

Пермский государственный технический университет
Кафедра дизайна, графики и начертательной
геометрии



Е.С. Дударь, И.Д. Столбова

Тема 1

Метод проекций. Проекция точки

Цель: сформировать представление о конструктивном способе отображения пространства

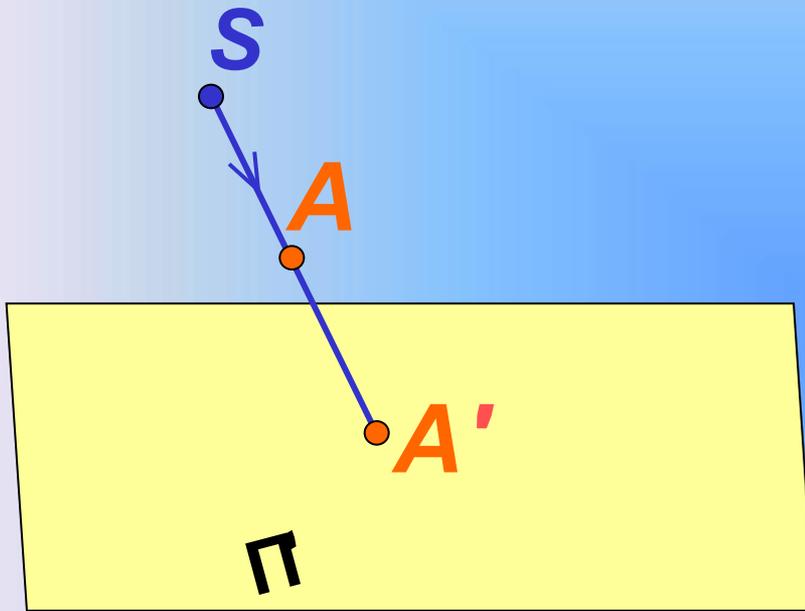
Метод проекций

Пространство	расширенное евклидово
Способ отображения пространства	конструктивный (проецирование)
Геометрические образы:	линейные (неопределяемые): <ul style="list-style-type: none">• точка;• прямая;• плоскость нелинейные: <ul style="list-style-type: none">• кривая линия;• поверхность
Требования к чертежу	<ul style="list-style-type: none">• простота;• точность; <ul style="list-style-type: none">• наглядность;• обратимость
Прямая задача	построить проекционный чертеж пространственного предмета
Обратная задача	прочитать чертеж, т.е. реконструировать натуральные пространственные формы, размеры и положение изображаемого предмета

Основной метод начертательной геометрии. Используется для построения изображения геометрических образов трехмерного пространства на плоскости чертежа

Метод проекций

Центральное проецирование

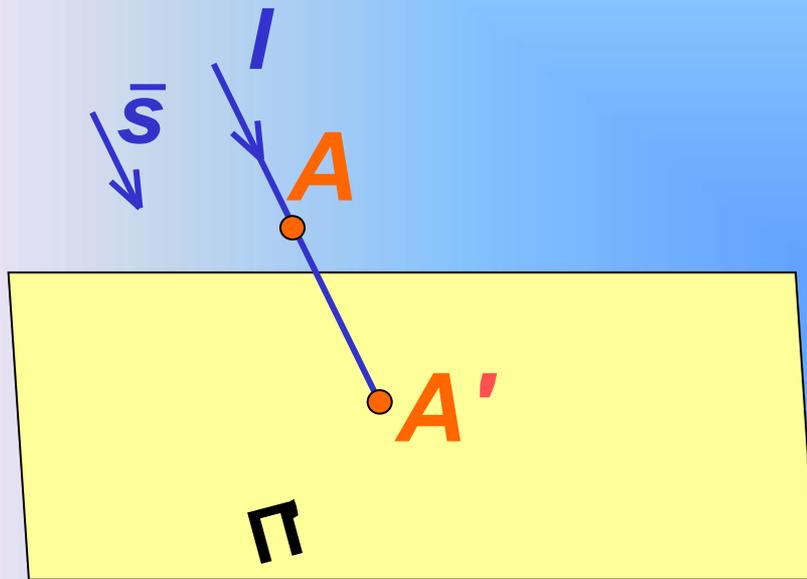


P' – плоскость проекций;
 A – произвольная точка пространства;
 S – центр проецирующий;
луч;
 A' – проекция точки A на плоскость проекций P'

При центральном проецировании проецирующие лучи проходят через центр проекций – точку S . Проекция A' точки A есть пересечение проецирующего луча SA с плоскостью проекций P' . Центральные проекции наиболее приближены к естественному зрительному восприятию

Метод проекций

Параллельное проецирование



Π' – плоскость проекций;
 A – произвольная точка пространства;
 s – направление проецирующей луч;
 Π' – проекция точки A на плоскость проекций
 $\Pi'A' = I \cap \Pi', \quad I \parallel s$

При параллельном проецировании центр проекций бесконечно удален, тогда все проецирующие лучи будут параллельны некоторому заданному направлению \bar{s} . Проекция A' точки A есть пересечение проецирующего луча I с плоскостью проекций Π'

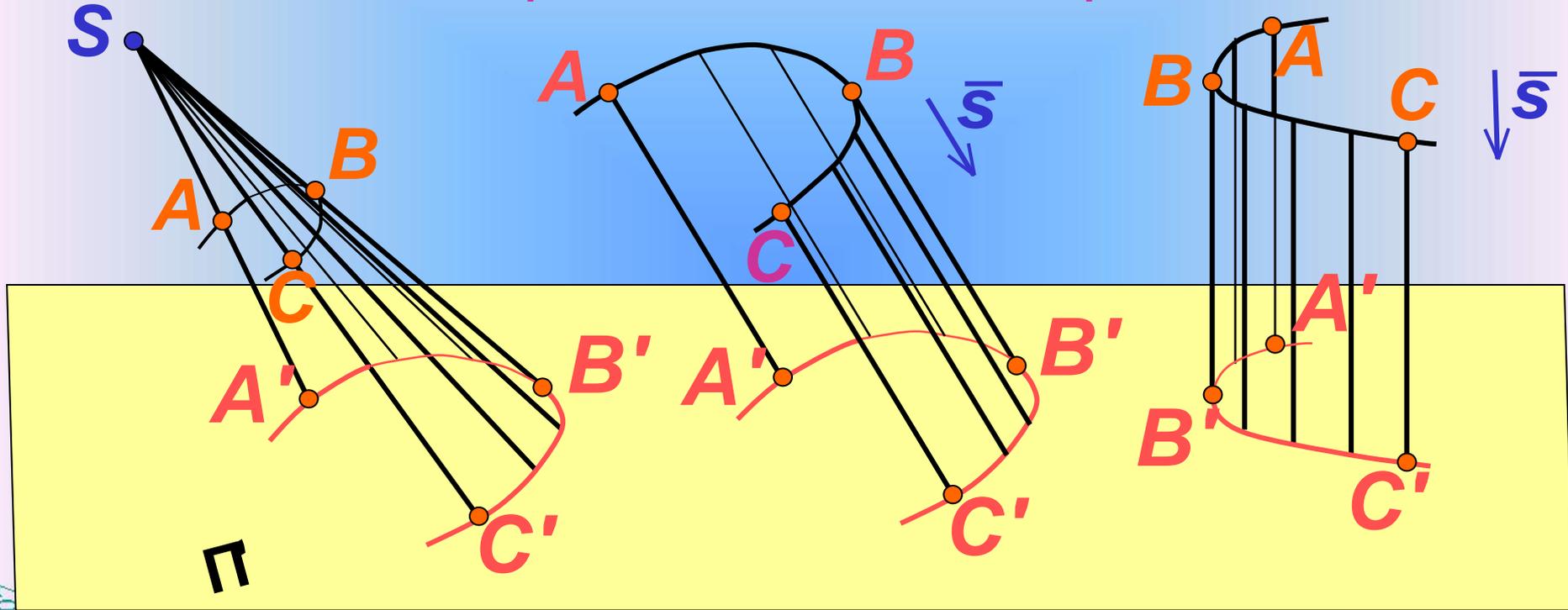
Классификация проекций

Центральные
(конические)

Параллельные (цилиндрические)

косоугольные, $\bar{s} \nsubseteq \Pi$

ортогональные, $\bar{s} \perp \Pi$



При центральном проецировании совокупность проецирующих лучей образует коническую поверхность. При параллельном проецировании совокупность проецирующих лучей образует цилиндрическую поверхность.

