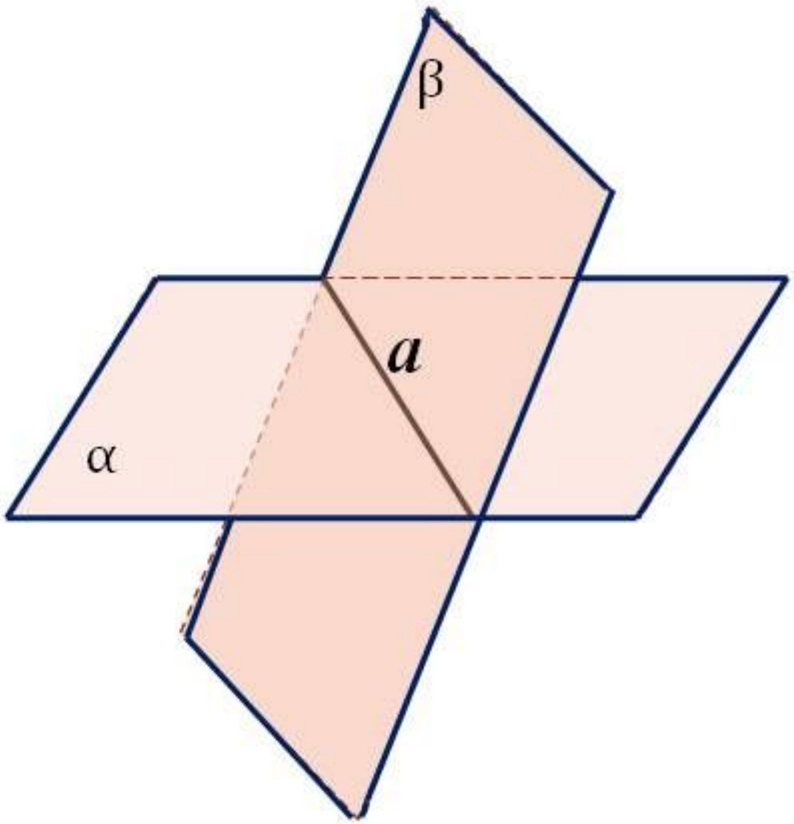
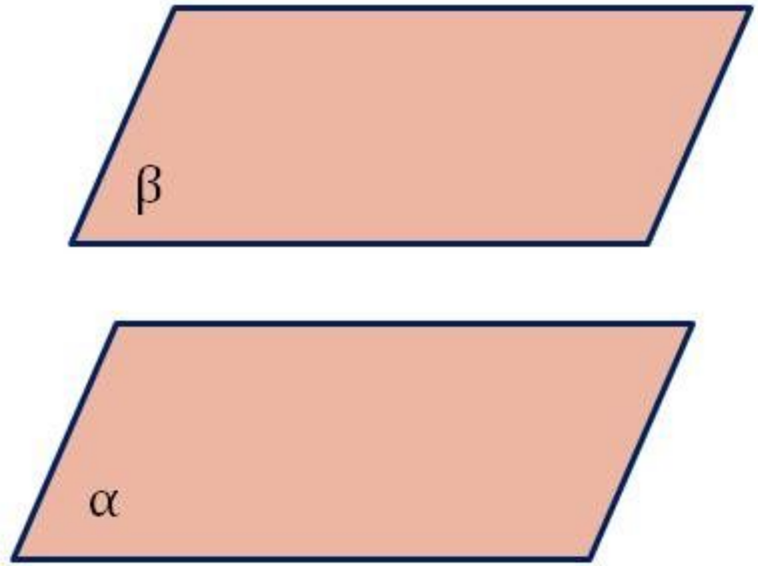
ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

