

ВОЗМОЖНОСТИ ПРОГРАММ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ В ПРОВЕДЕНИИ УЧЕБНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРОЕКТА ПО МАТЕМАТИКЕ



Кандидат педагогических наук, доцент кафедры
общих математических и естественнонаучных
дисциплин и методик их преподавания
Кашицына Юлия Николаевна
kaschitsyna2010@yandex.ru

СТРУКТУРА ВИДЕОЛЕКЦИИ

- 1 Актуальность применения информационных технологий в проведении учебного исследования и проекта
- 2 Обзор программ динамической геометрии: GeoGebra и Живая математика
- 3 Примеры решения исследовательских задач по математике с помощью программ GeoGebra и Живая математика



СОВРЕМЕННАЯ КАРТИНА НАУЧНОГО ПОЗНАНИЯ РЕБЕНКА



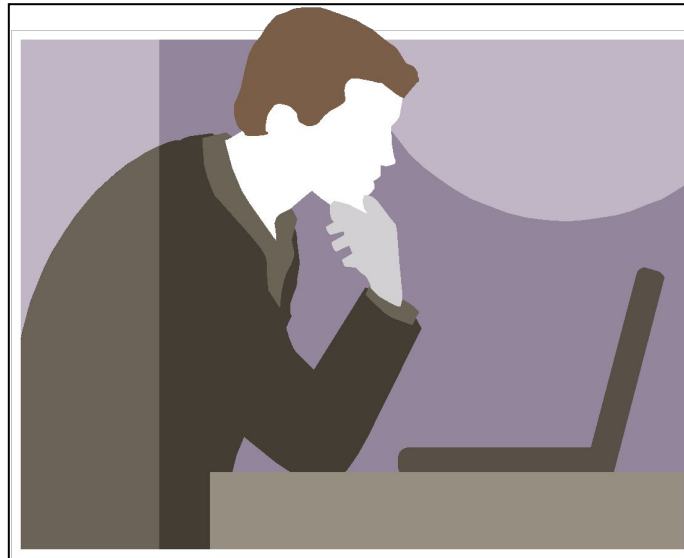
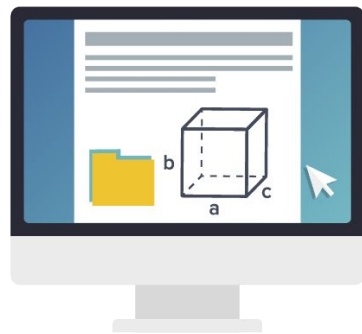
ЗАДАЧИ УЧИТЕЛЯ

- ♦ Выявлять и создавать условия для развития исследовательских способностей
- ♦ Создавать условия для поддержания и развития поисковой активности школьников
- ♦ Создавать условия для овладения учащимися навыками исследовательского поведения
- ♦ Создавать условия для развития исследовательского типа мышления



Способствовать становлению
исследовательской позиции личности

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЗАДАЧА



ОБЗОР ПРОГРАММ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ



Живая математика



GeoGebra



1С Математический конструктор



ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ С ИКТ ТЕХНОЛОГИЯМИ



Программы интерактивной динамической среды для поведения компьютерного эксперимента



Живая математика



GeoGebra



1С Математический конструктор



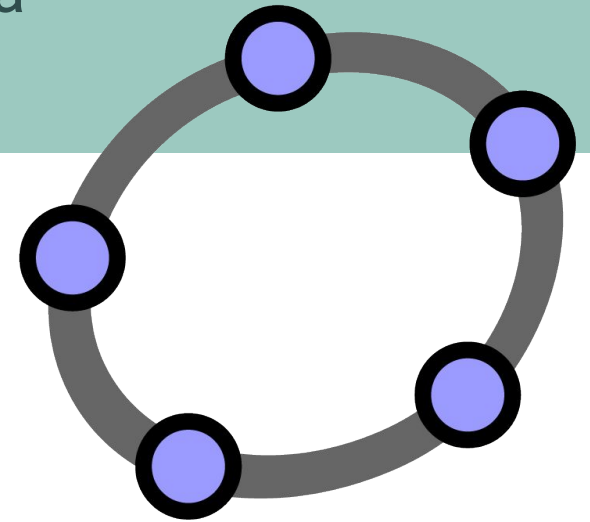
ЗАДАЧИ НА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ.

ЗАДАЧА 1: СВОЙСТВО БИСЕКТРИС ВЕРТИКАЛЬНЫХ УГЛОВ

Докажите, что биссектрисы вертикальных углов лежат на одной прямой.



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra

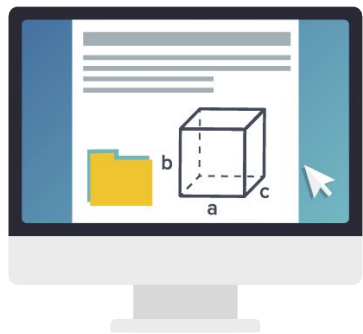
The screenshot displays the GeoGebra application window. The title bar reads "GeoGebra". The menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Настройки", "Инструменты", "Окно", and "Справка". The toolbar contains various geometric tools such as a selection tool, point tool, line tool, and angle tool. The "Панель объектов" (Object Panel) on the left lists the following objects:

- Прямая (Line):
 - a: $-3.9x + 8.42y = 13.81$
 - b: $3.88x + 12.5y = 49.6$
 - c: $0.07x - 1y = -2.83$
 - d: $-0.07x + 1y = 2.83$
- Точка (Point):
 - A = (-1.34, 1.02)
 - B = (7.08, 4.92)
 - C = (-2.68, 4.8)
 - D = (9.82, 0.92)
 - E = (3.01, 3.03)
 - F = (3.01, 3.03)
 - G = (-1.41, 2.74)
 - H = (9.62, 3.47)
- Угол (Angle):
 - $\alpha = 21.05^\circ$
 - $\beta = 137.9^\circ$
 - $\gamma = 21.05^\circ$
 - $\delta = 180^\circ$

