



XVIII ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ-ШКОЛА МОЛОДЫХ
ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ "СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ", посвященная памяти Л.А.
Крукиера

*Социальные константы в динамике
ценностных ориентаций российского
социума (результаты исследований на
клеточном автомате)*

Шведовский В.А., д.с.н., к.ф.-м.н.
МГУ им. М.В.Ломоносова, ф-ты ВМиК,
ВШССН

Цель доклада – показать:

- существование инвариантов в моделировании динамики отношений взрослого населения России к её власти
- что погрешность прогноза с учётом таких инвариантов этой эволюционной траектории социума цепью из K клеточных автоматов, соединяемых в одну последовательность переходными процессами, имеет вполне приемлемую величину для $K \leq 10$.

Прогнозы Дж. Гэллапа

Табл. 1. Прогнозы и результаты президентских выборов, 1956–1976 годы ♦

Год и кандидат	Финальный опрос, %	Итоги выборов, %	Погрешность, %
1976, Картер	48,0	50,0	-2,0
1972, Никсон	62,0	61,8	0,2
1968, Никсон	43,0	43,5	-0,5
1964, Джонсон	64,0	61,3	2,7
1960, Кеннеди	51,0	50,1	0,9
1956, Эйзенхауэр	59,5	57,8	1,7
В среднем			1,3

♦ Приводится по: [Kohut, P. 41].

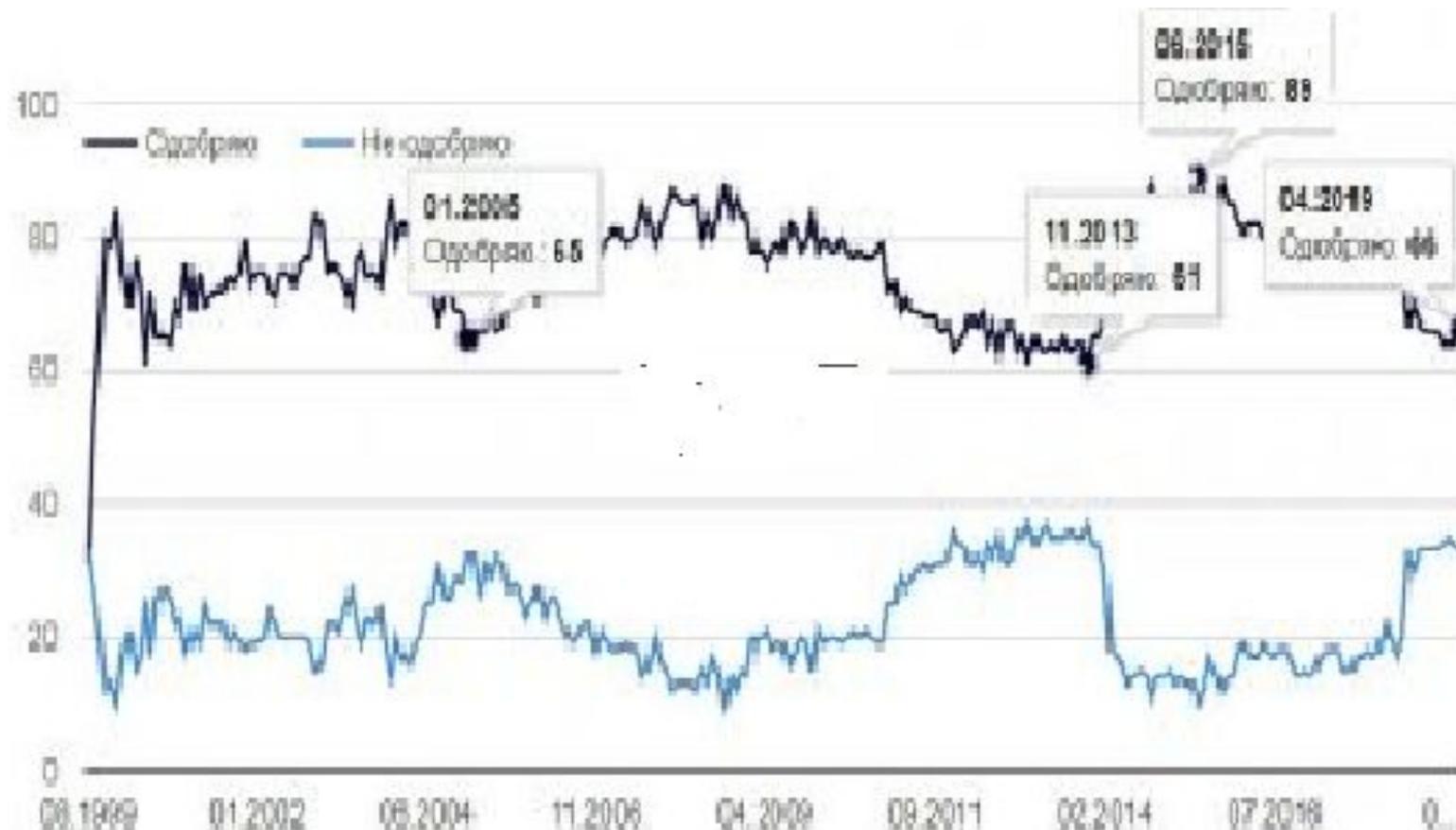
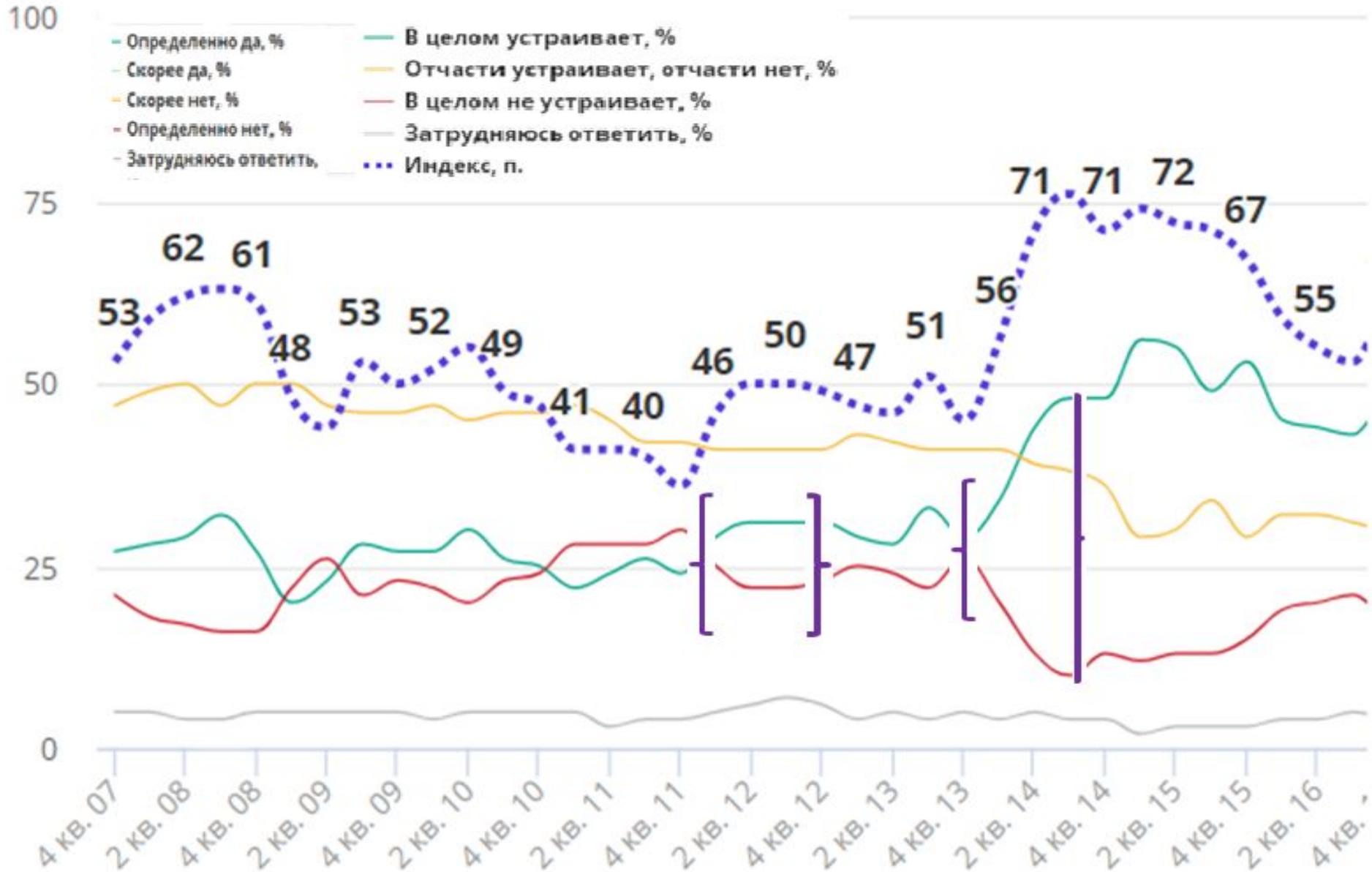