10 класс

Взаимное расположение плоскостей



Две плоскости пересекаются по прямой

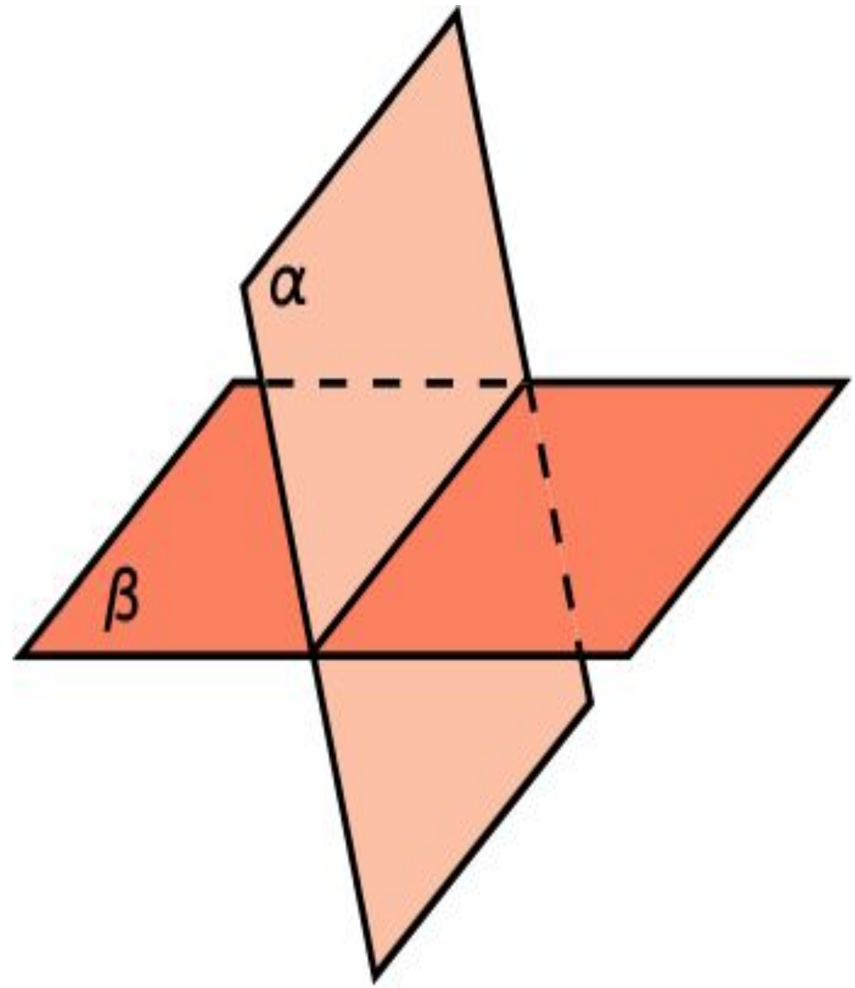


Две плоскости не пересекаются

Две плоскости не параллельны

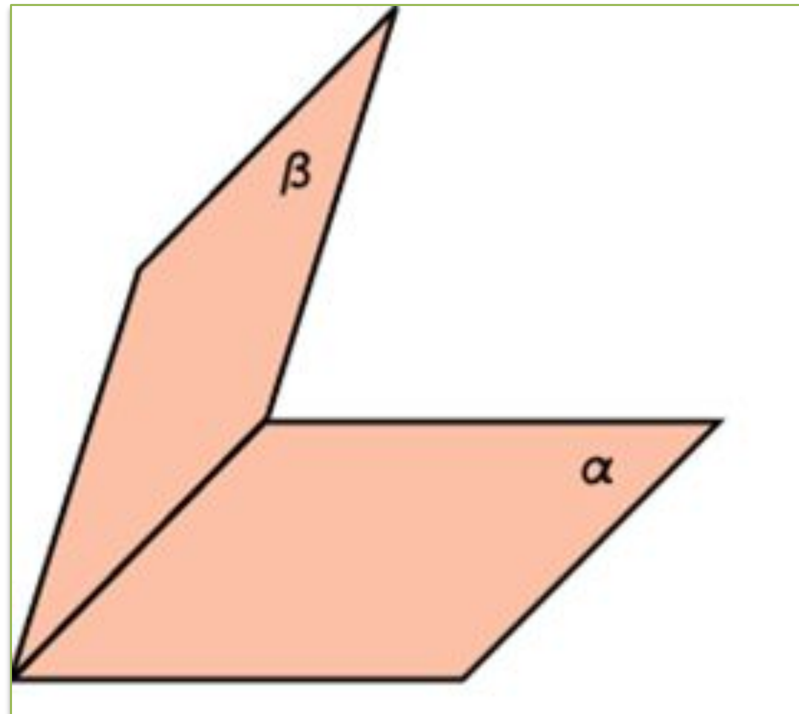
Определение:

Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных этими плоскостями.



Определение:

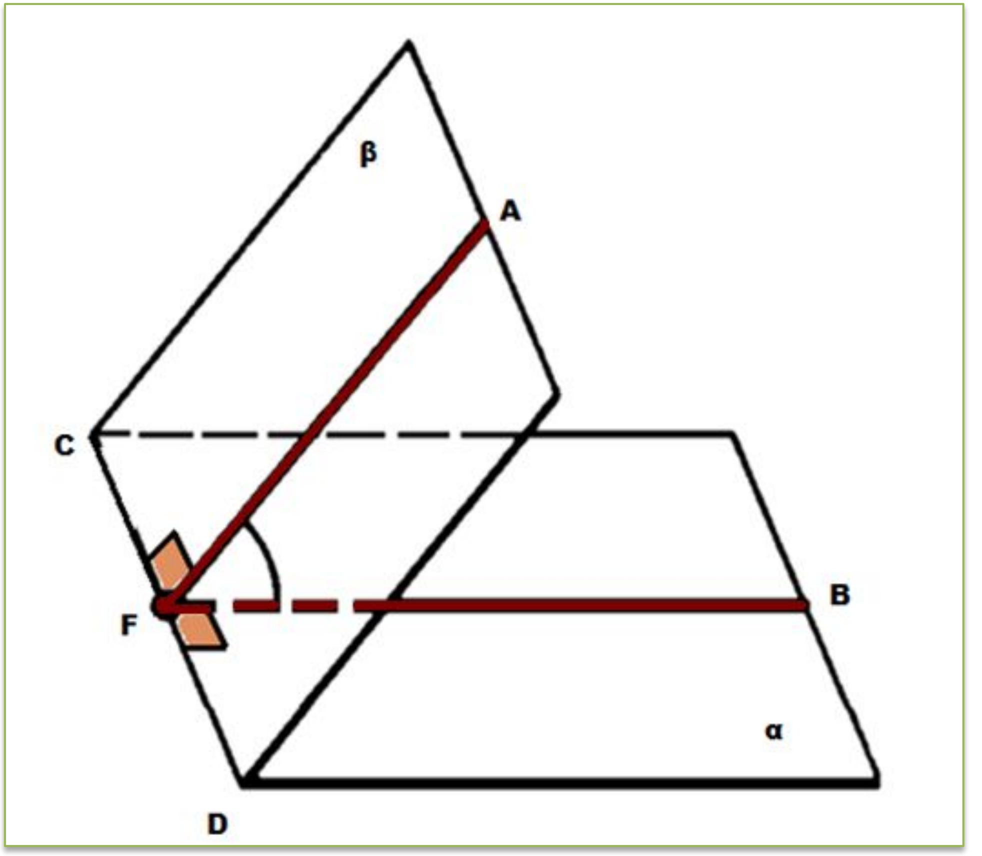
Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями с общей граничной прямой.