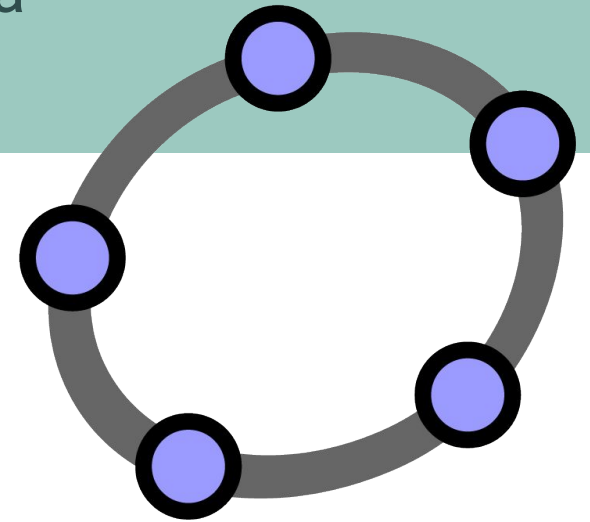
The main workspace shows four lines intersecting at point E. Points A, B, C, D, G, and H are also plotted. Angles α , β , and γ are marked at point E. The bottom status bar shows "Ввод:" and the system tray with the date "05.11.2018" and time "13:12".

ЗАДАЧИ НА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ. ЗАДАЧА 2: ТЕОРЕМА ВАРИНЬОНЕ

Средины сторон произвольного четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra

The screenshot displays the GeoGebra (2) application window. The interface includes a menu bar (Файл, Правка, Вид, Настройки, Инструменты, Окно, Справка), a toolbar with various geometric tools, and a left-hand object panel. The main workspace shows a shaded quadrilateral with vertices A, B, C, and D. Internal lines connect vertices A to F, B to G, and C to H, with segments EF and FG labeled as 7.37. Angles $\alpha = 87.7^\circ$ and $\beta = 92.3^\circ$ are marked at vertices E and F respectively. The object panel lists segments (a-h), points (A-H), angles (α, β, γ), and a quadrilateral with perimeter 64.68. The Windows taskbar at the bottom shows the system tray with the date 05.11.2018 and time 13:30.

GeoGebra (2)

Файл Правка Вид Настройки Инструменты Окно Справка

Панель объектов Полотно

Отрезок

- a = 5.43
- b = 11.36
- c = 11.58
- d = 6.69
- e = 7.37
- f = 4.39
- g = 7.37
- h = 4.39

Точка

- A = (-2.14, -0.92)
- B = (0.74, 3.68)
- C = (12.08, 2.94)
- D = (3.38, -4.7)
- E = (-0.7, 1.38)
- F = (6.41, 3.31)
- G = (7.73, -0.88)
- H = (0.62, -2.81)