Рис.6. Динамика рейтинга В.В.Путина в 1999-2019 гг (Левада-Ц.)

Динамика оценки властных структур РФ (2007-16 гг - ВЦИОМ) как предмет моделирования и прогнозирования



Итоговая оценка ошибки прогноза объёма продаж ВТ

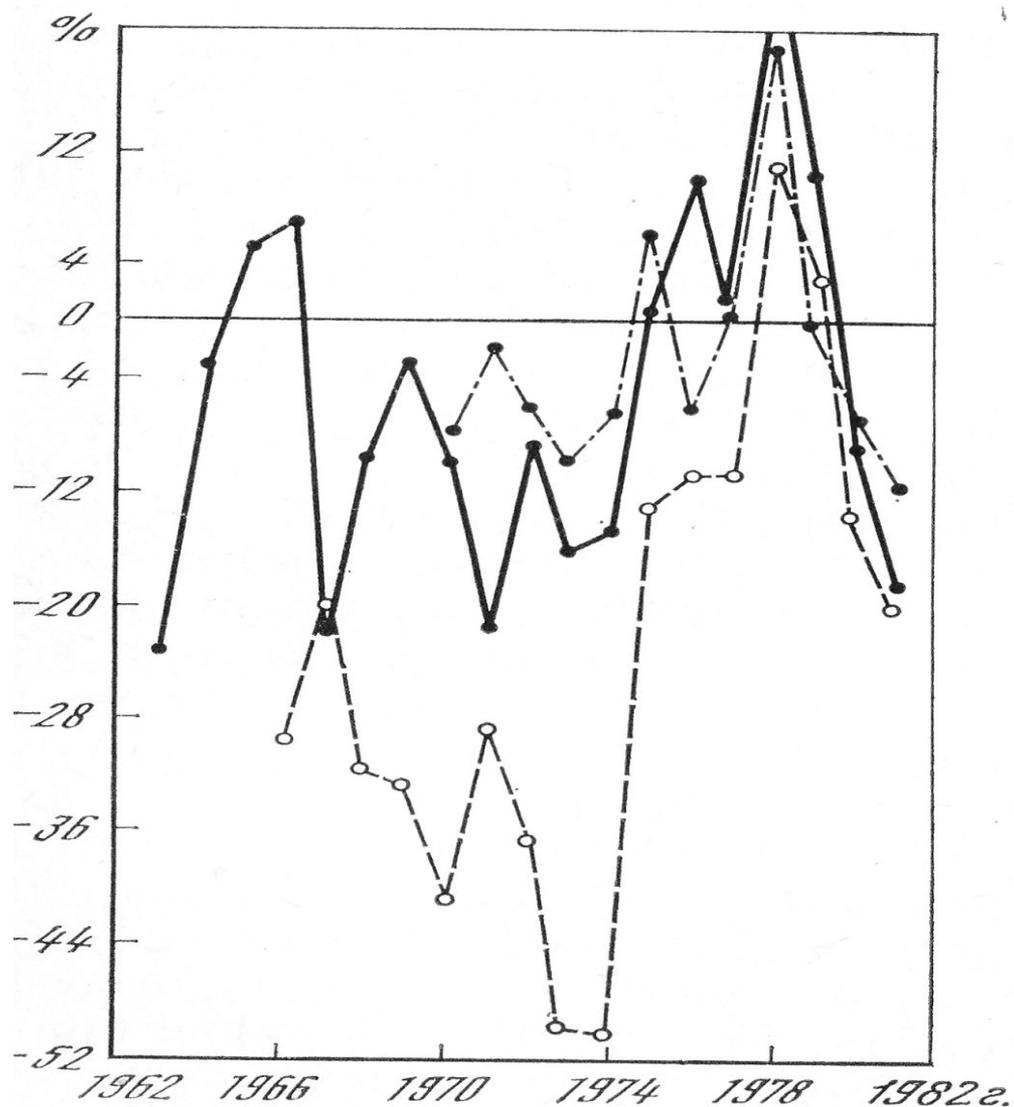


Рис. 19. Относительная ошибка (в %) ежегодного прогноза журнала «Электроника» в оценке объёма продаж изделий вычислительной техники в США

Штрихпунктирная линия — лаг прогноза 0 — оценка объёма продаж на год, предшествующий году публикации прогноза; сплошная — лаг прогноза 1 — оценка на год публикации прогноза; пунктирная — лаг прогноза 3 — оценка прогноза на 3 года вперед
Рассчитано по: Электроника, NN1 за 1962—1983 гг.

«Из рисунка видно, что погрешность прогноза на год публикаций, как правило, не менее 10% , на 3 года вперёд — в пределах 20-60% ».[3, с.94-95]

Определение клеточного автомата (1)

- Пусть задано конечное множество X_0 – состояний одной клетки. Для простоты будем считать, что

$$X_0 = \begin{cases} -(p-1), \dots, -1, & \text{если она имеет } \textit{синий} \text{ цвет (с)} \\ 0, & \text{если она имеет } \textit{белый} \text{ цвет (б)} \\ 1, \dots, p-1, & \text{если она имеет } \textit{красный} \text{ цвет (к)} \end{cases}$$

- $p \geq 2$.

- Положим $X_{ij} = X_0$ для каждой клетки с координатами (i,j) 2-мерной целочисленной решётки $Z = Z^2$, предварительно разместив цвета клеток равномерно случайно по рабочему полю
- согласно условию: $N(s)_k + N(s)_c + N(s)_b = N_0 - \text{const}$, где $N(s)_{k,c,b}$ – число клеток данного цвета в момент времени s , при этом
 - $N(s)_b, N_0 - \text{const}$

Определение клеточного автомата (2) - локальное правило взаимодействия клеток - F

- Каждая клетка с координатами (i,j) «опрашивает» своих соседей по окрестности Мура с $r=1$ об их цвете:
- если цвета совпадают, то состояния этих клеток не меняются; если цвета разные, то
- а) в случае белого цвета, помимо его сохранения, через эту клетку строится вектор длины $r=2$, и в клетке на конце этого вектора цвет не меняется;
- б) в случае иного цвета, состояние клетки меняется на 1 в пользу цвета клетки – источника, помимо такого акта, через эту клетку строится вектор длины $r=2$, и в клетке на конце этого вектора цвет также изменится, если она не белая, и не одного цвета с клеткой источником.

