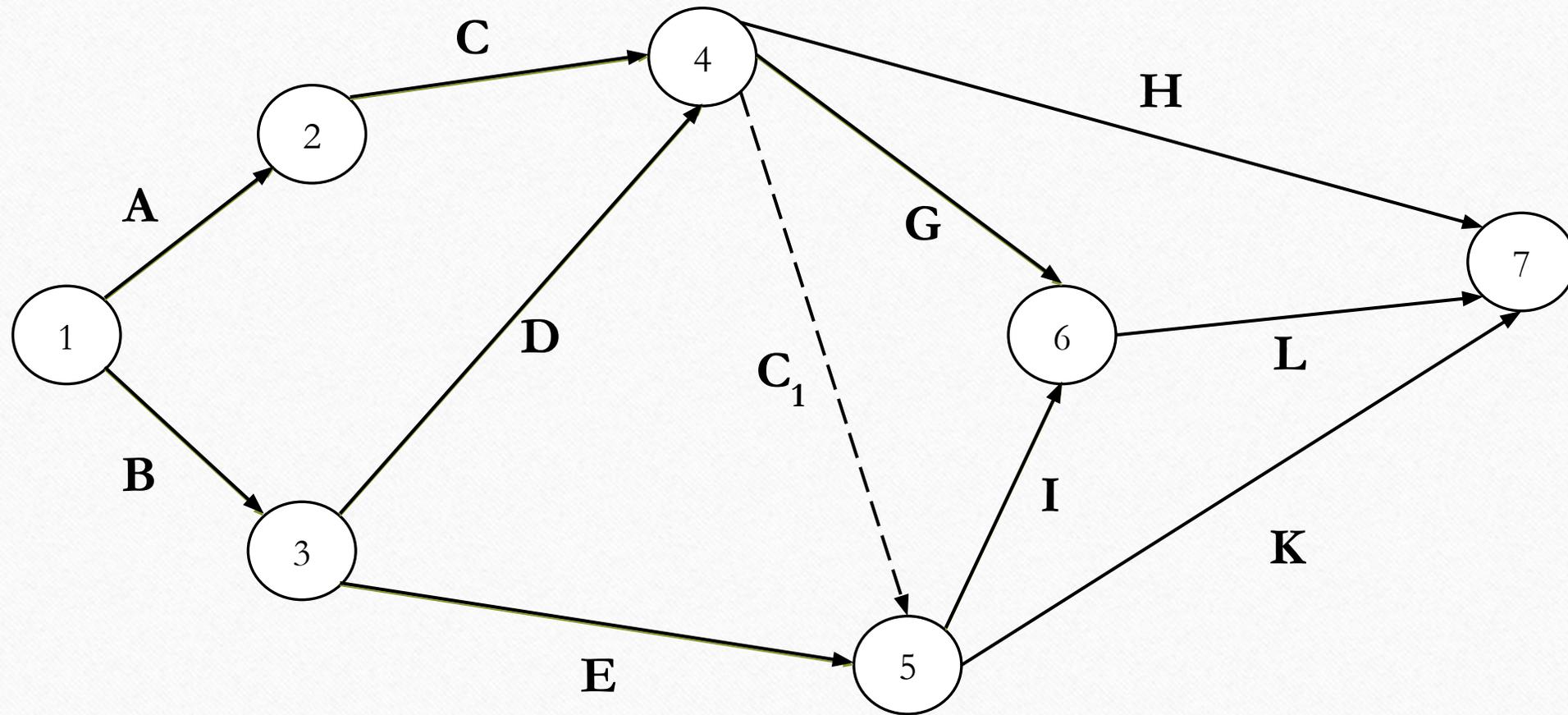
Пример

Операция	Предшественники	Последователи	Продолжительность
A		C	2
B		D, E	3
C	A	G, H, I, K	2
D	B	G, H, I, K	3
E	B	I, K	2
G	C, D	L	3
H	C, D		2
I	C, D, E	L	7
K	C, D, E		5
L	I, G		6