⊥

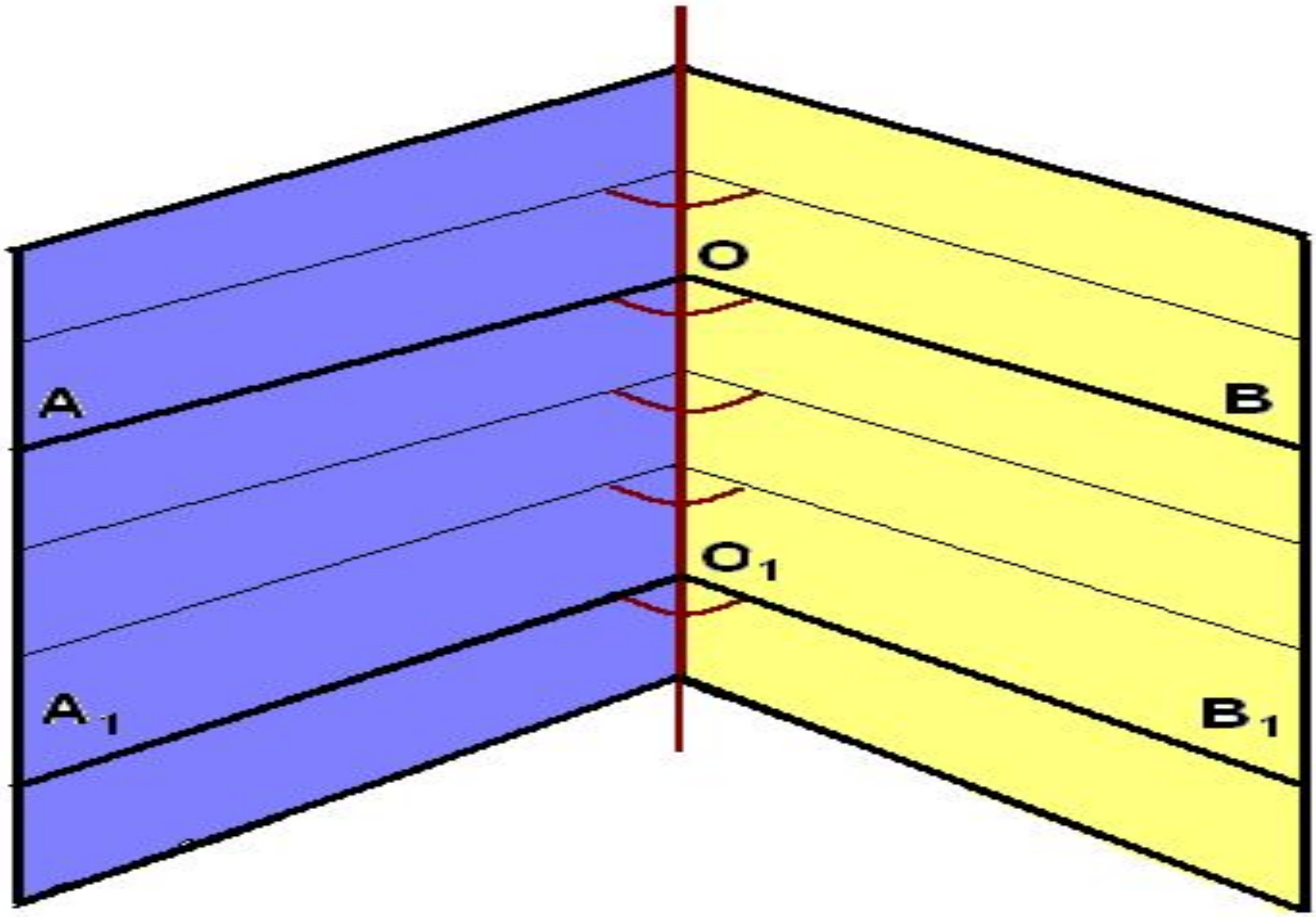
AF ⊥ CD
BF ⊥ CD

AFB-линейный угол двугранного угла **ACDB**



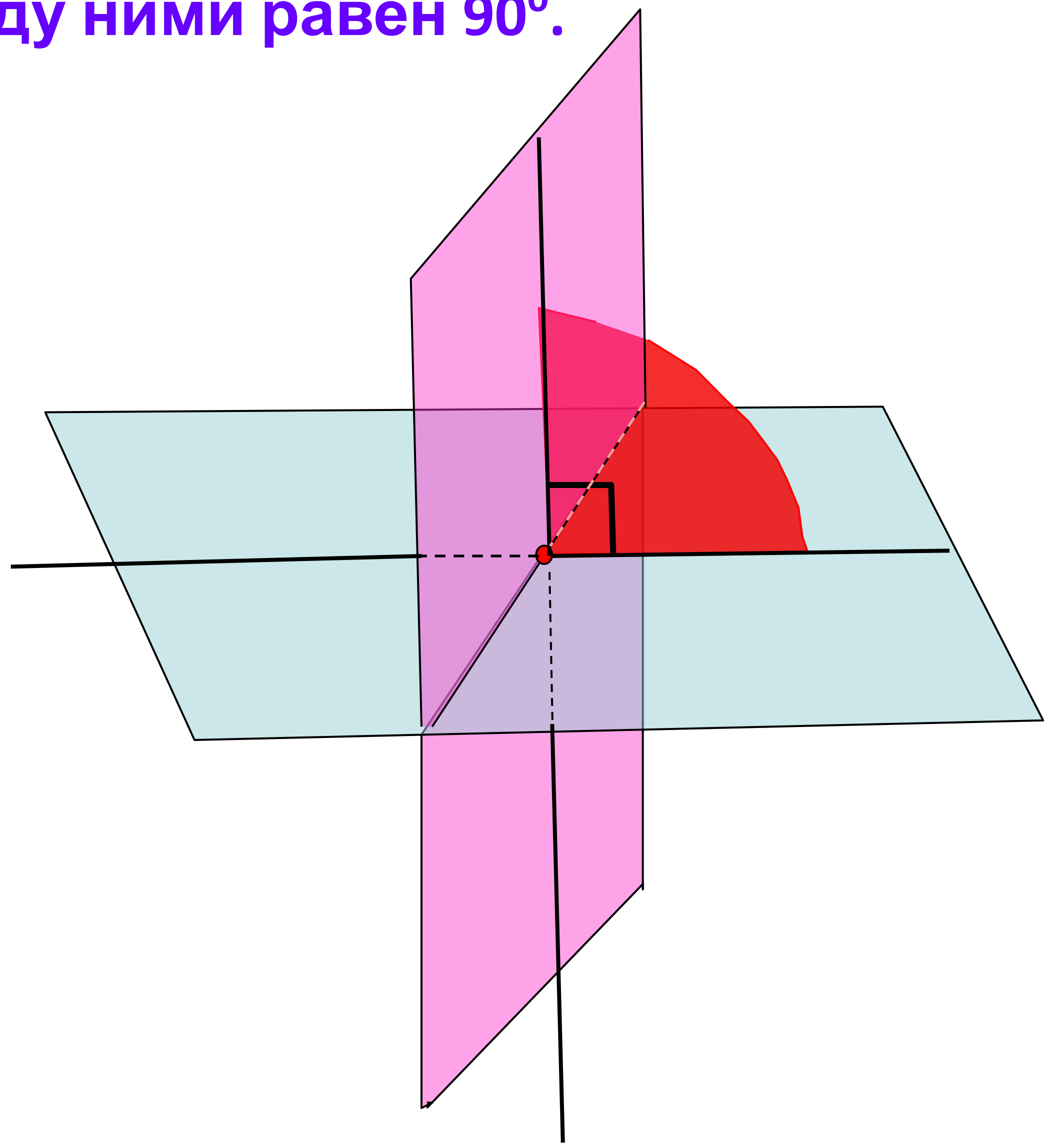
Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.

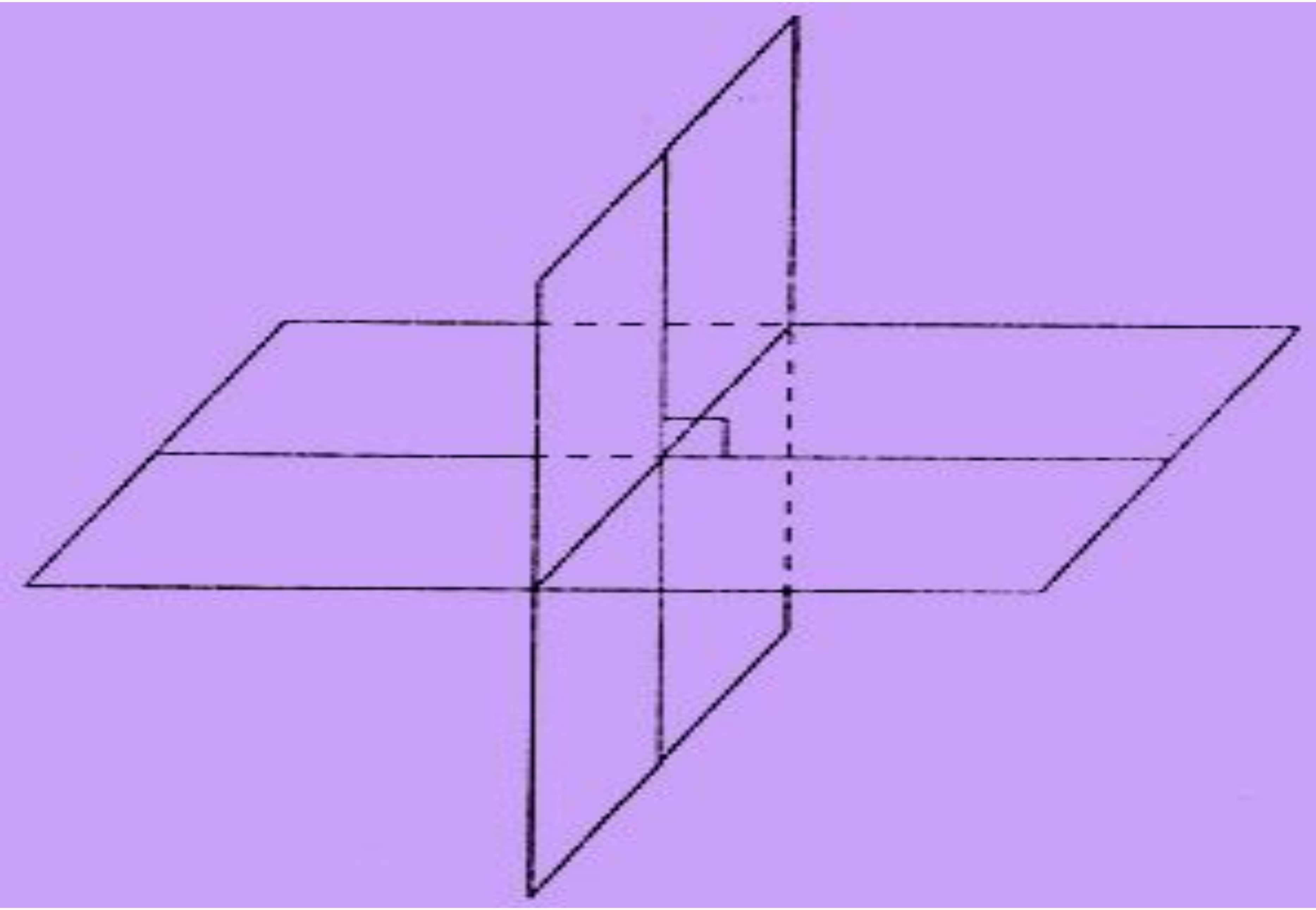
Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.