Определение двумерного клеточного автомата с Муровской окрестностью

- Положим $X_{i,j} = X_0$ для каждой $(i, j) \in \mathbb{Z}^d$ ($d \geq 2$) и введем в рассмотрение множество $\Omega^{(d)} = \prod_{(i,j) \in \mathbb{Z}^d} X_{i,j}$ называемое пространством конфигураций.
- Считая множества $X_{i,j}$ снабженными дискретной топологией, будем рассматривать множество $\Omega^{(d)}$ как произведение топологических пространств с тихоновской топологией. По теореме Тихонова $\Omega^{(d)}$ - компакт.
- Правилom на множестве X_0 называется всякое отображение $F : \Omega_r^{(d)} \rightarrow \Omega^{(d)}$, число r называется радиусом правила F .
- d -мерным клеточным автоматом, ассоциированным с правилom F радиуса r , называется отображение метрического компакта $\Omega^{(d)}$ в себя $T_F : \Omega^{(d)} \rightarrow \Omega^{(d)}$

Определение клеточного автомата как динамической системы

- Отображение T_F непрерывно и порождает на $\Omega^{(d)}$ динамическую систему с дискретным временем - полугруппу непрерывных отображений $\{(T_F)^n\}_{n \in \mathbb{Z}_+}$, если T_F необратимо, или группу гомеоморфизмов $\{(T_F)^n\}_{n \in \mathbb{Z}}$, если T_F обратимо.

Определение клеточного автомата

- Даны 2-мерная целочисленная решётка $Z = \mathbb{Z}^2$ и пространство конфигураций
- $\Omega = \{0, 1\}^Z$ с элементами $\sigma: Z^2 \rightarrow \{0, 1\}$. Пусть σ^x есть значение конфигурации σ в точке $x \in Z^2$ и пусть заданы набор попарно различных векторов u_1, u_2, \dots, u_s , где $s < \infty$ и функция $f: \{0, 1\}^s \rightarrow \{0, 1\}$.
- *Клеточным автоматом с локальными правилами f называется пара (Ω, F) , где отображение эволюции $F: \Omega \rightarrow \Omega$ определяется по формуле*

$$\bullet (F\sigma)_x = f(\sigma_{x+u^1}, \dots, \sigma_{x+u^s}), \quad x \in Z^2$$

Перколяционно-клеточные автоматы – рабочее поле моделирования

$N(s)_k$ – число красных ячеек в момент старта - s

$N(s)_c$ – число синих ячеек в момент старта - s

$N(s)_б$ – число белых ячеек в момент старта - s

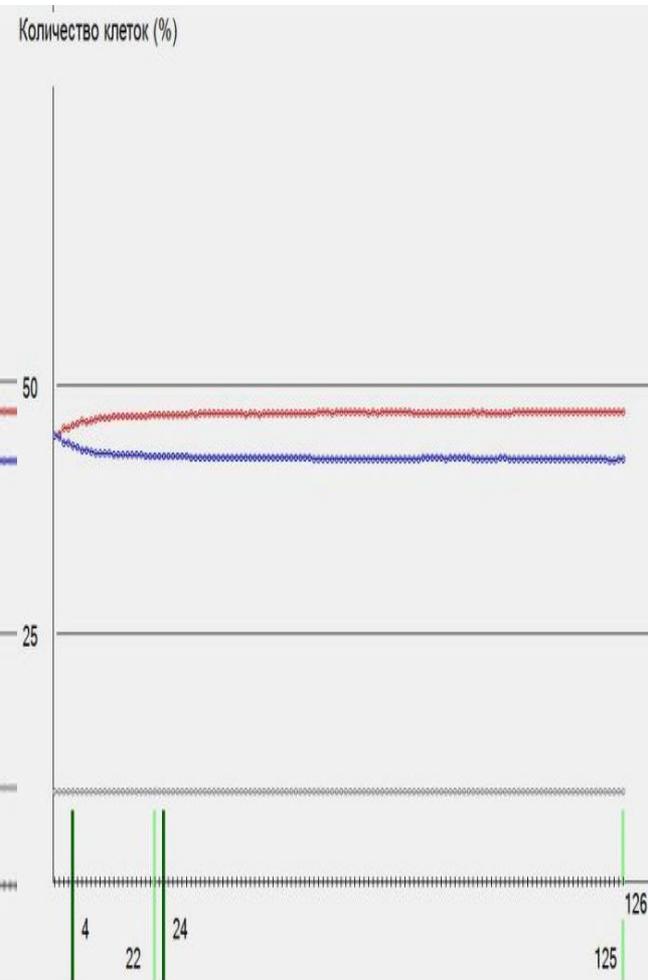
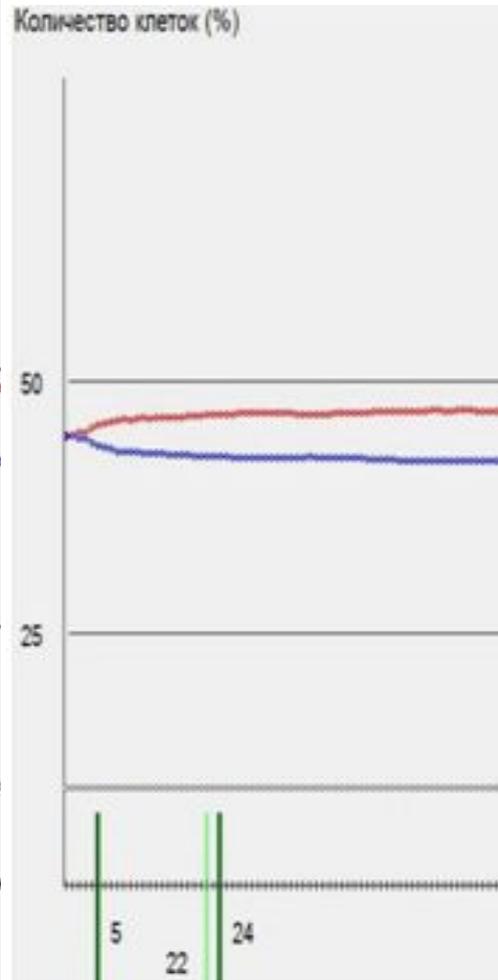
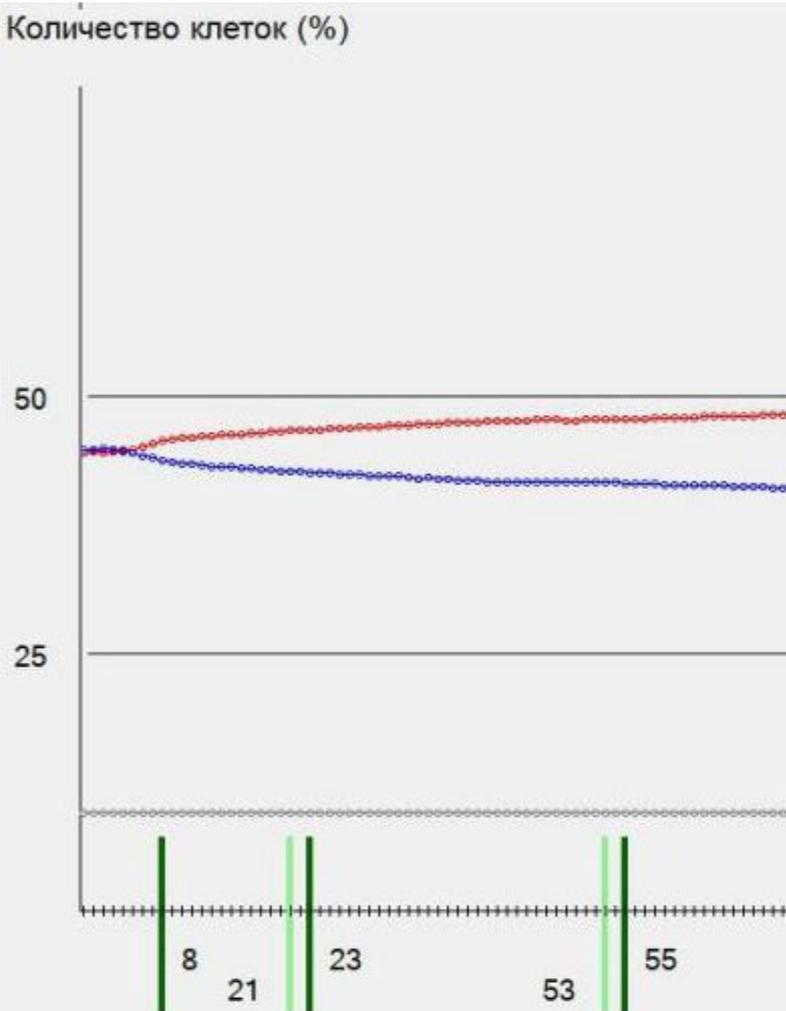
e – end – момент останова

$$N(s)_k + N(s)_c + N(s)_б = N_0$$
$$N(e)_k + N(e)_c + N(e)_б = N_0$$
$$N(s)_б = N(e)_б$$