Угол

- $\alpha = 87.7^\circ$
- $\beta = 92.3^\circ$
- $\gamma = 180^\circ$

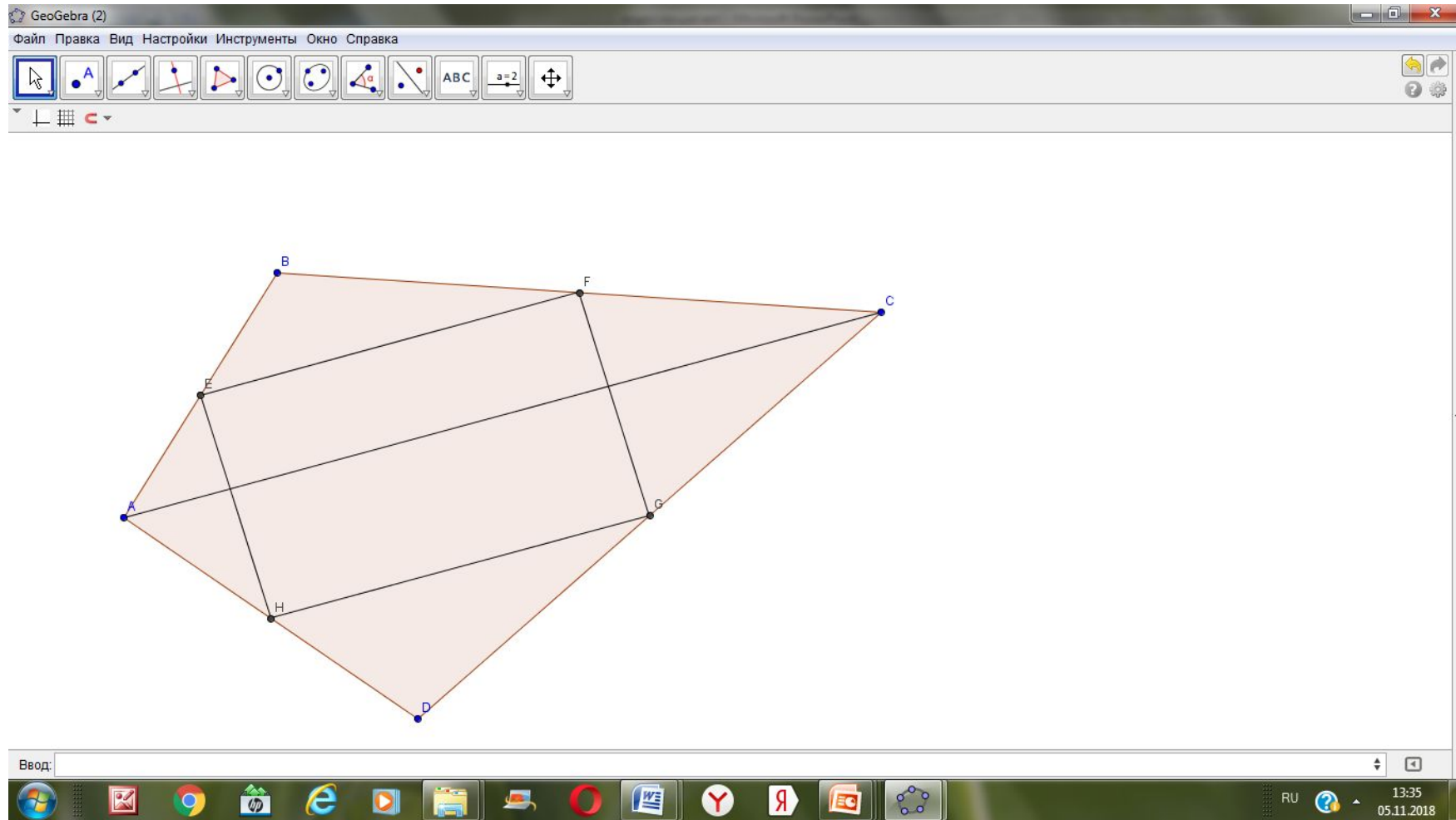
Четырёхугольник

- многоугольник1 = 64.68

Ввод:

RU 13:30 05.11.2018

ЛОГИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО



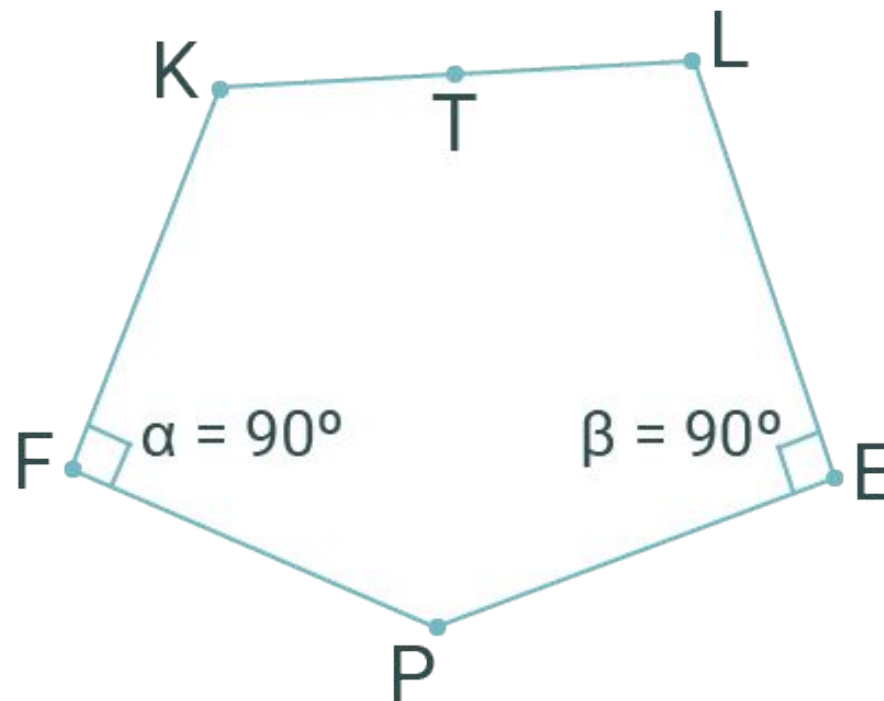
ЗАДАЧА О ПИРАТСКОМ КЛАДЕ



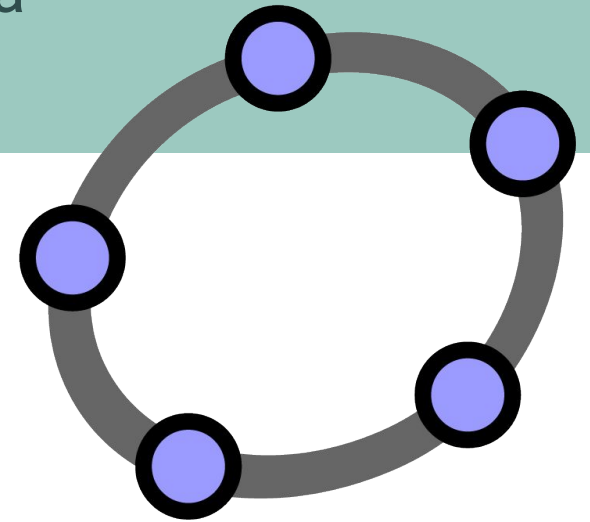
В 1785 году на маленьком острове в Карибском море пираты закопали клад. Для того чтобы впоследствии найти клад, они в качестве ориентиров заметили две высокие горы и одинокую пальму. Затем записка с описанием поиска клада попала к исследователям. Текст записки гласил: «От пальмы идите к Соколиной горе и считайте шаги. Затем поверните под прямым углом направо, сделайте такое же количество шагов и воткните в землю палку. Вернитесь к пальме и идите к Орлиной горе, считая шаги. Поверните под прямым углом налево и сделайте такое же количество шагов. Воткните в землю другую палку. В этом случае клад будет точно посередине между двумя палками». Исследователи нашли обе горы, пальмы на месте уже не было. Но это их не остановило. Как они смогли найти клад?

ЗАДАЧА О ПИРАТСКОМ КЛАДЕ

Даны два равнобедренных прямоугольных треугольника KFP и LEP , имеющих единственную общую точку P (пальма). Точка T – середина отрезка KL . Исследуйте Гипотеза 1, зависит ли положение точки T (клада) от положения точки P (пальмы)?