Примеры двугранных углов:

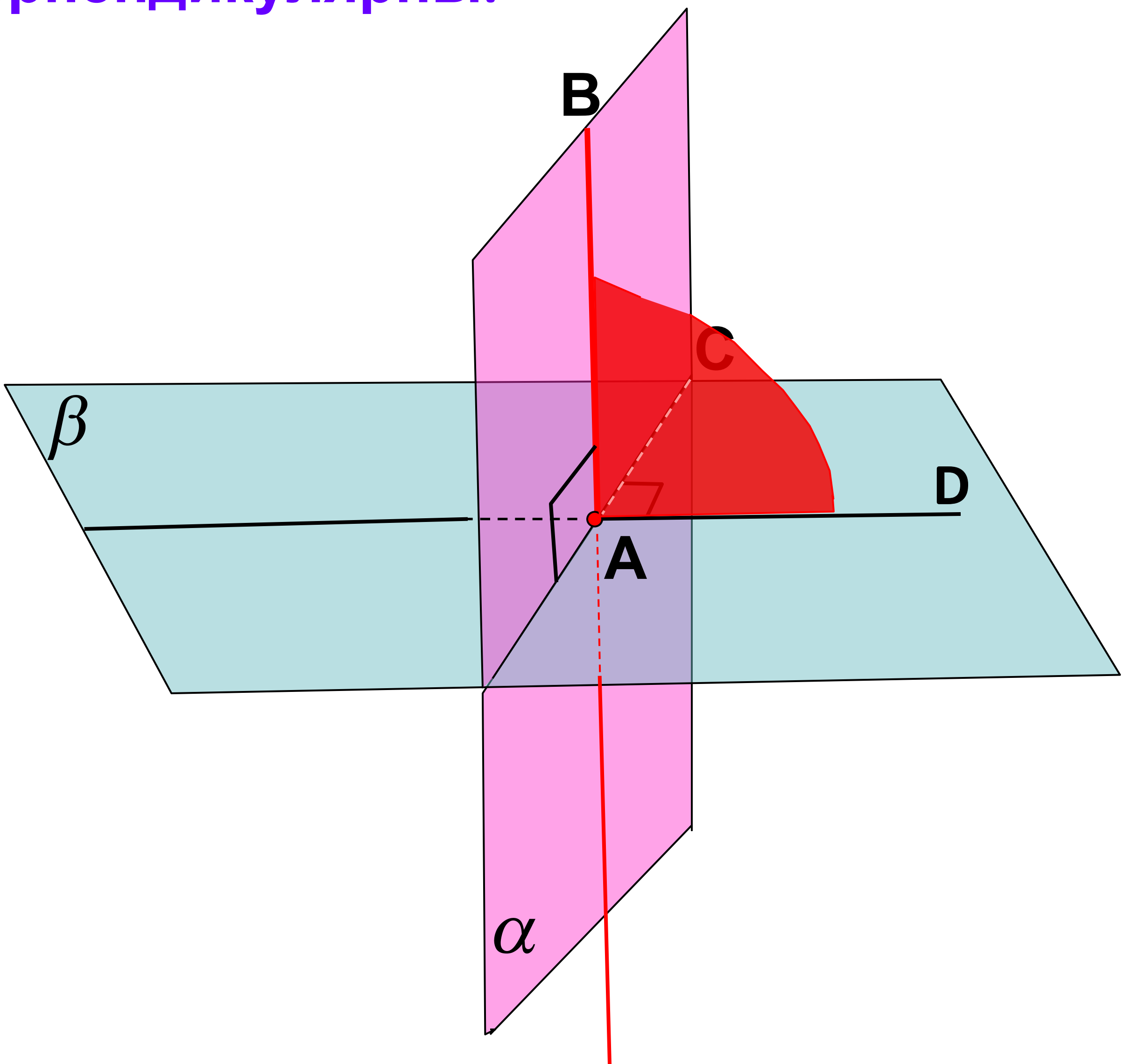
Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90^0.