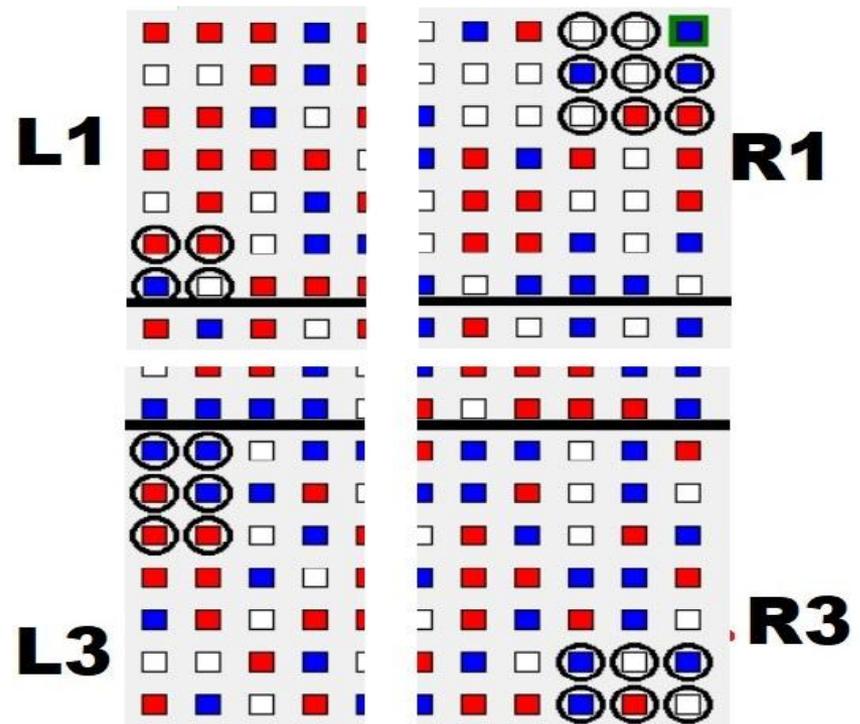
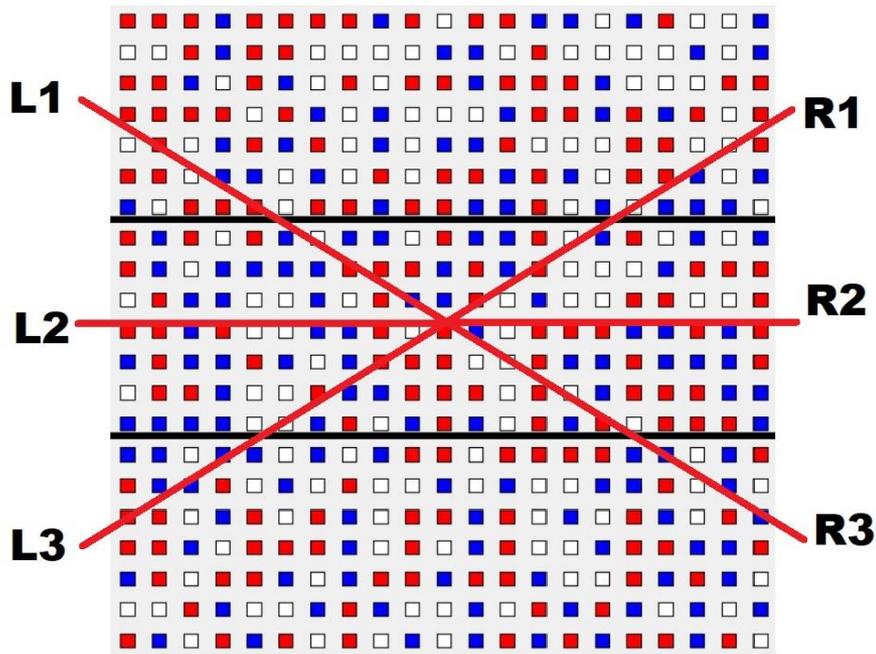
Красных: 29% Синих: 29% Равнодушных: 42%

Старт Сброс Перемешать Показать связи Итераций: 0 Первая итерация График Редактор стартовой модели Комментарии 12 Выход

Зависимость времени выхода на «плато» с одного старта - в состоянии равновесия от числа «ручек»: левый Рис. – 3 ручки; средний - 5 ручек; правый Рис. – 7 ручек



Конфигурация модели - сфера с ручками

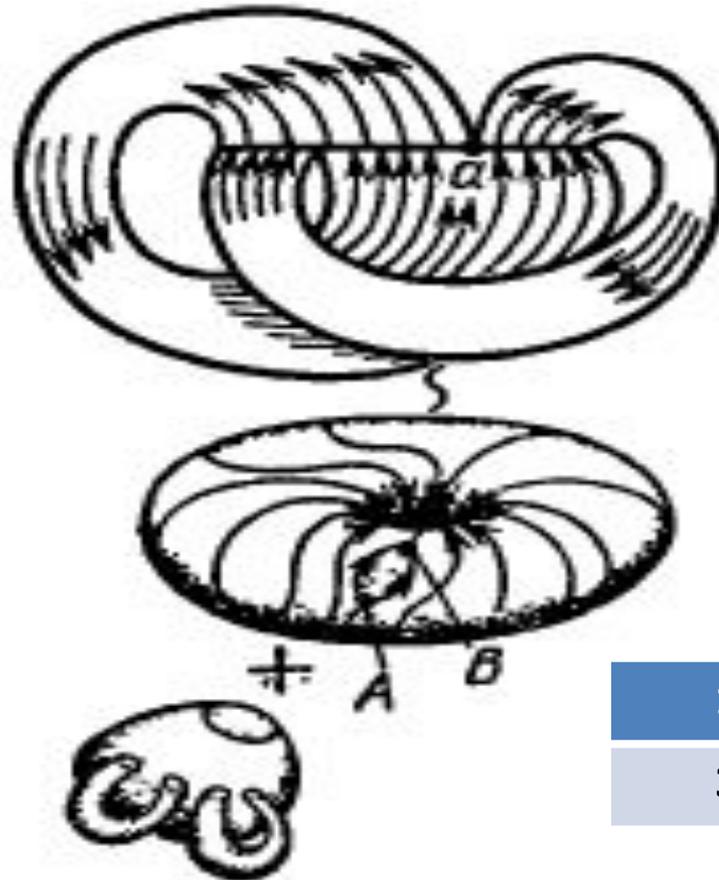


- Переход на краях поверхности

- Связи клеток на краях поля

Перекладывание 3-х подинтервалов – преобразование пучка параллельных отрезков – как формирование всюду плотных траекторий на компактной 2-мерной поверхности рода 3 (тор, приклеенный к кренделю)

Возникает эффект перемешивания



Для сильной эргодичности, т.е. возможности считать средние величины для всего рабочего поля ПКА, необходимы простые числа: 3, 5, 7, 11, ...

1	2	3
3	2	1

Табл. 2. Зависимость времени релаксации ПКА к состоянию равновесия от **плотности белых клеток d** и топологического **рода ρ** двумерной поверхности рабочего поля ПКА.