Общие свойства центрального и параллельного проецирования

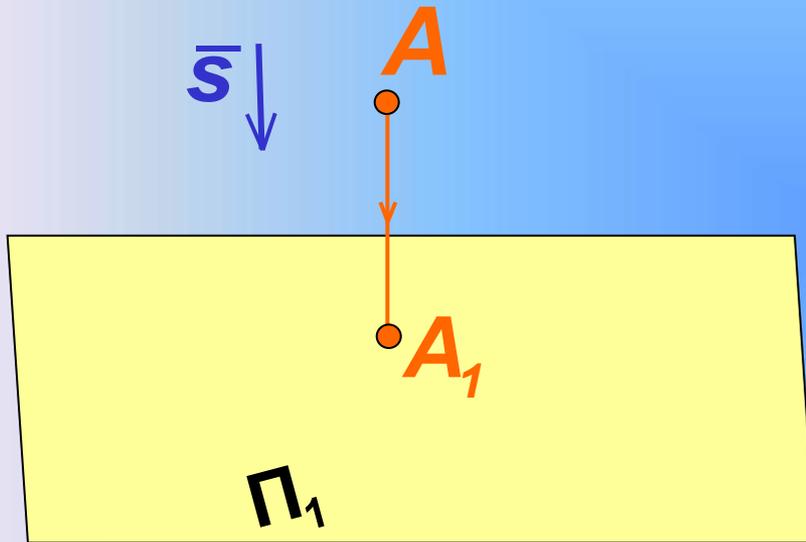
- Проекция точки есть точка
- Проекция прямой линии, в общем случае, прямая
- Каждая точка и линия в пространстве имеют свою единственную проекцию
- Если точка принадлежит прямой, то и проекция точки принадлежит проекции данной прямой
- Для построения проекции прямой достаточно спроецировать две ее точки и через полученные проекции этих точек провести прямую линию

Свойства параллельного проецирования

- Отношение длин отрезков прямой равно отношению длин их проекций
- Отрезок прямой, параллельный плоскости проекций, проецируется на эту плоскость без искажения
- Проекции параллельных прямых параллельны
- Отношение длин отрезков параллельных прямых равно отношению длин их проекций
- При параллельном переносе плоскости проекций величина проекций не меняется

Ортогональное проектирование

Прямая задача – построить чертеж

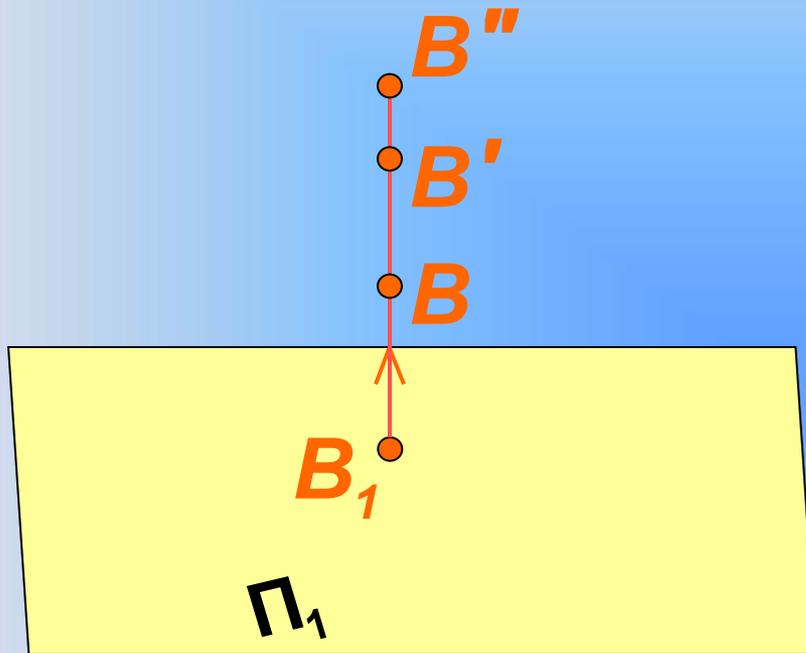


При ортогональном проектировании проектирующие лучи \bar{s} перпендикулярны плоскости проекций Π_1 и параллельны между собой

Прямая задача – изобразить на чертеже положение точки. Произвольной точке пространства A на плоскости проекций соответствует ее единственное изображение – проекция A_1 . Проецирование на одну плоскость проекций дает решение прямой задачи

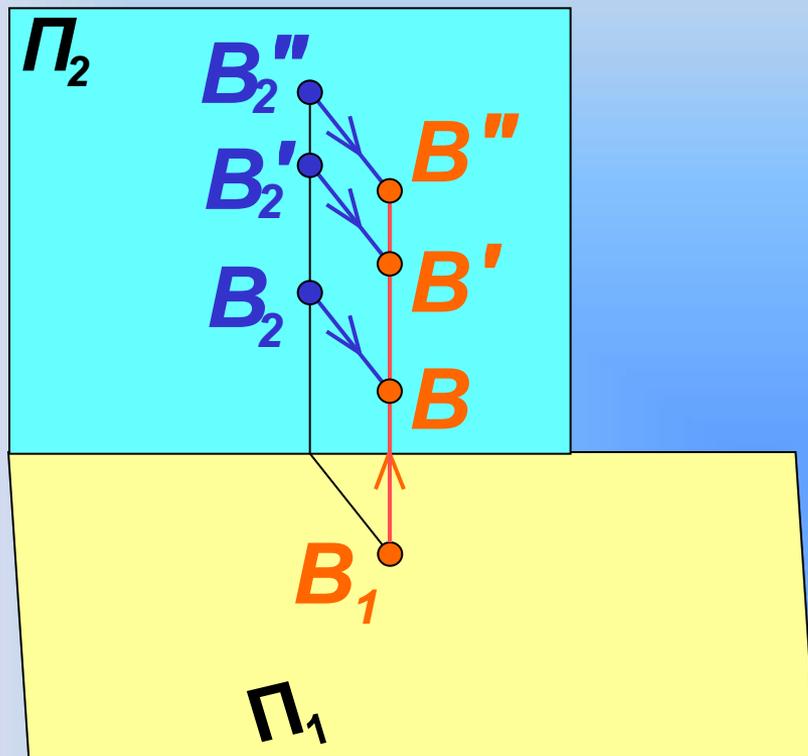
Ортогональное проектирование

Обратная задача – прочитать чертеж



Обратная задача – по чертежу представить положение точки в пространстве. Произвольной точке V_1 , являющейся проекцией точки V , в пространстве будет соответствовать множество точек V, V', \dots , лежащих на одном проецирующем луче. Задача не имеет единственного решения.