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GeoGebra

The screenshot displays the GeoGebra application window. The title bar reads "GeoGebra". The menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Настройки", "Инструменты", "Окно", and "Справка". The toolbar contains various geometric construction tools, including a selection tool, a point tool, a line tool, a circle tool, and a text tool. The "Панель объектов" (Object Panel) on the left lists the following objects:

- Отрезок (Segment):
 - a = 2.72
 - b = 2.72
 - c = 4.2
 - d = 3.45
 - e = 3.45
- Точка (Point):
 - A = (-0.84, 1.34)
 - B = (0.11, 1.32)
 - C = (6.55, 1.34)
 - D = (7.68, 1.32)
 - E = (6.22, 1.36)
 - F = (0.32, 1.3)
 - G = (2.67, -0.43)
 - H = (3.52, -0.42)
 - I = (2.73, 4.64)
 - J = (3.74, 4.68)
 - K = (1.18, 3.88)
 - L = (5.3, 4.68)
 - P = (2.9, 0.44)
 - T = (3.24, 4.28)

The main workspace, labeled "Полотно", shows a geometric construction of a pentagon with vertices F, K, L, E, and P. The vertices are connected by line segments. Several small images are placed near the vertices: a mountain landscape near F, a treasure chest near T, a palm tree near P, and another mountain landscape near E. The bottom of the window shows a Windows taskbar with various application icons and a system tray displaying the time 15:41 and date 05.11.2018.

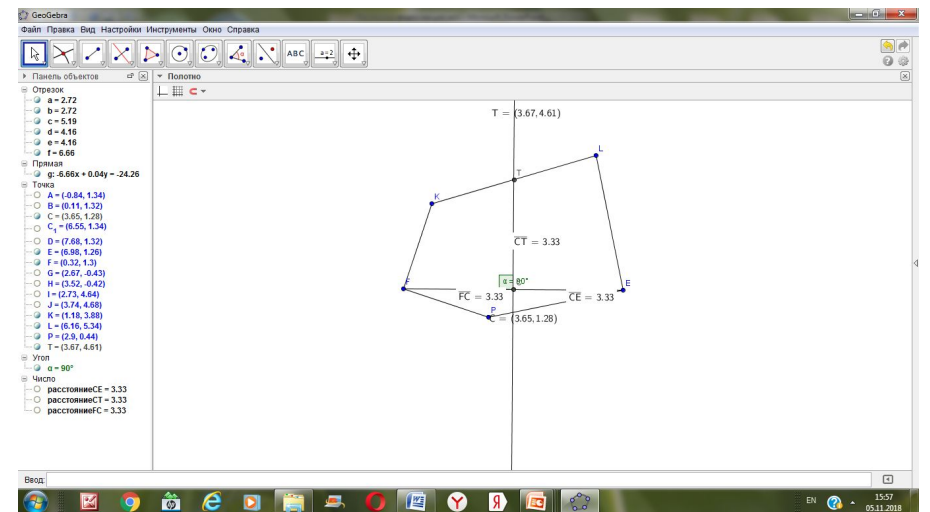
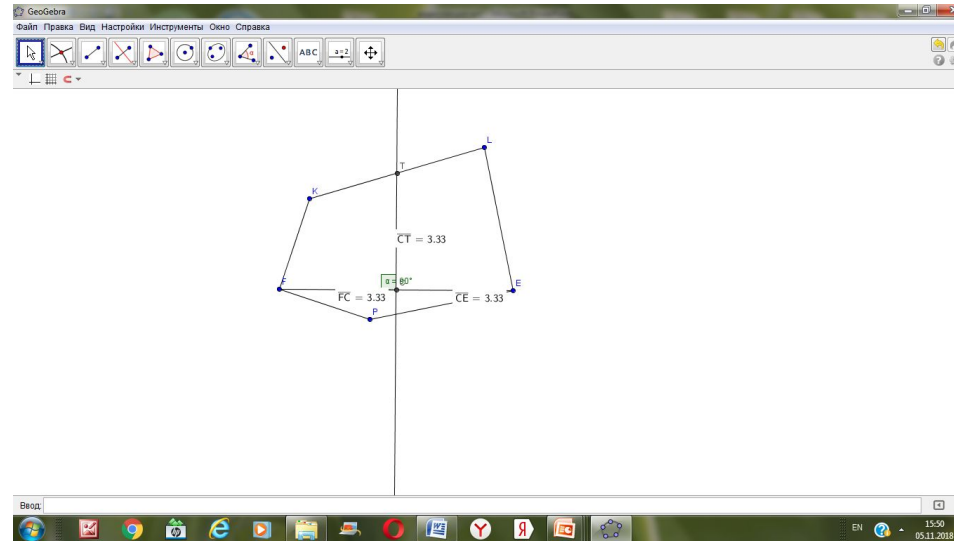
КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

The screenshot displays the GeoGebra interface with a geometric construction. The main workspace shows a vertical line with a point C on it. A horizontal line segment FE is drawn, with F to the left and E to the right of C . A point P is located below C , and a point L is located above C . A vertical line segment CT is drawn from C to T on the line KL . A point K is located to the left of T . The construction includes several labeled segments and an angle:

- $FC = 3.33$
- $CT = 3.33$
- $CE = 3.33$
- $\alpha = 90^\circ$ (angle at point C between FC and CT)

The GeoGebra window title is "GeoGebra" and the menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Настройки", "Инструменты", "Окно", and "Справка". The toolbar contains various geometric tools, and the status bar at the bottom shows "Ввод:" and the system tray with the date "05.11.2018" and time "15:50".

КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ



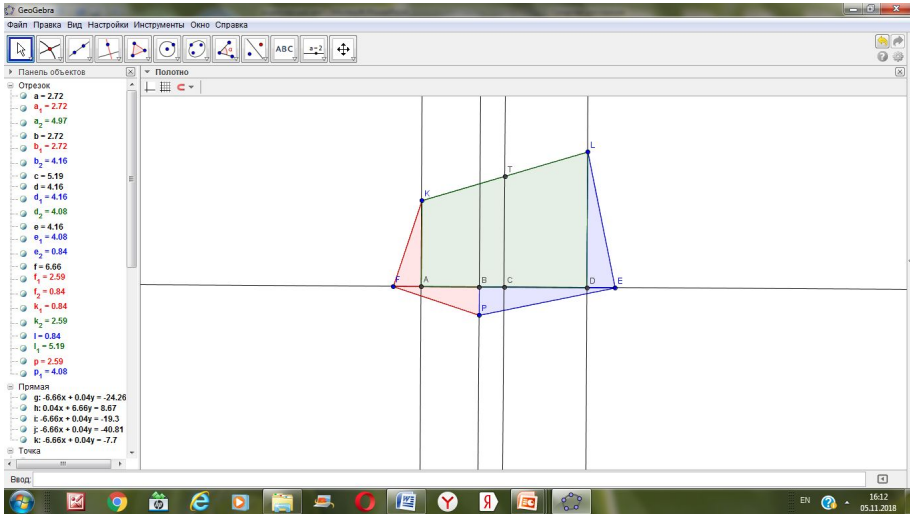
КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