		Percentage of blocking nodes (white cells) of the lattice					
		$d(\%) :$	10	20	30	40	70
The genus of the surface – Number of handles- ρ	0 (sphere)	129/47	122/47	122/50	122/50	111/50	
	3 (“pretzel”)	143/45	147/50	126/50	121/50	113/50	
	5	145/46	147/47	132/49	125/50	105/50	
	7	144/42	136/47	125/50	124/50	110/50	

Определение топологической энтропии в перенормированной форме

- Обозначим через $Z_+ = \{0\} \cup \mathbb{N}$ «временную» ось и рассмотрим расширенную решётку «пространство x время» $Z^d \times Z_+$, где d - размерность решётки, здесь $d=2$. В этом пространстве рассматриваем расширенные конфигурации $\tau: Z^d \times Z_+ \rightarrow \{0, 1\}$
- Пусть \bar{Z} - пространство из расширенных конфигураций τ со свойством $\tau_{i+1} = F(\tau_i) \quad t \in Z_+$
- Рассмотрим конечное подмножество $S \subset Z^d \times Z_+$ и разбием \bar{Z} на конечное число классов эквивалентности. Пусть $N(S)$ - количество этих классов, и пусть $H(S) = \ln N(S)$.
- При этом
- 1. $H(S) > 0$, 2. $H(S) \leq H(S')$ при $S \subset S'$, 3. $H(S \cup S') \leq H(S) + H(S')$, 4. $H(S + v) = H(S)$ для любого вектора $v \in Z^d$.

- Пусть $I_1 = \{1, \dots, 1\}$ Z_+ - временной интервал длины $l+1$. Тогда для подмножества
- В Z^d определяется функция информации $h(P^1)$.

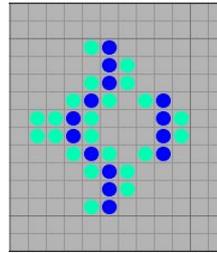
$$h(B) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup \frac{H(B \times I_n)}{n}$$

- С помощью которой топологическая энтропия определяется как

$$h_{\text{top}}(F) = \lim_{B \subset Z^d} \sup h(B)$$

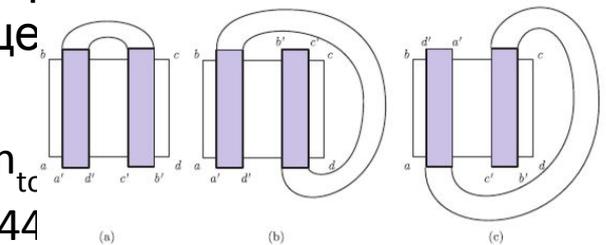
Специфика расчёта топологической энтропии клеточных автоматов

- Если локальные правила ПКА являются линейной (булевой) функцией, то $h_{\text{top}}(F) = 0$ или ∞ .
- Авторами [11] доказано *достаточное* условие $h_{\text{top}}(F) = \infty$. Им оказалось наличие у данного ПКА такой подвижной сложной конфигурации как «космический корабль»^{*)}.



- В наших вычислительных экспериментах с ПКА подобной конфигурации не наблюдалось. Ранее Милнор поставил вопрос о получении оценки $0 < h_{\text{top}}(F) < \infty$, а Синай [8] представил пример ответа на него с использованием перенормировки, т.е. замены нормирующего множителя $1/n$ на другой, с большей скоростью сходимости.

- _____ -
- *) – это напоминает другой, открытый существенно в динамических системах, маркер, указывающий на оценку энтропии:



Примеры линейной, ориентируемой «подковы» [4. с.44

Теорема о конечности топологической энтропии ПКА

- Если ПКА как динамическая система имеет устойчивое стационарное состояние, то его топологическая энтропия положительна и не равна бесконечности

Сравнение топологической энтропии h_{top} разных источников погрешности прогноза

Итерации	Т. Кантора $ 2^A $	Число конфиг. ПКА	Гаусс	Фракталы	ПКА	Марков
n	$> A $ 2^n	$2^{n \log 2}$	$2^{n \log 2} / (2e\pi)^{0.5}$	$\text{Dim}_H f(t) * \log m$ Розовый шум	$n * \log 2$	$n * \log \lambda_1$
1	2	1.232	0.298	(1.167; 1.556)	0.301	0.877
2		1.518	0.367	(1.167; 1.556)	0.602	1.754
3	4	1.869	0.452	(1.167; 1.556)	0.903	2.631
4		2.304	0.557	(1.167; 1.556)	1.204	3.507
5	8	2.838	0.687	(1.167; 1.556)	1.505	4.3852
6		3.497	0.846	(1.167; 1.556)	1.806	5.262
7	16	4.308	1.042	(1.167; 1.556)	2.107	6.139

Оценка длины ветви прогноза

- Из факта аддитивности энтропийных оценок следует их принадлежность к интервальной шкале. Это означает возможность расчёта линейной оценки итоговой погрешности прогноза и корректной длины ветви прогноза.

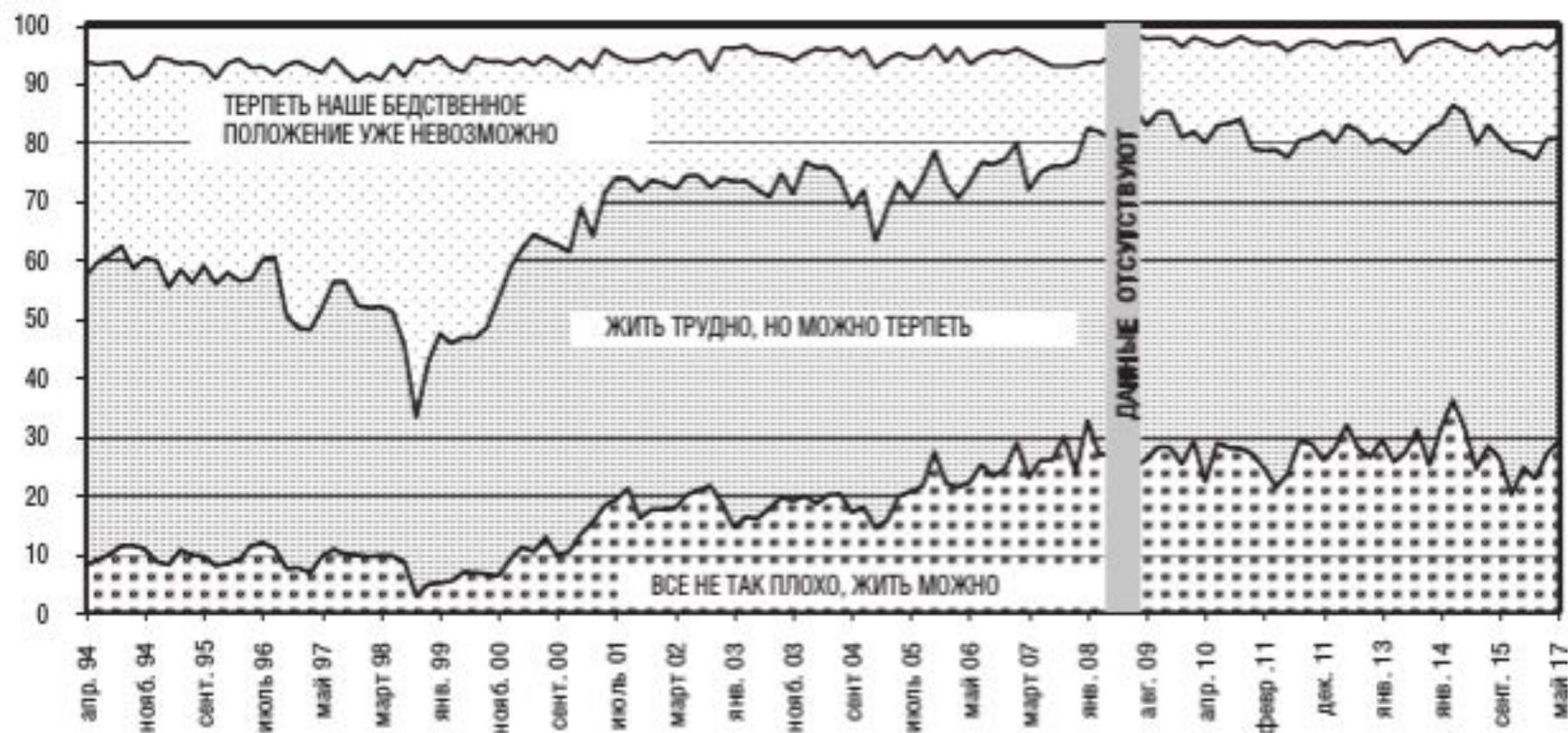
$$\sigma = 2^{h-1/2} / (e\pi)^{1/2} = 0.26$$

→ ПКА_{i-1} → ПКА_i → ПКА_{i+1} →

i = ?