Метод Монжа



Метод ортогонального проецирования на две и более взаимно перпендикулярные плоскости проекций

$\Pi_1 \perp \Pi_2$

Рассматриваются две взаимно перпендикулярные плоскости проекций. На второй плоскости проекций каждая из точек V , V' , V'' имеет свое изображение. По двум проекциям точки можно однозначно определить ее положение в пространстве, т.е. обратная задача решена

Метод Монжа

Метод ортогонального проецирования:

- плоскости проекций перпендикулярны между собой;
- проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций.

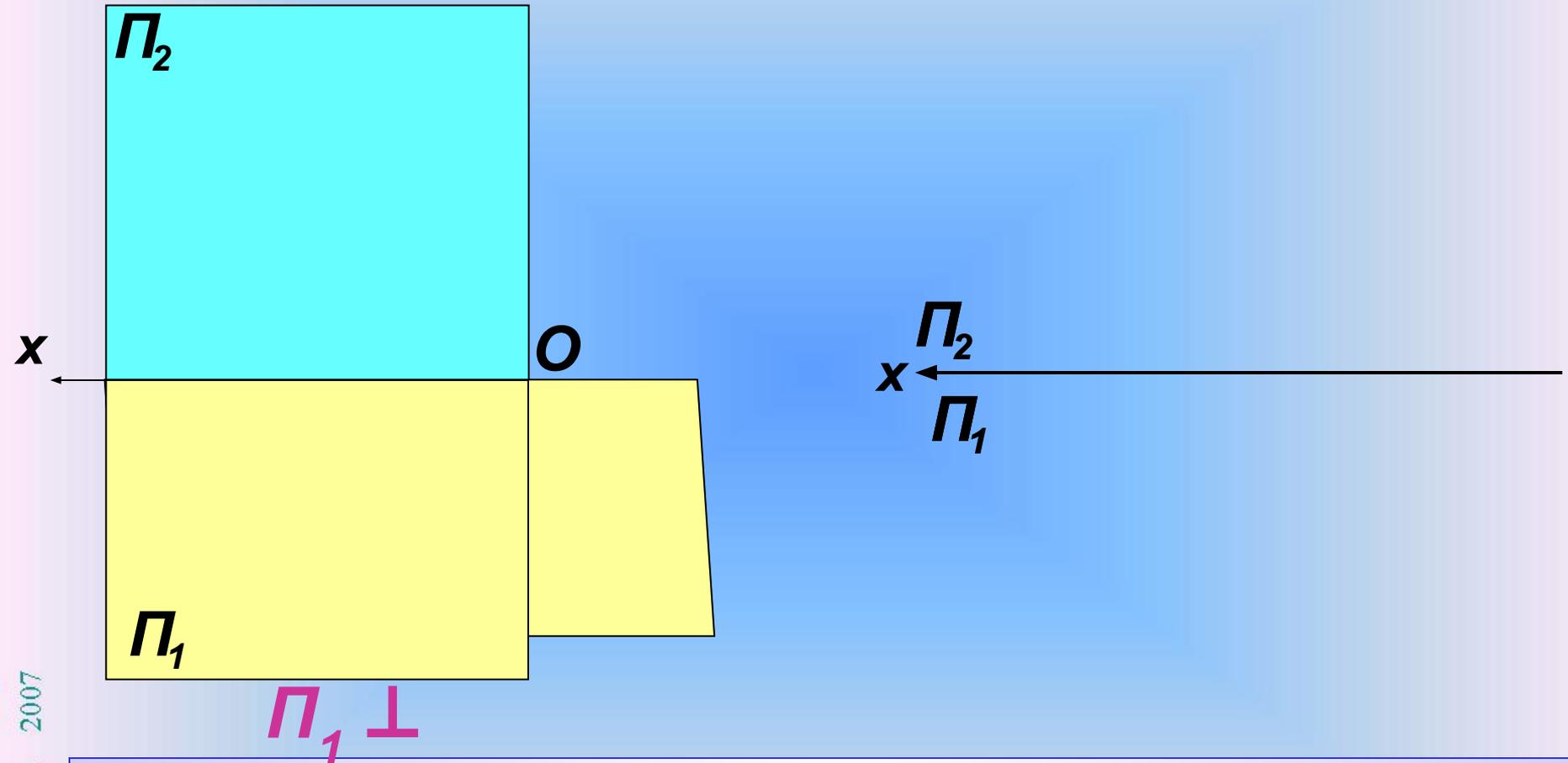
Для однозначного определения положения точки в пространстве необходимо задать на чертеже минимум **две ее ортогональные проекции**

Комплексный чертеж – это изображение геометрического образа, полученное при совмещенных плоскостях проекций

Точка в системе двух плоскостей проекций

Пространственная картина

Комплексный чертёж

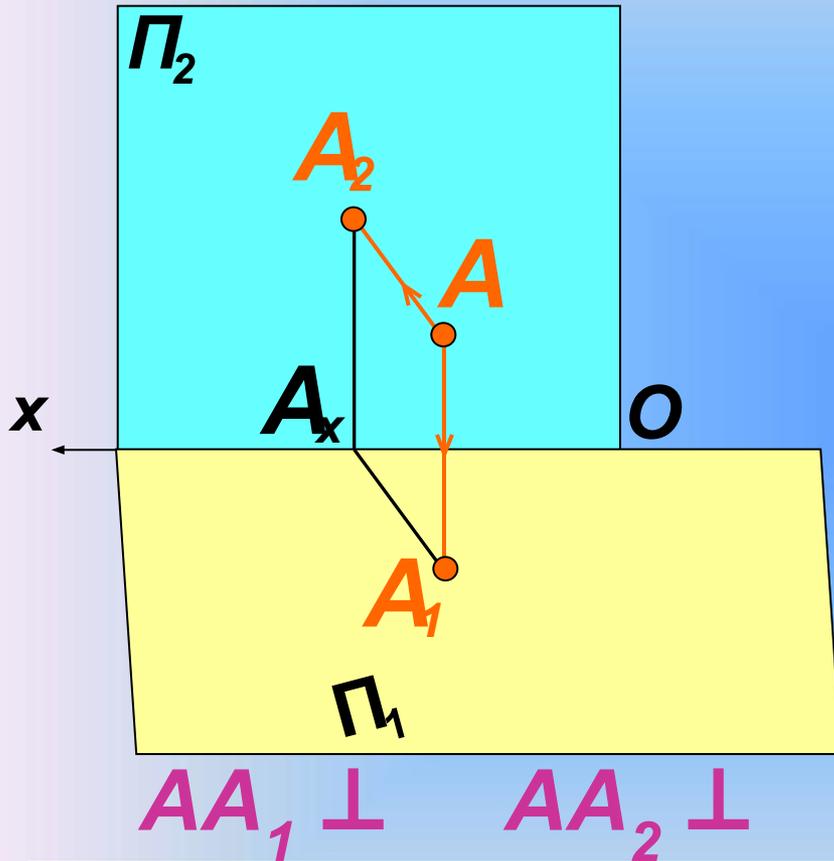


Π_1 – горизонтальная плоскость проекций; Π_2 – фронтальная плоскость проекций. Плоскости проекций пересекаются по оси координат Ox . Вращением вокруг оси Ox плоскость Π_1 совмещают с плоскостью Π_2 . Совмещенное положение плоскостей проекций образует комплексный чертёж