The screenshot displays the GeoGebra software interface. The main workspace shows a coordinate grid with a horizontal line containing points F, A, B, C, D, and E. A green quadrilateral KLTE is constructed above the line, and a red triangle FAK is constructed below it. Point K is on segment FA, and point T is on segment KL. Vertical lines are drawn through points A, B, C, and D. The left sidebar shows a list of objects:

- Отрезок (Segment):
 - $a = 2.72$
 - $a_1 = 2.72$
 - $a_2 = 4.97$
 - $b = 2.72$
 - $b_1 = 2.72$
 - $b_2 = 4.16$
 - $c = 5.19$
 - $d = 4.16$
 - $d_1 = 4.16$
 - $d_2 = 4.08$
 - $e = 4.16$
 - $e_1 = 4.08$
 - $e_2 = 0.84$
 - $f = 6.66$
 - $f_1 = 2.59$
 - $f_2 = 0.84$
 - $k_1 = 0.84$
 - $k_2 = 2.59$
 - $l = 0.84$
 - $l_1 = 5.19$
 - $p = 2.59$
 - $p_1 = 4.08$
- Прямая (Line):
 - $g: -6.66x + 0.04y = -24.26$
 - $h: 0.04x + 6.66y = 8.67$
 - $i: -6.66x + 0.04y = -19.3$
 - $j: -6.66x + 0.04y = -40.81$
 - $k: -6.66x + 0.04y = -7.7$
- Точка (Point):

The bottom status bar shows the input field "Ввод:" and the system tray with the date and time: 16:12, 05.11.2018.

ЭТАП ПОСЛЕКОМПЬЮТЕРНОГО РЕШЕНИЯ. ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ГИПОТЕЗЫ 2



Так как KA , TC и LD перпендикулярны FE , то KA параллельно LD , поэтому $KADL$ – трапеция. Так как TC перпендикулярна FE и $KT = TL$ (по условию), следовательно, TC – средняя линия трапеции, поэтому $TC = \frac{KA+LD}{2}$.

Треугольники FKA и PFB – прямоугольные с равными гипотенузами, поскольку $FK = FP$ по построению. Так как KA перпендикулярна FB и KF перпендикулярна FP , получаем, что угол AKF равен углу PFB , следовательно, треугольник FKA равен треугольнику PFB и $KA = FB$. Аналогично можно доказать, что треугольник ELD равен треугольнику PEB и $LD = EB$.

$$\text{Далее, } TC = \frac{KA+LD}{2} = \frac{FB+EB}{2} = \frac{EF}{2}.$$

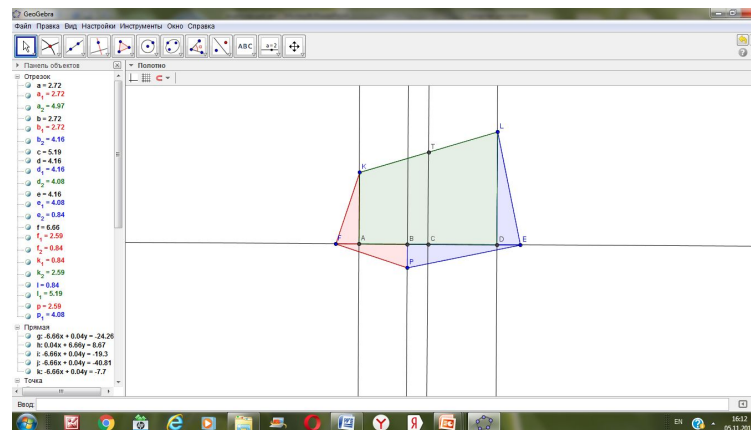


ЭТАП ПОСЛЕКОМПЬЮТЕРНОГО РЕШЕНИЯ. ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ГИПОТЕЗЫ 2

Поскольку расстояние FE постоянно, длина отрезка TC также постоянна. Кроме того, поскольку TC – средняя линия трапеции $KADL$, то $AC = CD$. Из равенства треугольников, доказанного выше, следует, что $PB = AF = ED$.

Следовательно, $FC = CE$, то есть C – середина отрезка FE .

Таким образом, точка T лежит на серединном перпендикуляре отрезка FE на расстоянии половины длины FE от этого отрезка.



ЭТАП ПОСЛЕКОМПЬЮТЕРНОГО РЕШЕНИЯ. ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ГИПОТЕЗЫ 2

После того как доказательство гипотезы завершено учащимся необходимо предложить проверить его на универсальность: взаимное положение точек E и F , изменению определений точек которые были получены поворотом точки P .