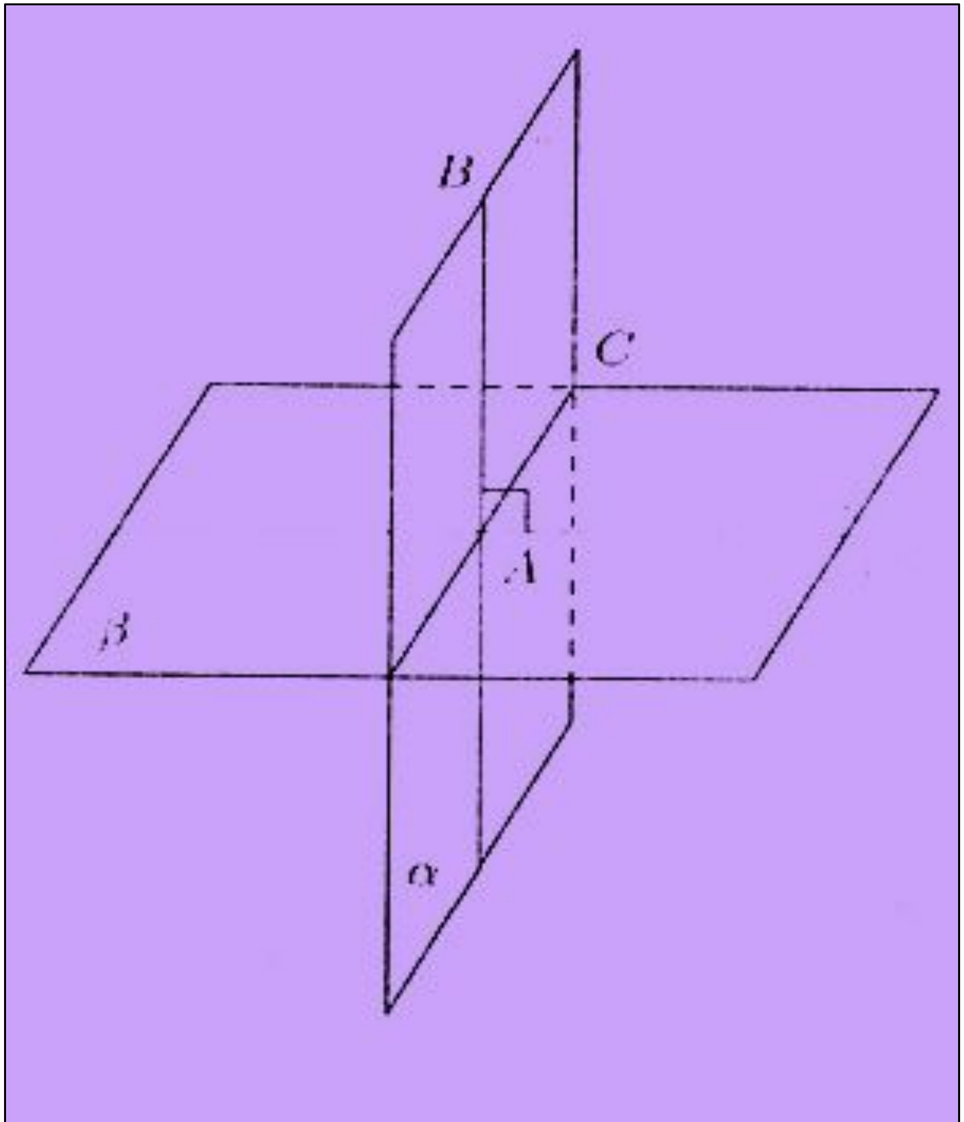




Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.





Дано:

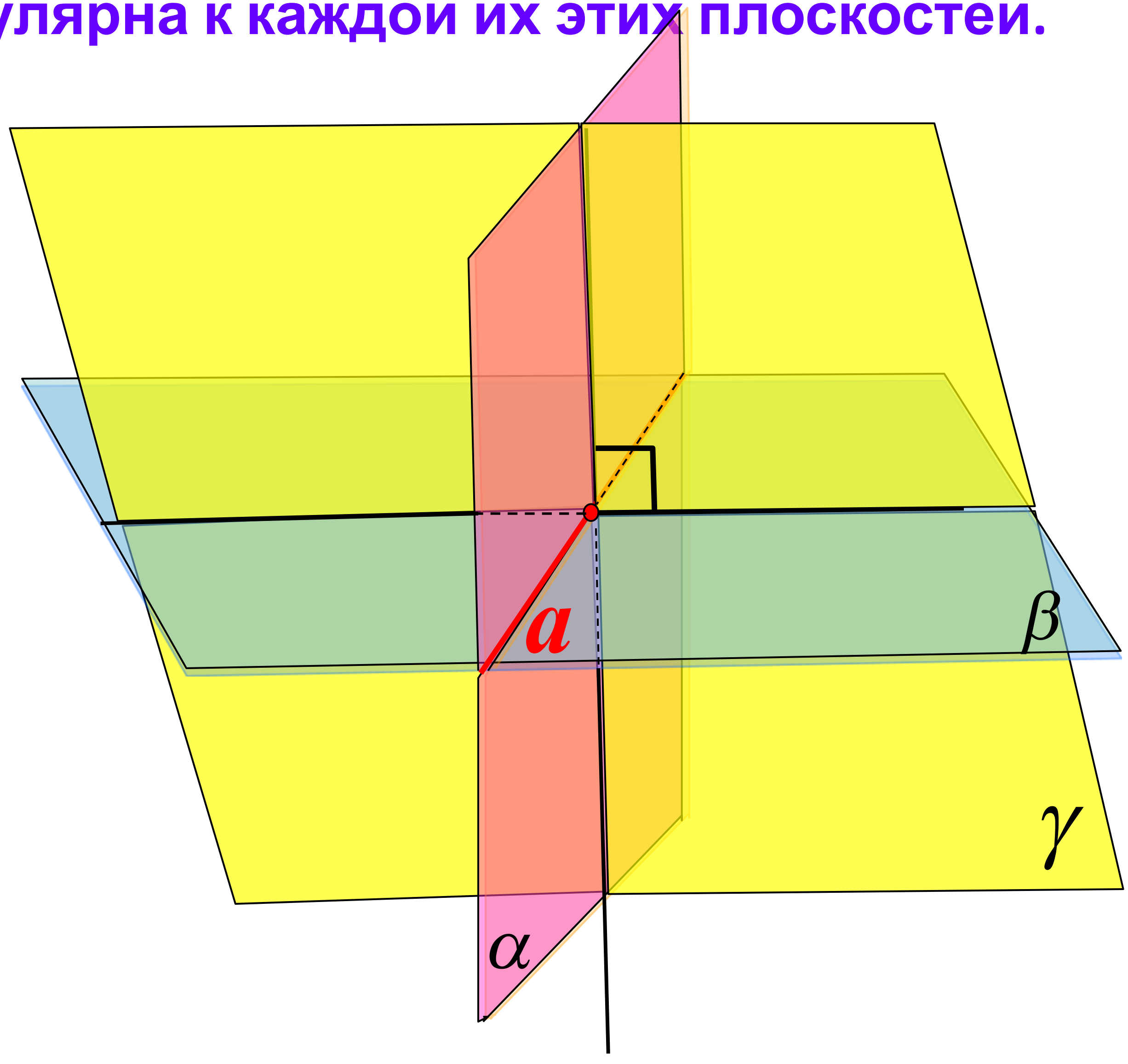
AB ⊥ β

AB Є *α*

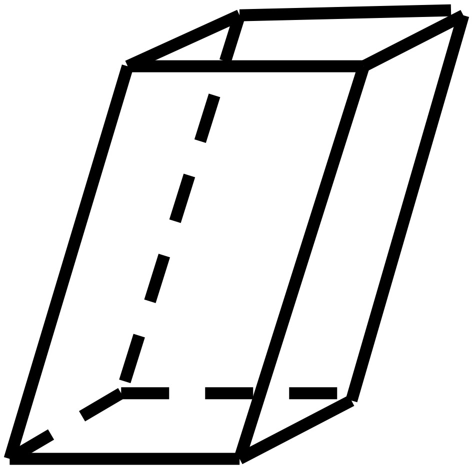
<u>*Доказать :*</u>

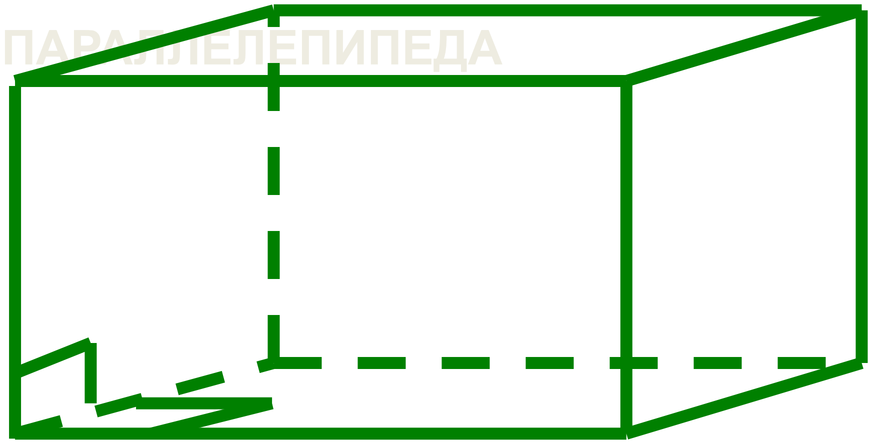
α ⊥ β

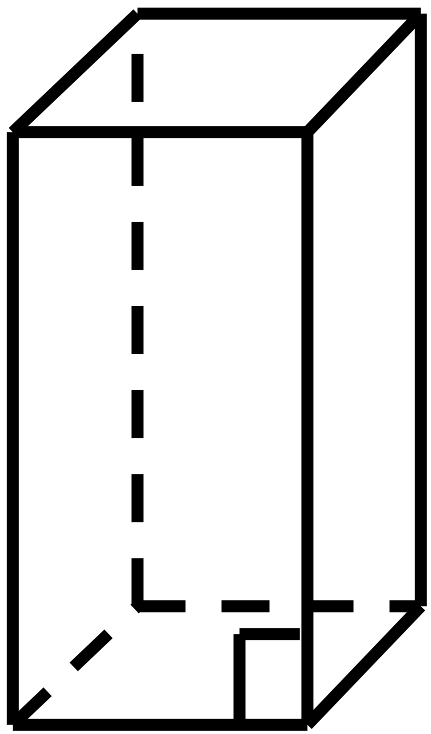
Следствие. Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой их этих плоскостей.

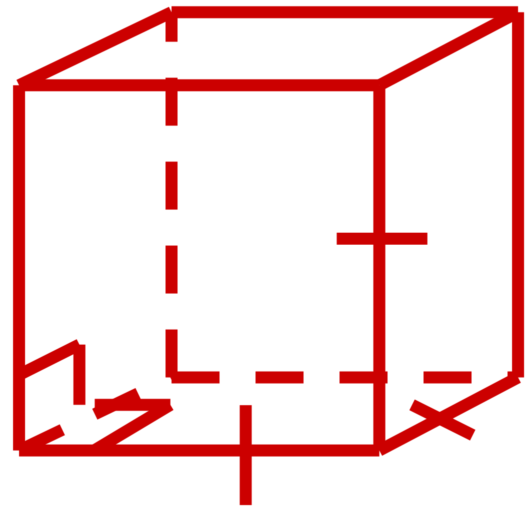


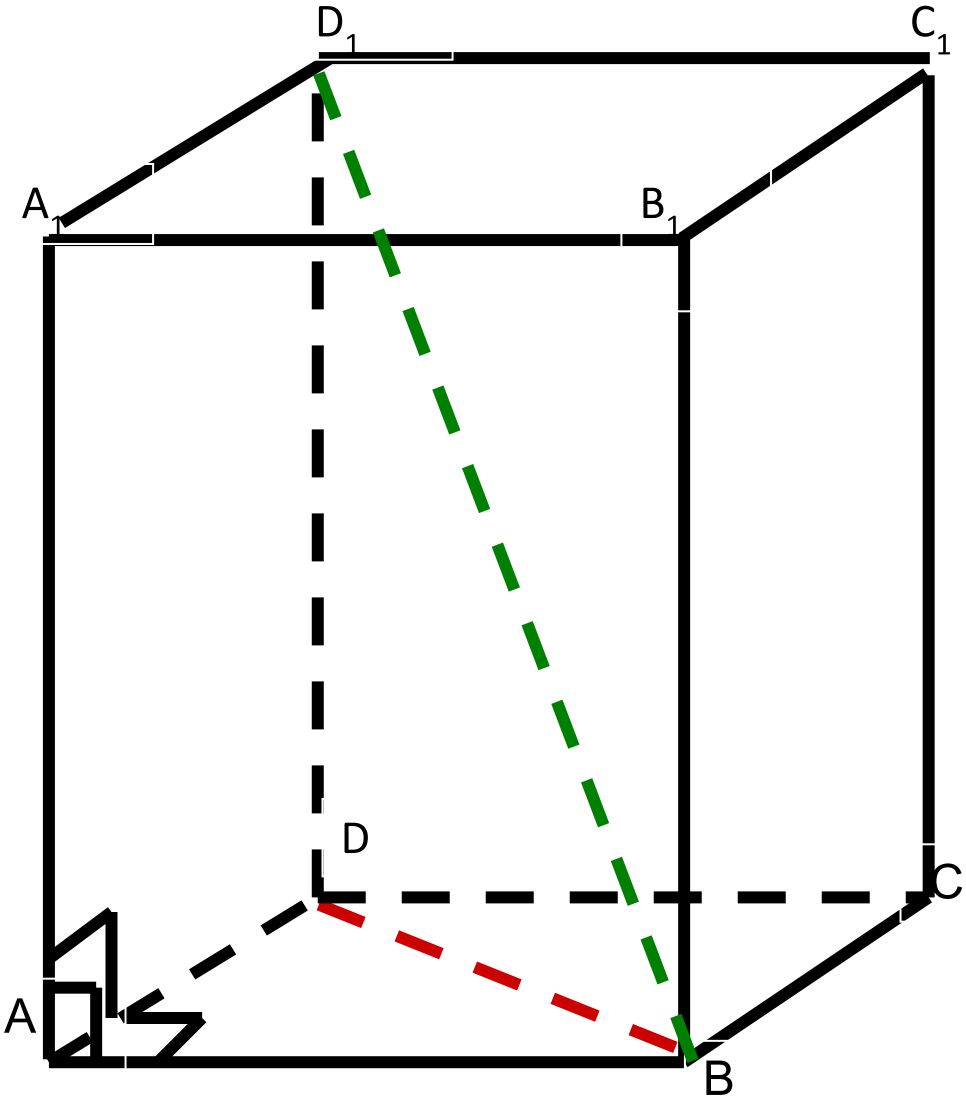
ВИДЫ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА







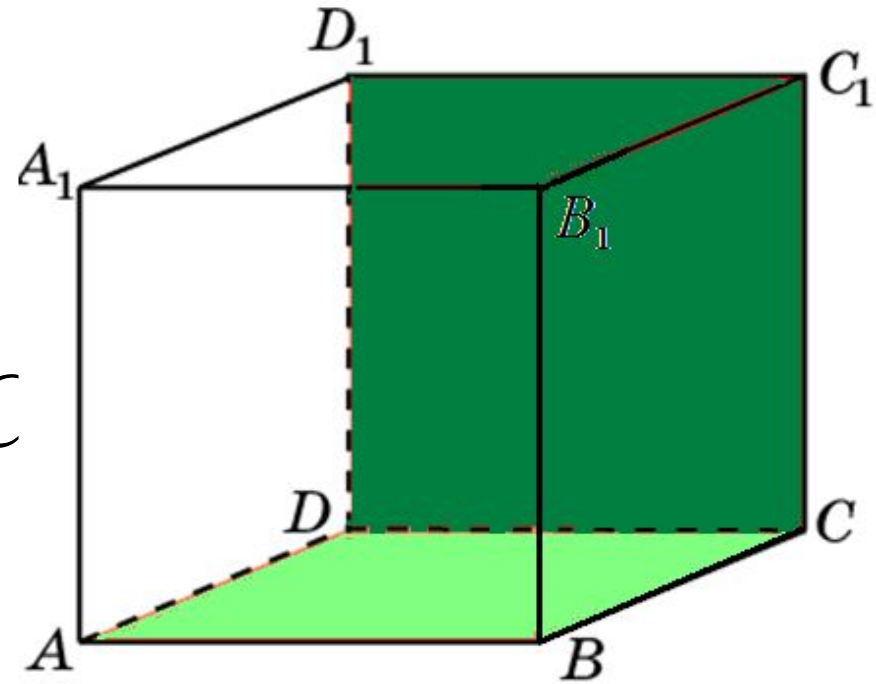




$$AC_1^{\,2} = AB^2 + AD^2 + AA_1^{\,2}$$

Задача 1:

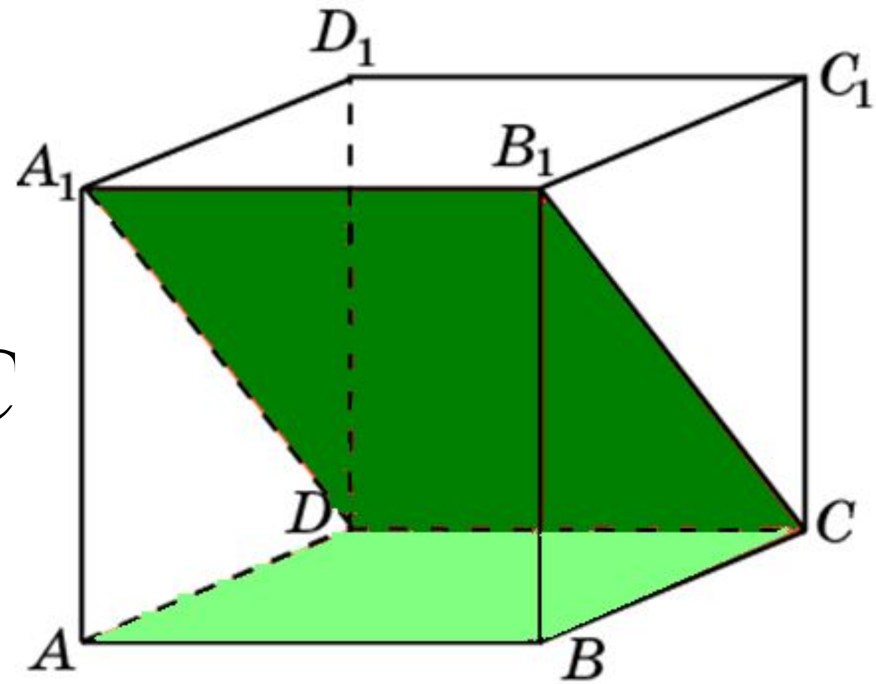
В кубе $A \ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1.



Ответ: 90°.

Задача 2:

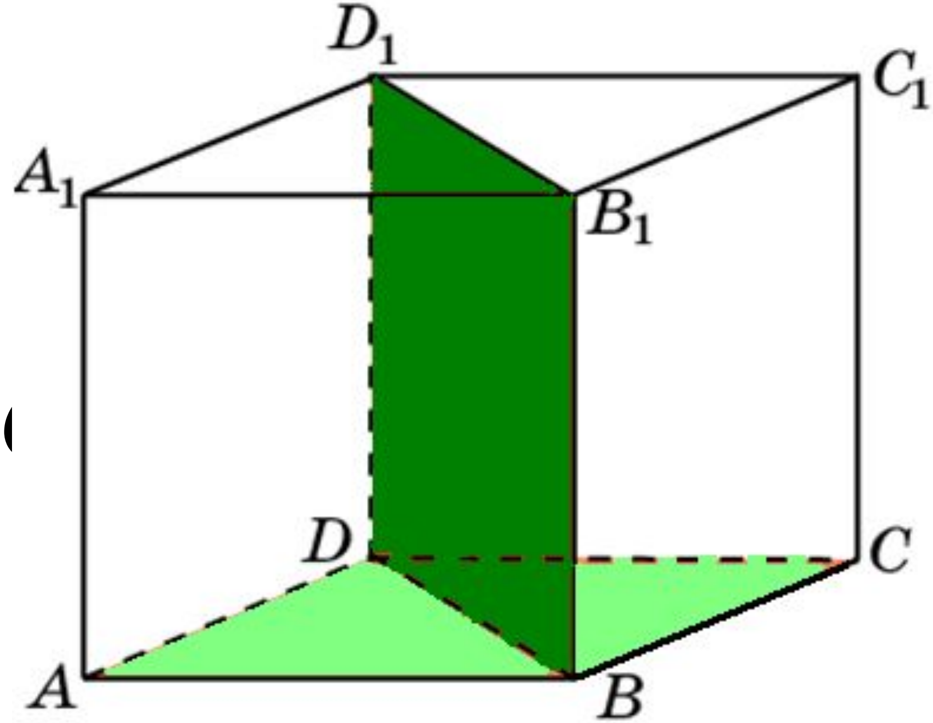
В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDA_1.



Ответ: 45º.

Задача 3:

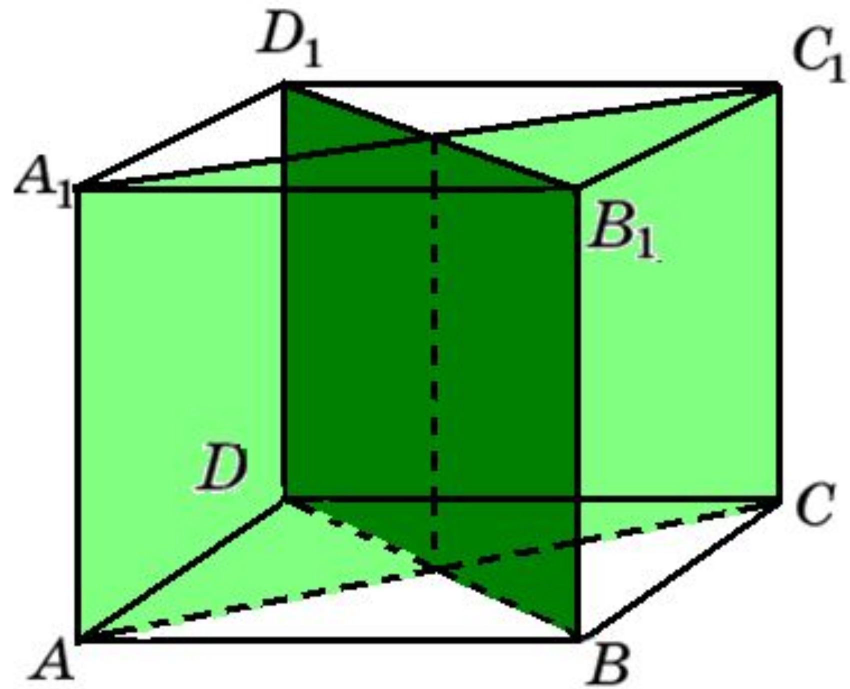
В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями AB и BDD_1.



Ответ: 90°.

Задача 4:

В кубе $A \ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ACC_1 и BDD_1.