Точка в системе двух плоскостей проекций

Пространственная картина

Комплексный чертеж

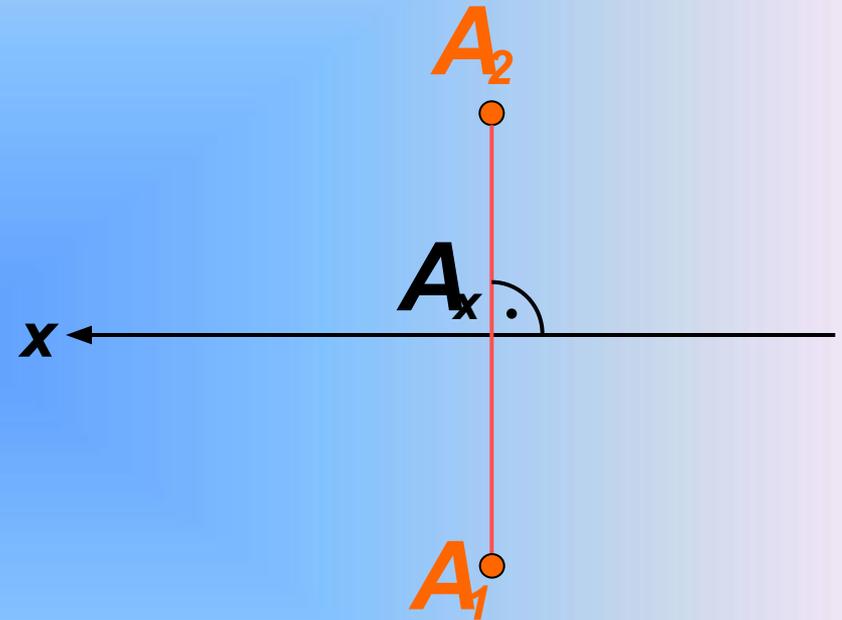
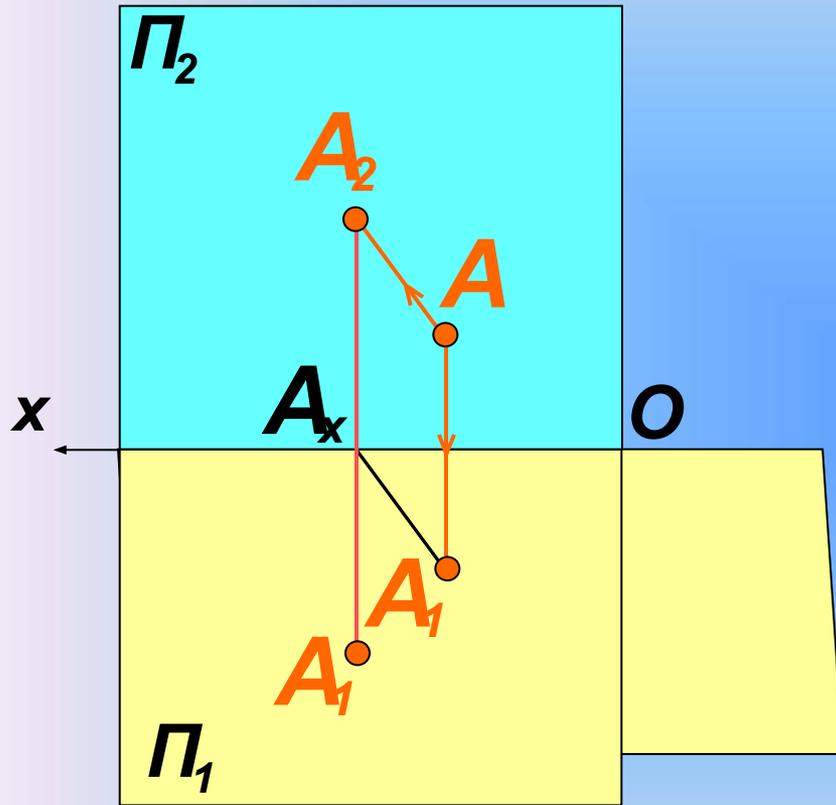


A_1 - горизонтальная и A_2 - фронтальная проекции точки A .
Проецирующие лучи AA_1 и AA_2 перпендикулярны соответствующим плоскостям проекций. Точка пересечения проецирующей плоскости с осью Ox обозначена A_x

Точка в системе двух плоскостей проекций

Пространственная картина

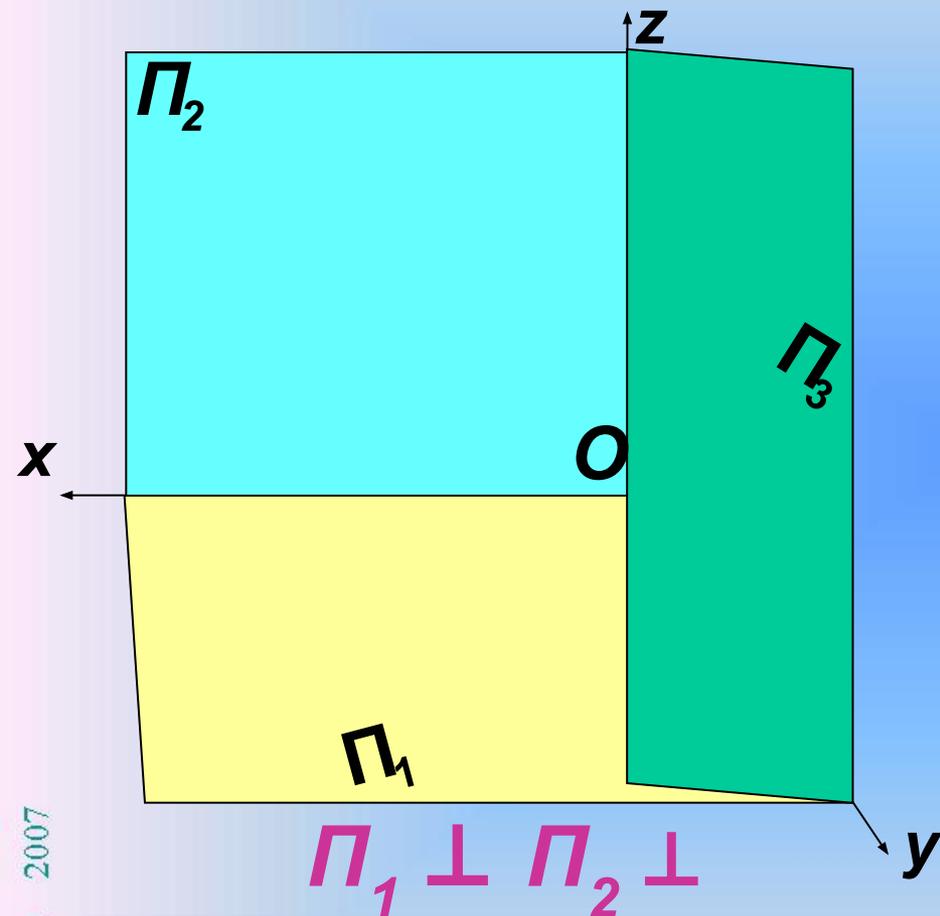
Комплексный чертеж



На комплексном чертеже горизонтальная A_1 и фронтальная A_2 проекции точки A соединяются вертикальной линией проекционной связи, которая перпендикулярна оси Ox . Геометрический образ всегда находится между наблюдателем и соответствующей плоскостью проекций.

Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина

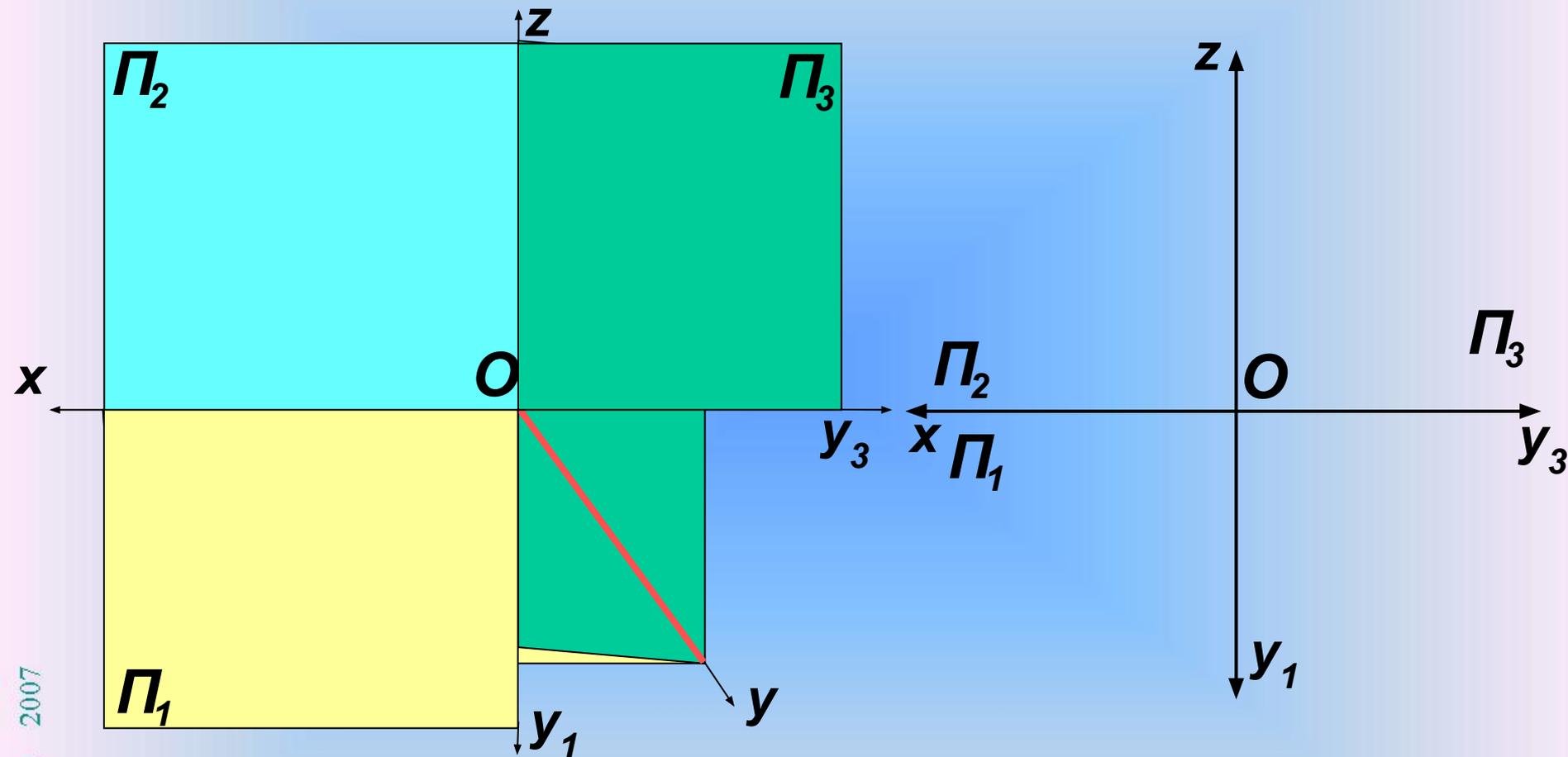


Используются три основные взаимно перпендикулярные плоскости проекций: Π_1 - горизонтальная; Π_2 - фронтальная; Π_3 - профильная. Плоскостей проекций пересекаются по осям Ox , Oy , Oz декартовой системы координат

Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина

Комплексный чертеж

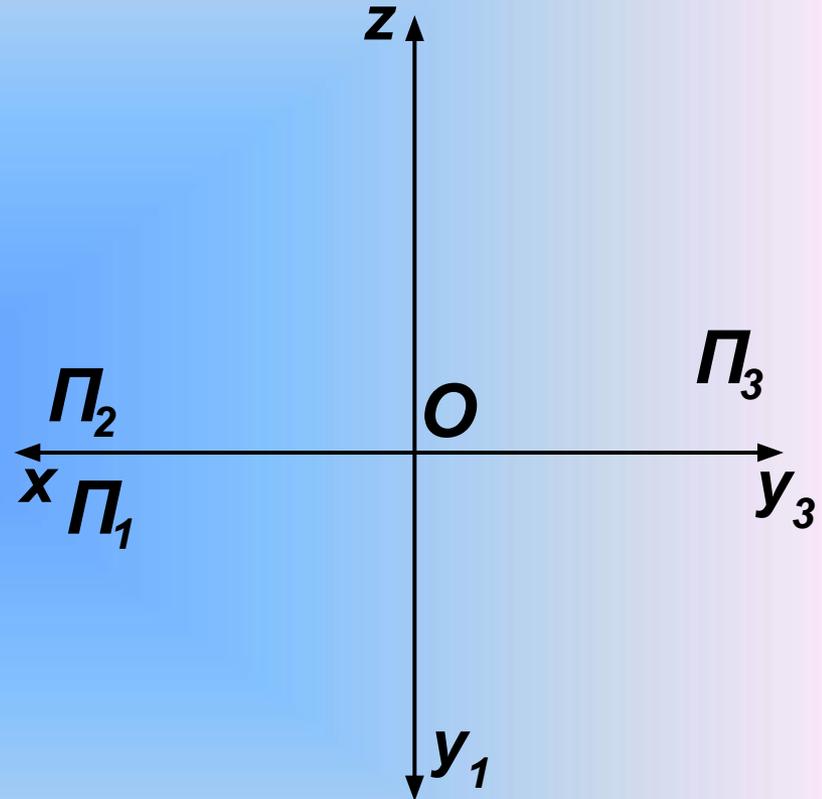
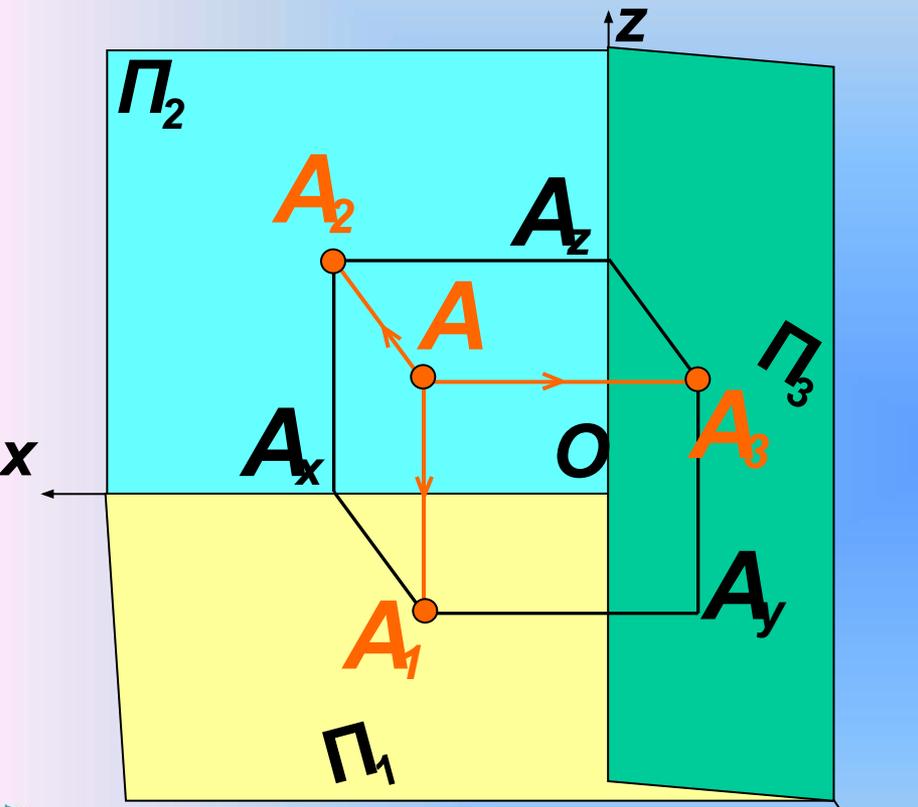