Пример



Пример (модель дуга-работа)



Пример: расчет критического пути

I этап

$$ES_{\text{начало}} = d_{\text{начало}} = 0$$

$$ES_i = \max_{x \in P_i} [ES_x + d_x]$$

$$ES_A = ES_{\text{начало}} + d_{\text{начало}} = 0 + 0 = 0 = ES_B$$

$$ES_C = ES_A + d_A = 0 + 2 = 2$$

$$ES_D = ES_E = ES_B + d_B = 0 + 3 = 3$$

$$ES_G = ES_H = \max\{2 + 2; 3 + 3\} = 6$$

$$ES_I = ES_K = \max\{2 + 2; 3 + 3; 3 + 2\} = 6$$

$$ES_L = \max\{6 + 3; 6 + 7\} = 13$$

$$ES_{\text{окончание}} = \max\{13 + 6; 6 + 2; 6 + 5\} = 19$$

Конец первого этапа

Пример: расчет критического пути

II этап

$$LF_{\text{окончания}} = ES_{\text{окончания}} = 19, \quad d_{\text{окончания}} = 0$$

$$LF_i = \min_{x \in S_i} [LF_x - d_x]$$

$$LF_L = LF_H = LF_K = LF_{\text{окончания}} - d_{\text{окончания}} = 19 - 0 = 19$$

$$LF_I = LF_G = LF_L - d_L = 19 - 0 = 19$$

$$LF_E = \min\{19 - 5; 13 - 7\} = 6$$

$$LF_C = LF_D = \min\{13 - 3; 19 - 2; 13 - 7; 19 - 5\} = 6$$

$$LF_B = \max\{6 - 3; 6 - 2\} = 3$$

$$LF_A = 6 - 2 = 4$$

$$LF_{\text{начало}} = \min\{4 - 2; 3 - 3\} = 19$$

Конец второго этапа

Пример: расчет резервов времени

$$FF_{\text{начало}} = \min\{ES_A - EF_{\text{начало}}; ES_B - EF_{\text{начало}}\} = \min\{0 - 0; 0 - 0\} = 0$$

$$FF_A = \{ES_C - EF_A\} = \{2 - 2\} = 0$$

$$FF_B = \min\{ES_D - EF_B; ES_E - EF_B\} = \min\{3 - 3; 3 - 3\} = 0$$

$$FF_C = \min\{6 - 4; 6 - 4; 6 - 4; 6 - 4\} = 2$$

$$FF_D = \min\{6 - 6; 6 - 6; 6 - 6; 6 - 6\} = 0$$

$$FF_E = \min\{6 - 5; 6 - 5\} = 1$$

$$FF_G = \{13 - 9\} = 4$$

$$FF_H = \{19 - 8\} = 11$$

$$FF_I = \{13 - 13\} = 0$$

$$FF_K = \{19 - 11\} = 8$$

$$FF_L = \{19 - 19\} = 0$$

$$FF_{\text{окончания}} = 0$$

Работа

Начало	0	0	0	0	0	0	0	0
A	2	0	2	2	4	2	0	0
B	3	0	3	0	3	0	0	0
C	2	2	4	4	6	2	2	2
D	3	3	6	3	6	0	0	0
E	2	3	5	4	6	1	1	1
G	3	6	9	10	13	4	4	4
H	2	6	8	17	19	11	11	11
I	7	6	13	6	13	0	0	0
K	5	6	11	14	19	8	8	8
L	6	13	19	13	19	0	0	0
Окончание	0	19	19	9	19	0	0	0

- Такая таблица содержит всю необходимую информацию для построения календарного плана.
- Критические операции имеют нулевой полный резерв
- Если полный резерв равен нулю, то свободный резерв так же обязательно равен нулю. Обратное неверно.

Второе практическое задание

По теме Вашего проекта из предыдущего задания составить и рассчитать сетевую модель «узел-работа». Построить сеть (см. слайд 11) и составить таблицу расчетов (см. слайд 16)