3. «ЗАПАС ПРОЧНОСТИ» НАСЕЛЕНИЯ

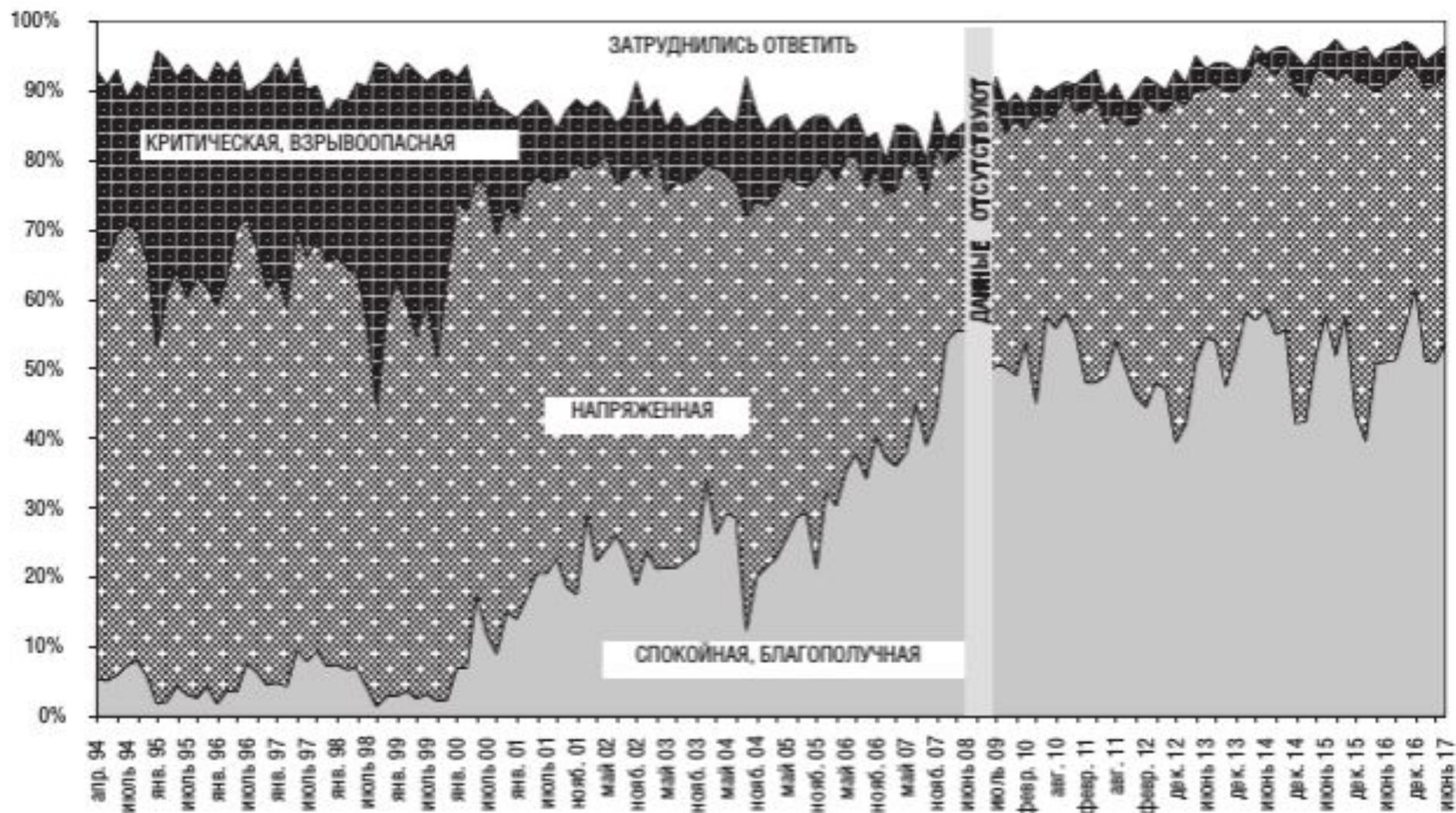
А. «Какое из следующих высказываний более всего соответствует Вашей жизненной ситуации?»



В 1994 г. N=3000, в 1995–2001 гг. N=2400, в 2002–2008 гг. N=2100, с 2009 г. N=1600.

7. ОЦЕНКА ПОЛИТИЧЕСКОЙ ОБСТАНОВКИ

Как Вы оценили бы в целом политическую обстановку в России?



В 1994 г. N=3000, в 1995–2001 гг. N=2400, в 2002–2008 гг. N=2100, с 2009 г. N=1600.

Структуризация позиции группы «К» «колеблющихся» по типологии Шварца –Магуна примерная стабильность % в 2008, 2010, 2012 гг

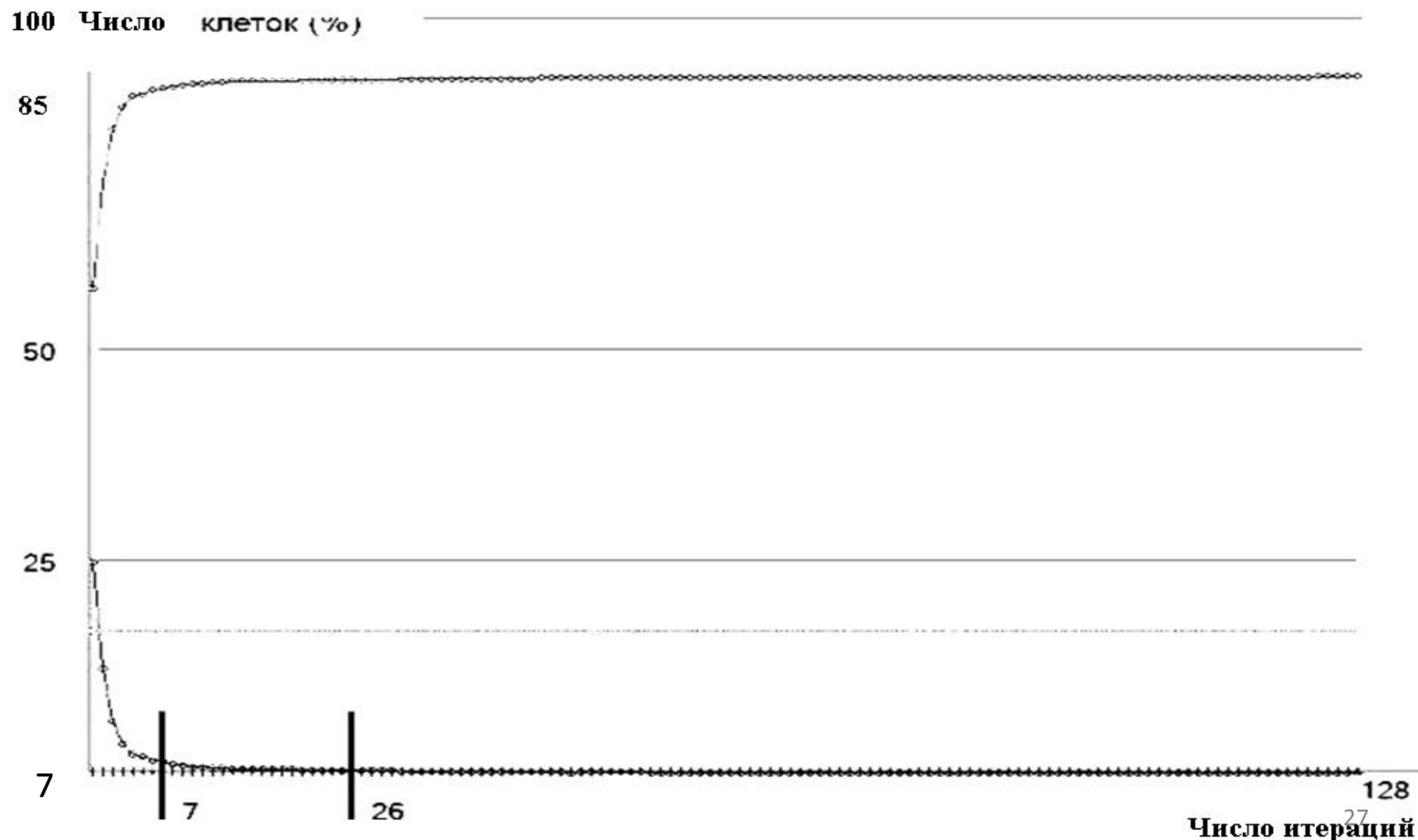
Гипотеза: 24% группы К (слабая СО – патерналистская ориентация) –
Повтор распределения распространённости ценностей всего населения