Для перехода к комплексному чертежу пространственную модель разрезают по оси Oy и совмещают все три плоскости проекций в одну: Π_1 поворачивают вокруг оси Ox , Π_3 поворачивают вокруг оси Oz до их совпадения с Π_2 . Ось Oy распадается на две оси y_1 и y_3

Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина

Комплексный чертеж



$$AA_1 \perp \Pi_1, AA_2 \perp \Pi_2, AA_3 \perp \Pi_3$$

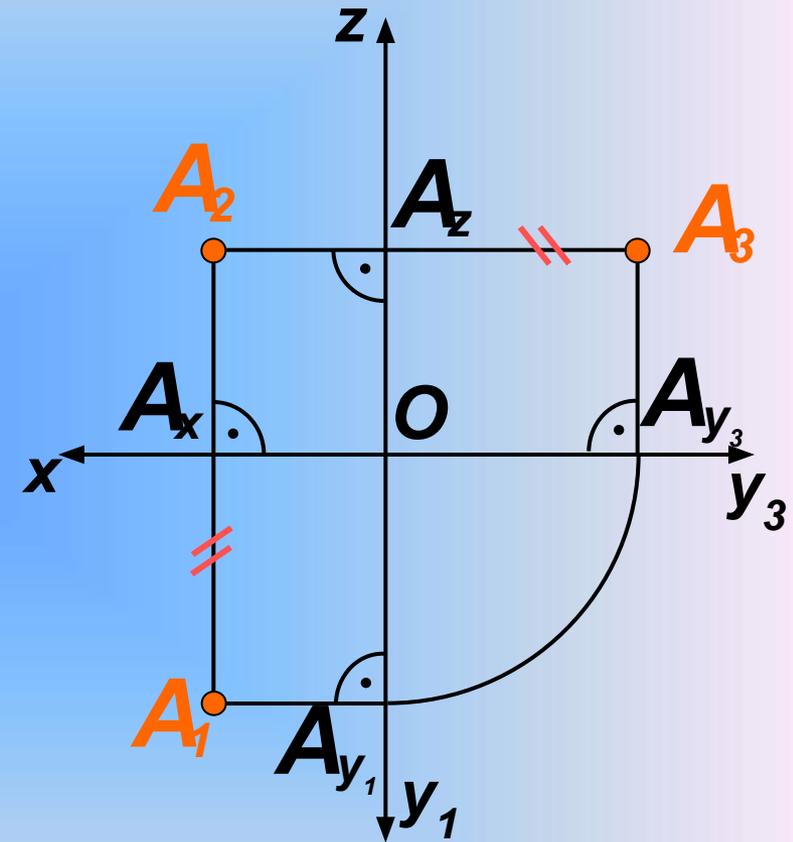
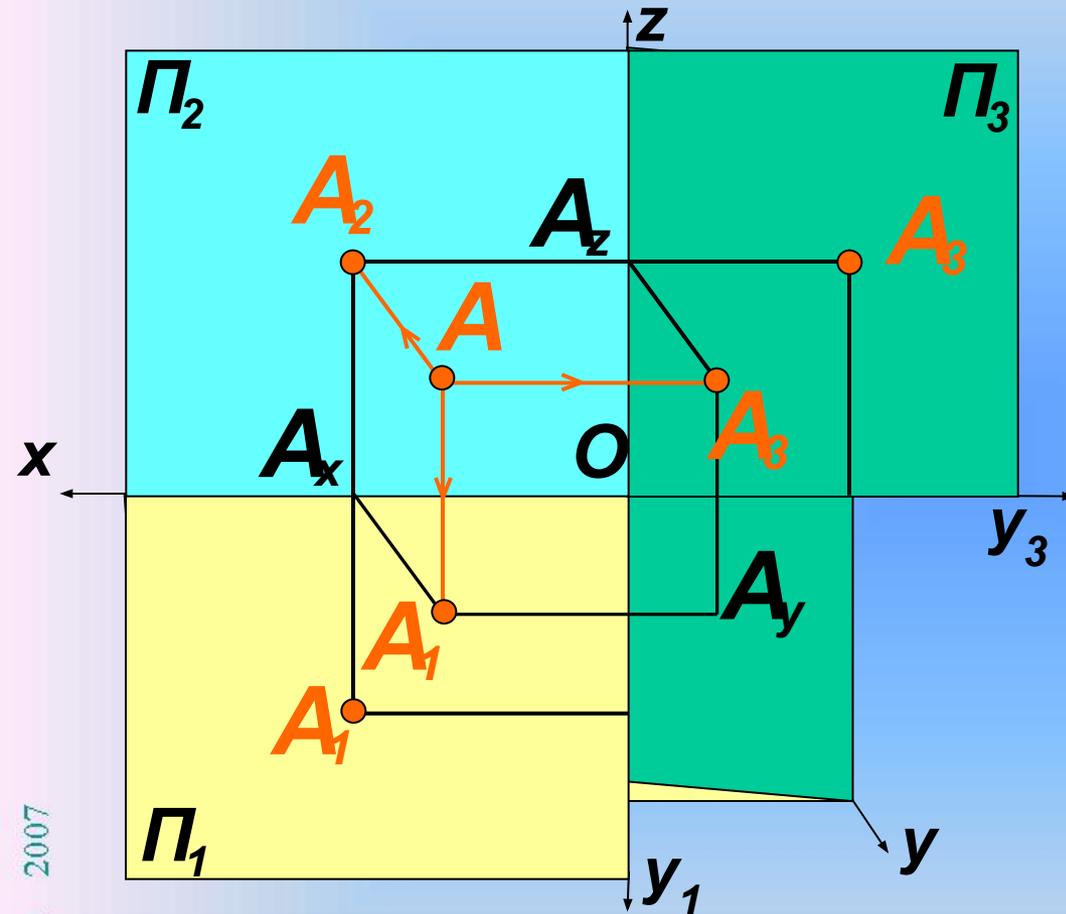
Столбова И.Д. 2007

Проецирующие лучи AA_1 , AA_2 , AA_3 проводят перпендикулярно соответствующим плоскостям проекций и получают проекции точки A : горизонтальную A_1 , фронтальную A_2 , профильную A_3 . Точки пересечения проецирующих плоскостей с соответствующими осями

Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина

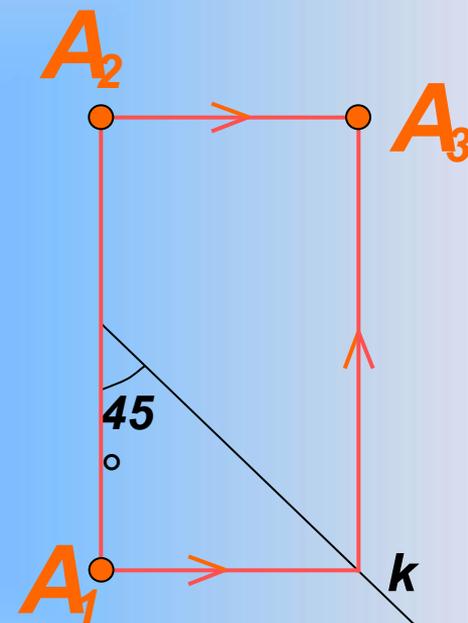
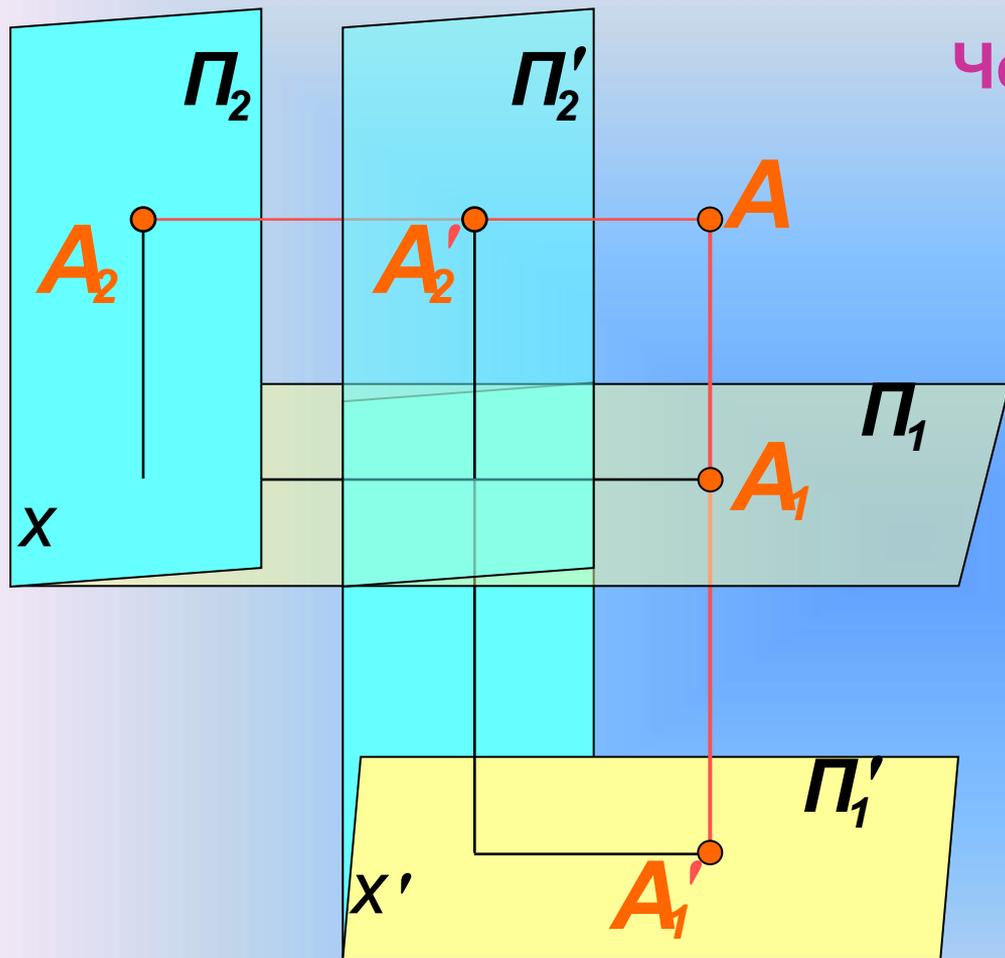
Комплексный чертеж



На комплексном чертеже линии проекционной связи перпендикулярны осям координат. Линия $A_1A_2 \perp O_x$ расположена вертикально, а $A_2A_3 \perp O_z$ - горизонтально. При построении линии связи от A_1 к A_3 необходимо соблюсти равенство координатных отрезков по оси O_y : $A_xA_1 = A_zA_3$

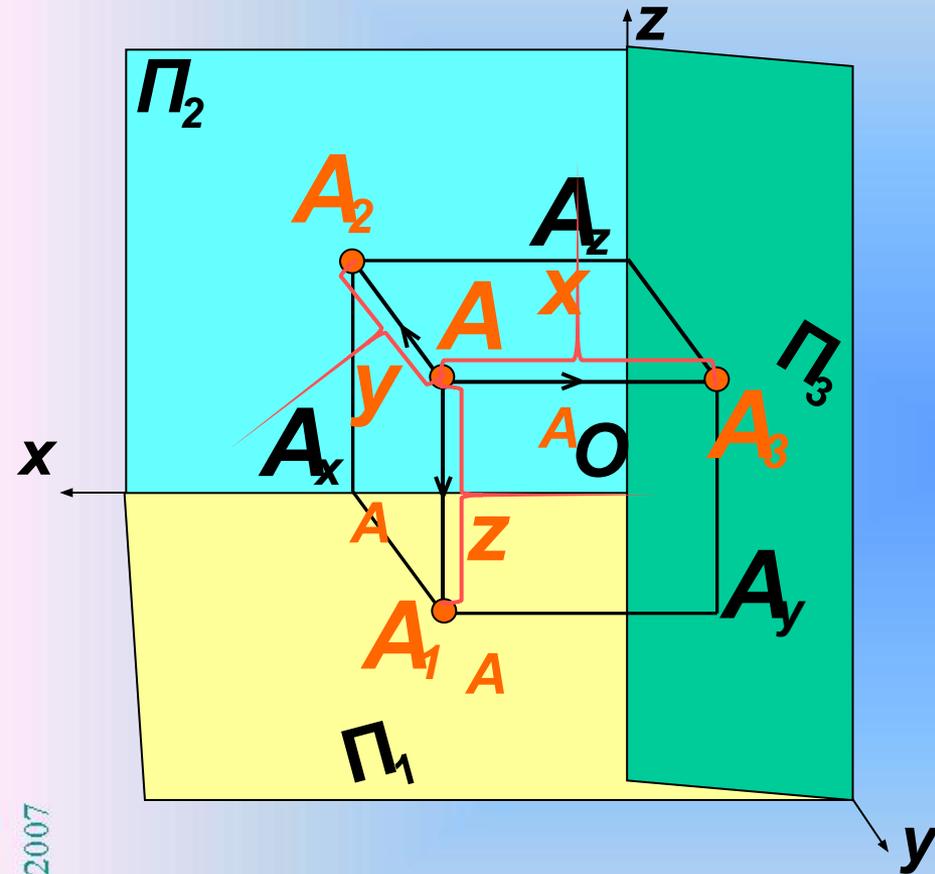
Безосный чертеж

Чертеж без указания осей называется безосным



Плоскости проекций принимаются неопределенными и могут перемещаться параллельно самим себе. На комплексном чертеже положение осей не указывается. Профильная проекция A_3 точки A строится с помощью постоянной чертежа k