РЕФЛЕКСИВНЫЙ АНАЛИЗ. ЦЕЛИ КОМПЬЮТЕРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА



Проверка гипотез



Поиск гипотез

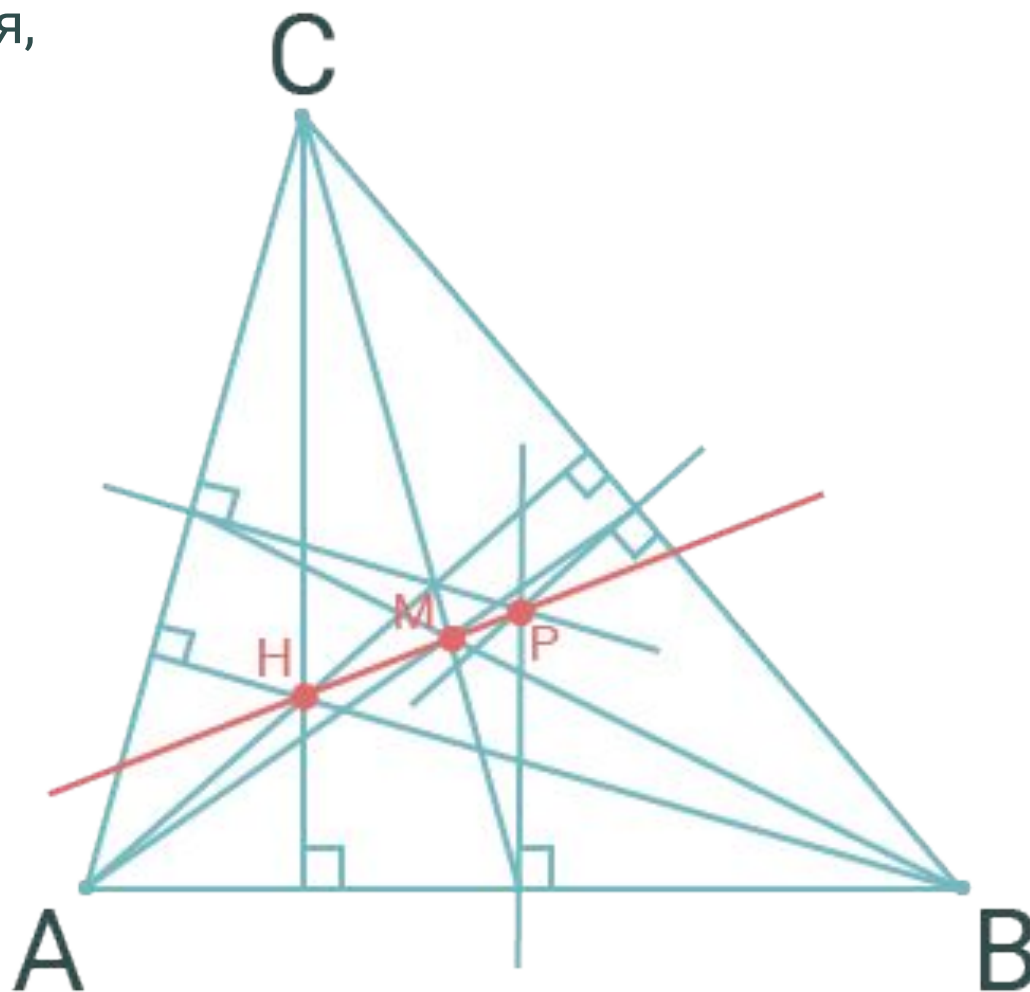


Исследование результата решения задачи



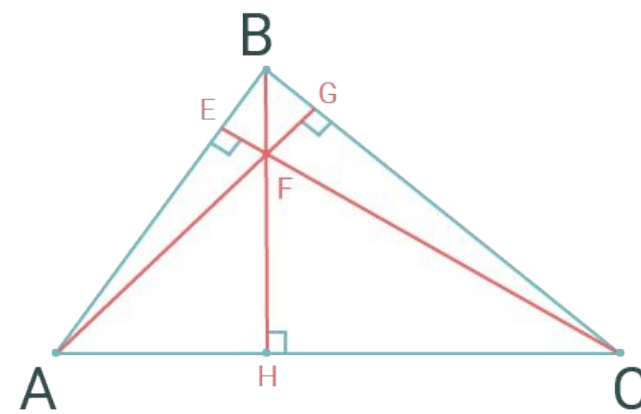
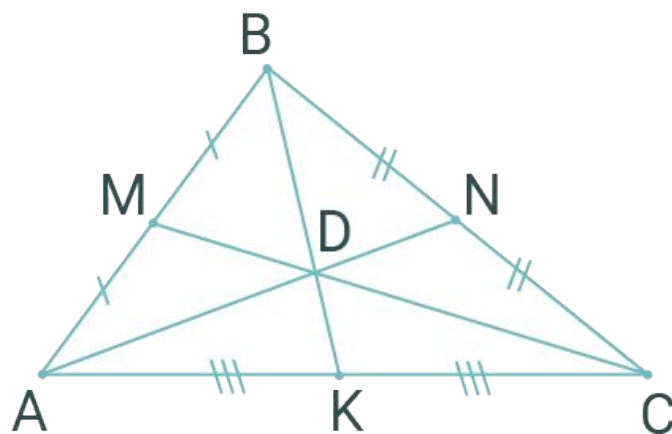
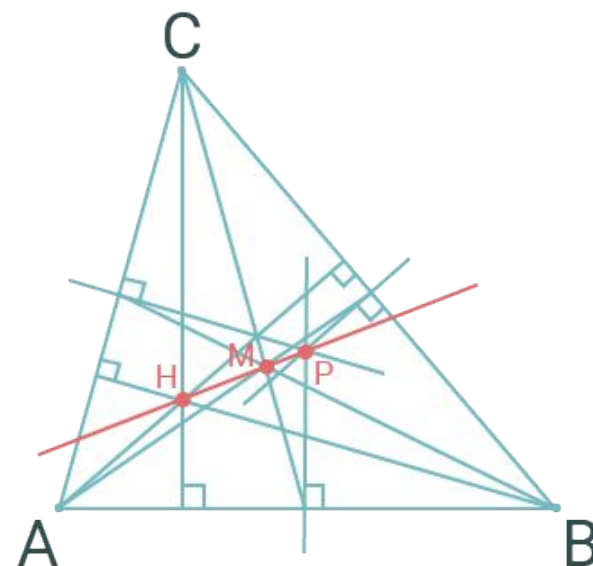
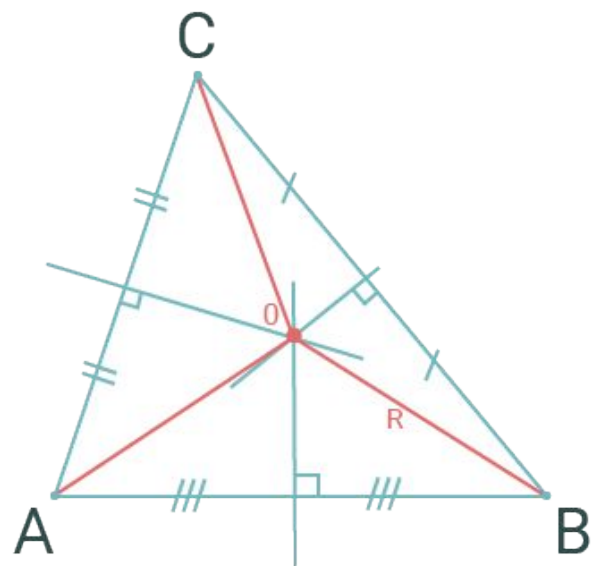
ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ ТРЕУГОЛЬНИКА. ПРЯМАЯ ЭЙЛЕРА