				Индивидуализм	
				Слабый	Сильный
Социальная Ориентация - СО	44%	24%	Слабая СО		гедонизм
		20%	Сильная СО		Творческий
				28%	26%

Табл. 1. Индикаторы *распространённости* и *укоренённости* культурных кодов ценностей коллективизма и индивидуализма в российском социуме

Indices-of-cultural-codes-α		Values-of-Collectivism-α	Values-of-Individualism-α
Indices-of-roots-α		0.265-α	0.239-α
Indices-of-prevalence-α	<u>Сикевич·З.В.(1996)α</u>	°68-α	32-α
	Sh·Schwartz·(2008)α	51-α	46-α
	Sh·Schwartz·(2012)α	44-α	54-α
	<u>Levada·Center·(2014)¶</u>	54-¶	29-¶
	Попков·Ю.В·(2017)¶	63-65-α	37-35α
	СО·РАН, <u>И·Т·философии</u> ¶ ·Сибирь·(русские, алтайцы·)¶		
	<u>Levada·Center·(2018)α</u>	62α	29α

Прогноз % голосов для президентских выборов (2018) – на основе исходных данных Левады-центра



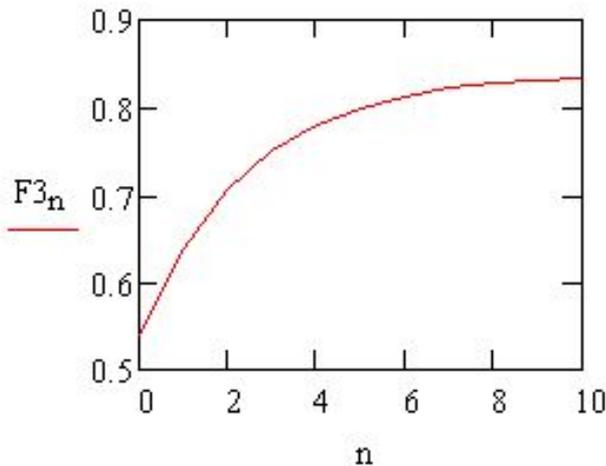
К расчёту времени хаотизации – выхода ПКА на «плато» динамического равновесия с использованием аппроксимирующих функций (для восходящей ветви)

- n - число итераций, $C1$ - стартовое значение доли «красных клеток» = $N(s)_k$;
- $C2$ - итоговая доля «красных клеток» в состоянии равновесия = $N(e)_k$;
- t - время выхода на «плато», оцениваемое числом итераций – здесь $n = 10$;
- α – показатель экспоненты, - здесь в блоке «Given»: $x = \alpha$, $y = C2$, $F3_0 = C1 = 0,54$

$$F3_n := C2 \cdot (1 - e^{-\alpha \cdot n}) + C1$$

$$y \cdot (1 - e^{-x \cdot 7}) = 0.27$$

$$y \cdot (1 - e^{-x \cdot 26}) = 0.29$$



$$\text{vec} := \text{Find}(x, y)$$

$$\text{Solution: } \text{vec} = \begin{pmatrix} 0.382 \\ 0.29 \end{pmatrix}$$

К расчёту времени хаотизации – выхода ПКА на «плато» динамического равновесия с использованием аппроксимирующих функций (для нисходящей ветви)

$$F3_n := \left[e^{-(\alpha \cdot n)} + C4 \right] \cdot C3$$

$F3_0 := 0.25$ n - число итераций, $F3_0$ - стартовое значение доли «синих клеток»

$F3_e$ - итоговая доля «синих клеток» в состоянии равновесия = $N(e)_k$;

t - время выхода на «плато», оцениваемое числом итераций – здесь $n = 10$;

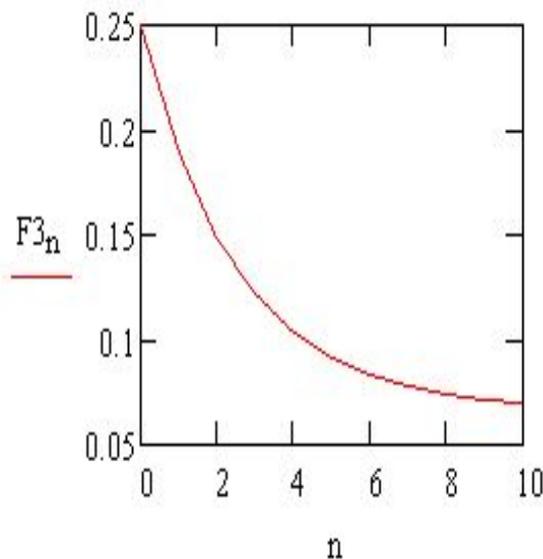
$$C3 \times (1 + C4) = F3_0$$

α – показатель экспоненты; в блоке «Given»: $x = \alpha$, $y = C3$, $z = C4 = 0,54$

Первая социальная константа

Гипотеза: показатели экспонент для восходящей и нисходящих ветвей α одинаковы и равны 0.382