Прямоугольные координаты точки



$$A(x_A, y_A, z_A)$$

$$x_A = |AA_3|$$

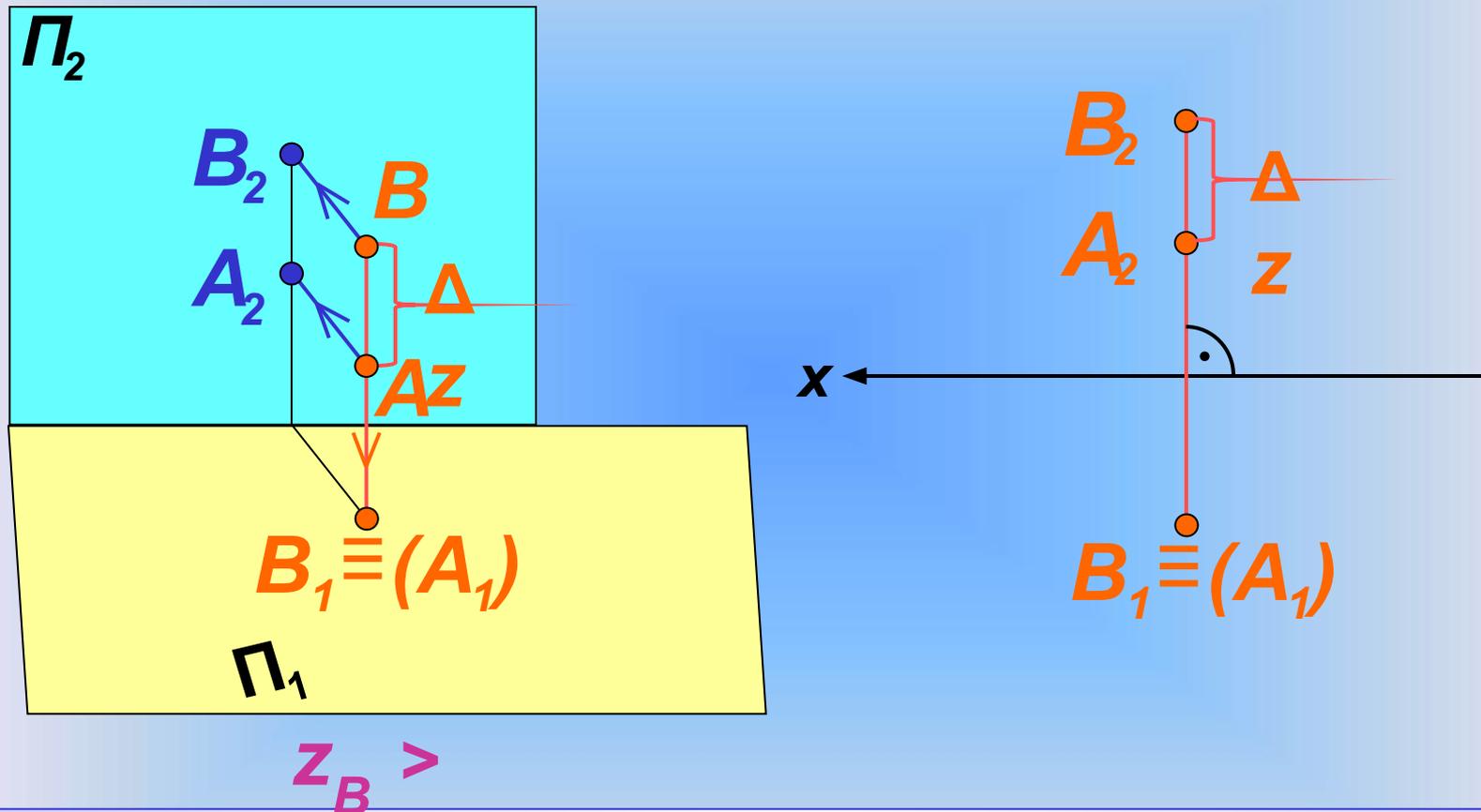
$$y_A = |AA_2|$$

$$z_A = |AA_1|$$

Система трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций - аналог декартовой системы координатных плоскостей. Координата точки есть число, выражающее ее расстояние до плоскости проекций. Точка A в пространстве имеет координаты: абсциссу X_A , ординату Y_A , аппликату Z_A .

Конкурирующие точки

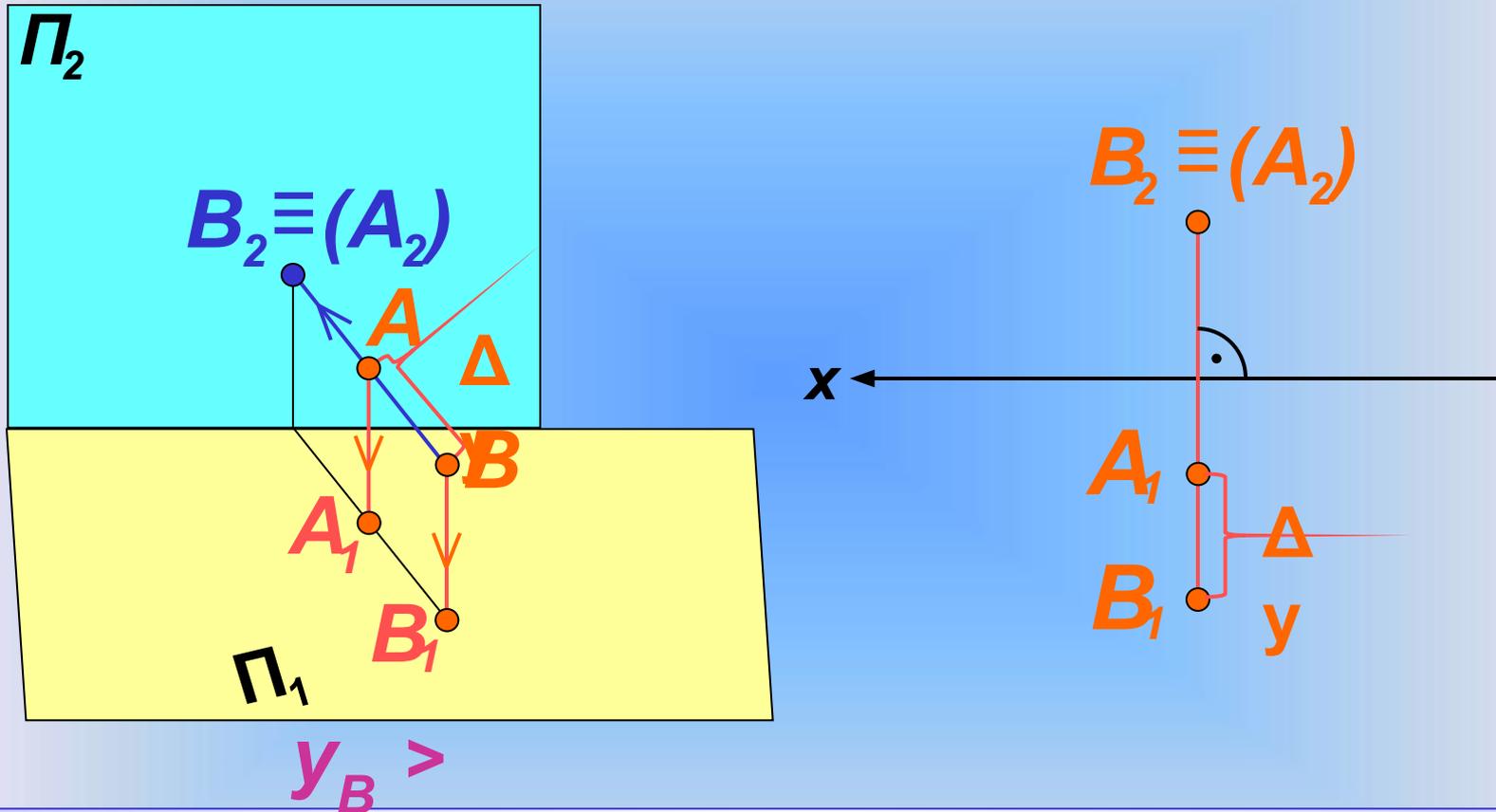
Конкурирующими называются точки, лежащие на одном проецирующем луче.



Горизонтально конкурирующие точки A и B лежат на общем горизонтально-проецирующем луче, поэтому их горизонтальные проекции совпадают. Точка B выше точки A и расположена ближе к наблюдателю, ее горизонтальная проекция B_1 будет видимой

Конкурирующие точки

Видима та точка, у которой больше координата



Фронтально конкурирующие точки A и B отличаются только координатой y , лежат на одном фронтально-проецирующем луче, поэтому их фронтальные проекции совпадают. Ближе к наблюдателю расположена точка B , ее фронтальная проекция B_2 будет видимой