Прямая Эйлера может быть определена как прямая, проходящая через центр описанной окружности и ортоцентр треугольника.



ТЕОРЕМА

Центр окружности, описанной около треугольника, центроид треугольника, а так же ортоцентр лежат на одной прямой.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭЙЛЕРА В УМК ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА

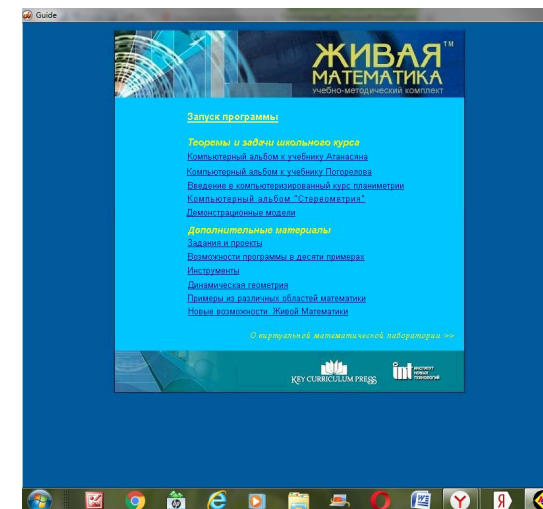
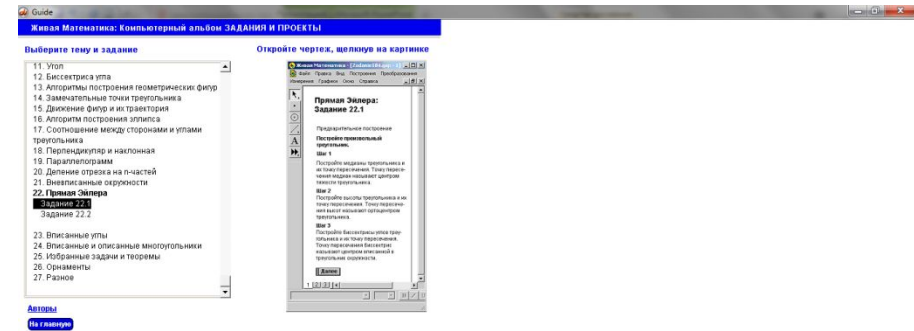
Дополнительные материалы:



Задания и проекты



Прямая Эйлера

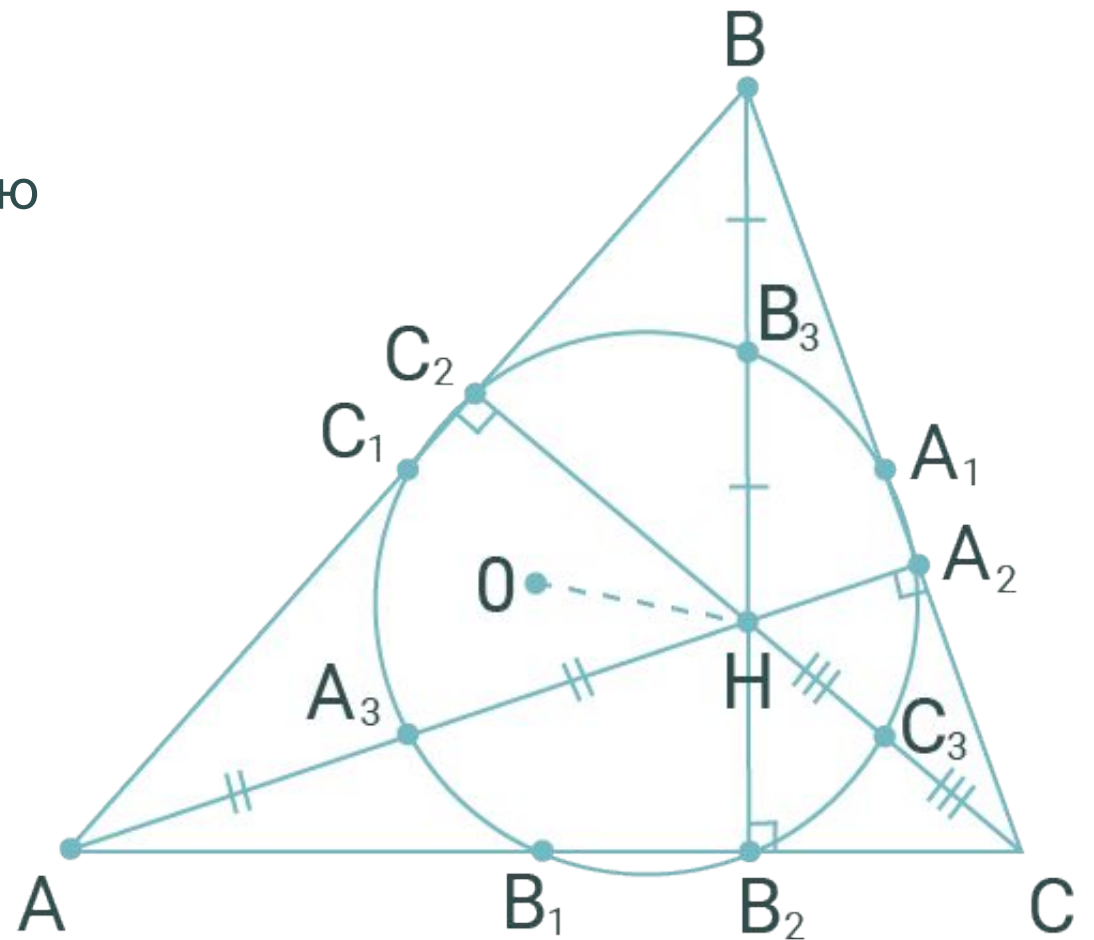


ЗАПУСК ПРОГРАММЫ
УМК ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА



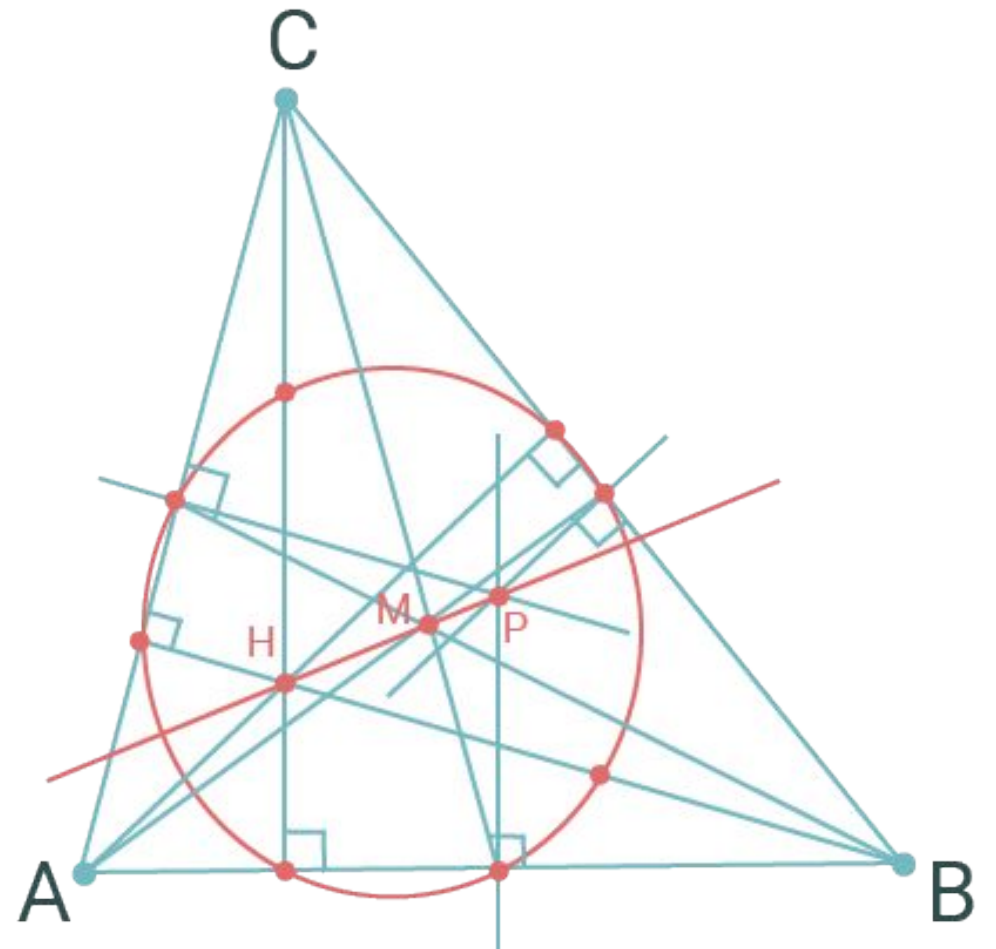
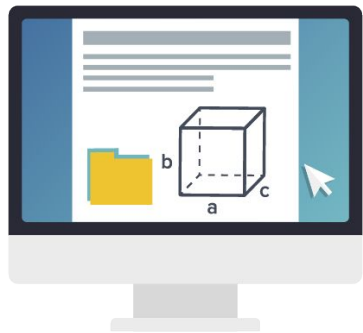
ПРОДОЛЖЕНИЕ ИСЛЕДОВАНИЯ. ОКРУЖНОСТЬ ЭЙЛЕРА. ОКРУЖНОСТЬ 9 ТОЧЕК

Окружность девяти точек — это окружность проходящая через середины всех трёх сторон треугольника. Она также называется окружностью Эйлера, окружностью Фейербаха, окружностью шести точек.



ПРОДОЛЖЕНИЕ ИСЛЕДОВАНИЯ. ОКРУЖНОСТЬ ЭЙЛЕРА. ОКРУЖНОСТЬ 9 ТОЧЕК

В двадцатых годах XIX века французские математики Понселе, Брианшон и другие установили независимо друг от друга следующую теорему: основания медиан, основания высот и середины отрезков высот, соединяющих ортоцентр с вершинами треугольника, лежат на одной и той же окружности.





СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Васильева М.В. Использование информационных технологий при обучении математике: учебно-метод.пособие, АСОУ, 2015Г.-132С.



Сергеева Т.Ф Основы динамической геометрии монография, АСОУ, 2016-152С.

Создавать условия для поддержания и развития поисковой активности школьников.

Кашицына Ю.Н. Возможности программы «Живая математика» в процессе решения задач по геометрии на доказательство, статья в сборнике конференции МПГУ, 2018.

Кружок «Экспериментальная математика» с учащимися 7-9 классов.
<http://itprojects.narfu.ru/kruzhok-exp-mat/>



БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!



Контакты:
e-mail: kaschitsyna2010@yandex.ru.