Выполняется с точностью $\Delta = 0.005$



Given

$$\left(e^{-x \cdot 26} + z \right) \cdot y = 0.07$$

$$y \cdot (1 + z) = 0.25$$

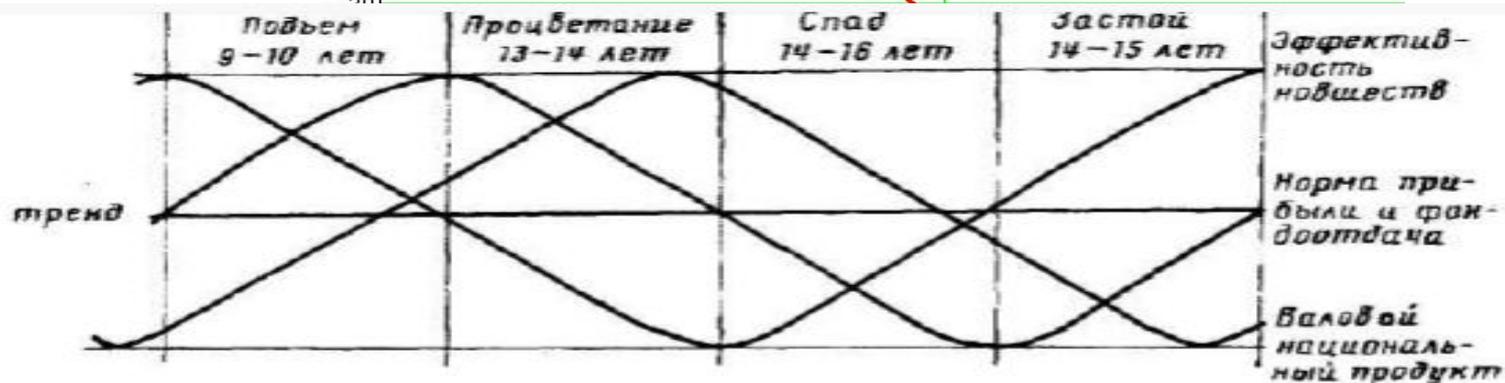
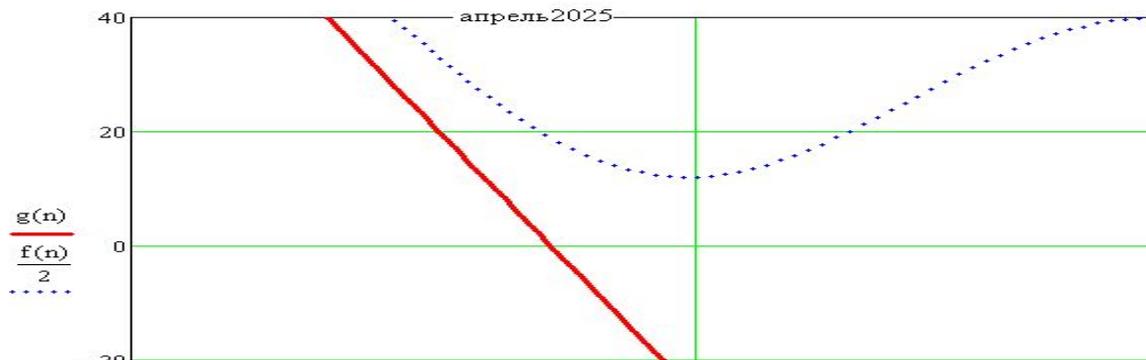
$$\left(e^{-x \cdot 7} + z \right) \cdot y = 0.082$$

$$\text{vec} := \text{Find}(x, y, z)$$

Solution:

$$\text{vec} = \begin{pmatrix} 0.387 \\ 0.18 \\ 0.389 \end{pmatrix}$$

В КОНТЕКСТЕ ДИНАМИКИ ОСНОВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЦИКЛА Кондратьева



1 цикл: (11) 1782—1796	(12) 1792—1805	(13) 1806—1818	(04) 1767—1782 (14) 1822—1832	(11) 1782—1796 (21) 1837—1846
2 цикл: (21) 1837—1846	(22) 1847—1855	(23) 1861—1868	(24) 1877—1882	(31) 1892—1896
3 цикл: (31) 1892—1896	(32) 1902—1905	(33) 1916—1918	(34) 1932	(41) 1946—1947
4 цикл: (41) 1946—1947	(42) 1955—1957	(43) 1968—1971	(44) 1982—1987	(51) 1996—2002
5 цикл: (51) 1996—2002	(52) 2005—2012	(53) 2018—2026	(54) 2032—2042	(61) 2046—2057

критические точки

критические точки

критические точки

Выводы и заключение

- Род поверхности γ существенно влияет на процесс перколяции: с ростом рода, т.е. степени связности социума (1 inv), увеличивается скорость процесса релаксации к локальному равновесию
- Уменьшение плотности неактивных клеток решётки рабочего поля взаимозаменяемо с родом поверхности γ
- Установлено существование одинаковой социальной константы – модуля степени экспоненциальной функции как для восходящей, так и нисходящей ветви процесса выхода на «плато» динамического равновесия ПКА, т.е. этот выход на плато синхронизован социумом (2 inv) .
- Среднесрочный прогноз оценки деятельности институтов власти без высоких требований к точности показателей ($\leq 20\%$) может быть осуществлён как последовательный ряд ситуаций трендов и стационарных равновесий вместе с переходными процессами, реализуемыми на перколяционно-клеточных автоматах.
- Большим значениям топологической энтропии (3 inv), обусловленной фрактальной размерностью графика одобрения деятельности властей, отвечает меньшая степень взаимного доверия в социуме ($h_{top}(РФ) > h_{top}(ФРГ), h_{top}(Швеция), h_{top}(Япония)$)
- Мобилизационный потенциал социума тем выше – при прочих равных условиях (численность адептов и сторонников, спонсорство и т.д.), чем быстрее осуществляется выход на «плато», - эта скорость зависит от степени укоренённости культурных кодов социума (4 inv)
- Особым ресурсом управления субъективными факторами, компенсирующими неблагоприятное сочетание социально-экономических факторов, например, негативные последствия нынешней фазы цикла Кондратьева, является укрепление социально-психологического (морально-политического) потенциала российского общества, в частности, преодоление «синдрома Лихачёва» об отрицании скрепляющей общество идеологии, основанной на доверии (шведский опыт).

Список литературы

- 1. Алексеев В.М., Якобсон М.Н. Символическая динамика и гиперболические системы / Добавление в книгу Р. Боуэна «Методы символической динамики» - Серия Математика. Новое в зарубежной науке, МИР, М.: 1979, с. 203.
- 2. Белов А.Я., Митрофанов И. Периодичность схем Розы и подстановочные системы / Режим доступа : **1107.0185** Это документ с сайта arxiv.org, 2018.
- 3. Громов Г.Р. Национальные информационные ресурсы: проблемы промышленной эксплуатации. – М.: Наука, 1984.
- 4. Гонченко С.В., Гонченко А.С. К вопросу о классификации линейных и нелинейных подков Смейла. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА, 2007, Т. 3, №4, с. 423–443
- 5. Гальперин Г.А., Земляков А.Н. Математические бильярды, - М.: Наука. Гл. ред. физ.- мат. лит. , 1990.
- 6. Каток А.Б. Введение в современную теорию динамических систем . М.: «Факториал», 1999.
- 7. Корнфельд И.П., Синай Я.Г. Энтропийная теория динамических систем. Глава 3. Общая эргодическая теория групп преобразований с инвариантной мерой. I. ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ- 2, Редактор-консультант профессор Я.Г.Синай. «Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Том 2. (Итоги науки и техн. ВИНТИ АН СССР)». М.,1985
- 8. . Е.Л. Лакштанов, |Е.С. Лангваген ЭНТРОПИЯ МНОГОМЕРНЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ //Проблемы передачи информации, Т.42, Вып.1 2006
- 9. Лоскутов А.Ю., Козлов А.А., Хаханов Ю.М. Энтропия и прогноз в теории динамических систем / / Изв. Вузов «ПНД», т.17, № 4, 2009, с. 98-114.
- 10. Синай Я.Г. Современные проблемы эргодической теории . М.: «Физико-математическая литература», 1995.
- 11. Н. И. Чернов, Средняя длина пробега в бильярдных системах, Матем. просв., 2001, выпуск 5, 100–105.
- 12. Чернов Н.И., Федянин В.К., Шведовский В.А. Вычисление H-энтропии бильярда в замкнутой плоской области с рассеиванием. Дубна: ОИЯИ, 1983. Препринт Е-17-83-236.
- 13. Шведовский В.А. Зависимость энтропии бильярдных систем от топологии области (случай квадрата и тора), препринт Р17-80-180 ОИЯИ, Дубна, 1980.
- 14. Штомпка П. Доверие – основа общества /Петр Штомпка: пер. с пол. Н.В.Морозовой. — М.: Логос, 2012
- Приношу благодарность магистранту ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова С.В. Сухову за проведенные эксперименты с клеточным автоматом.

Спасибо за внимание!