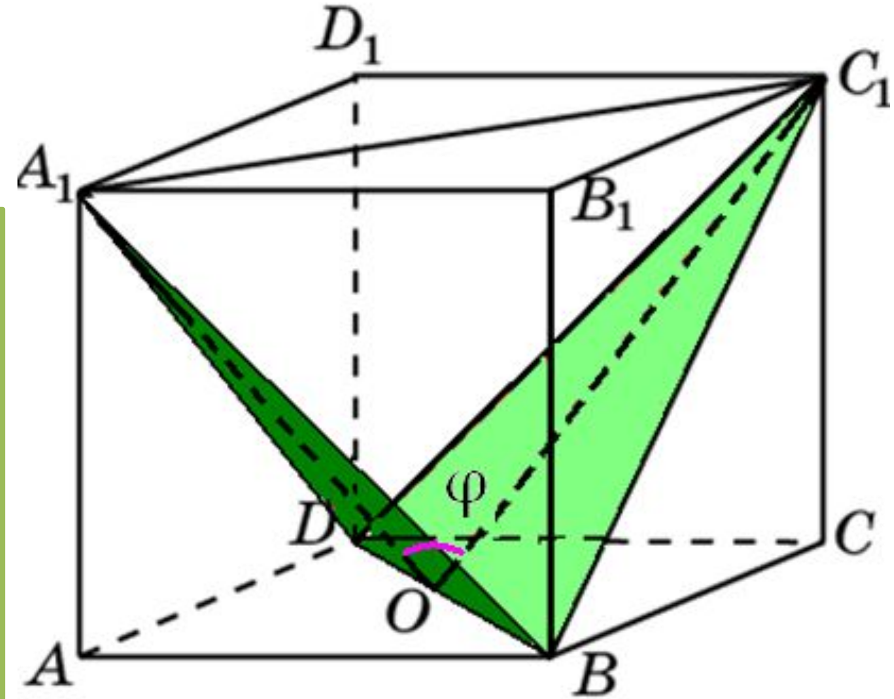


Ответ: 90°.

Задача 5:

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями

BC_1D и BA_1D.



Решение:

Пусть O – середина BD. A_1OC_1 – линейный угол двугранного угла A_1BDC_1.

$A_1C_1=\sqrt{2}$, $A_1O=C_1O=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

По теореме косинусов получаем:

$$\cos\varphi=\frac{1}{6}.$$

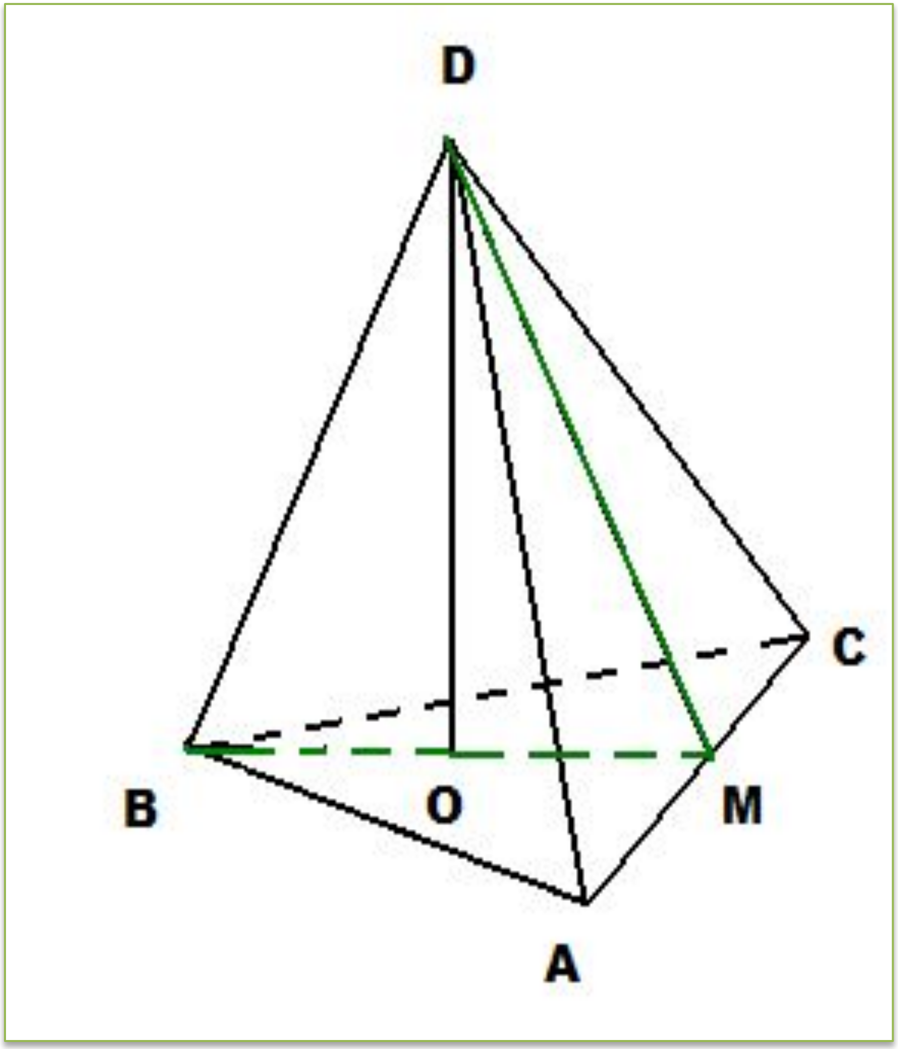
Ответ: $\cos\varphi=\dfrac{1}{6}$.

Задача 6:

В тетраэдре DABC все ребра равны, точка M – середина ребра AC. Докажите, что $\angle DMB$ – линейный угол двугранного угла BACD.

Решение:

Треугольники ABC и ADC правильные, поэтому, $BM \perp AC$ и $DM \perp AC$ и, следовательно, $\angle DMB$ является линейным углом двугранного угла DACB.



Задача 7:

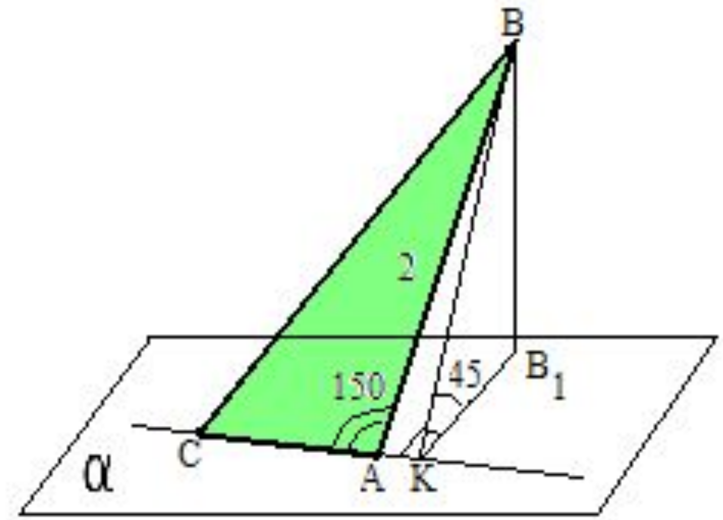
Из вершины В треугольника АВС, сторона АС которого лежит в плоскости α, проведен к этой плоскости перпендикуляр BB_1. Найдите расстояние от точки В до прямой АС и до плоскости α, если АВ=2, $\angle BAC=150^0$ и двугранный угол $BACB_1$ равен 45^0.

Решение:

1) ABC – тупоугольный треугольник с тупым углом A, поэтому основание высоты BK лежит на продолжении стороны AC.

BK – расстояние от точки B до AC.

BB_1 – расстояние от точки B до плоскости α



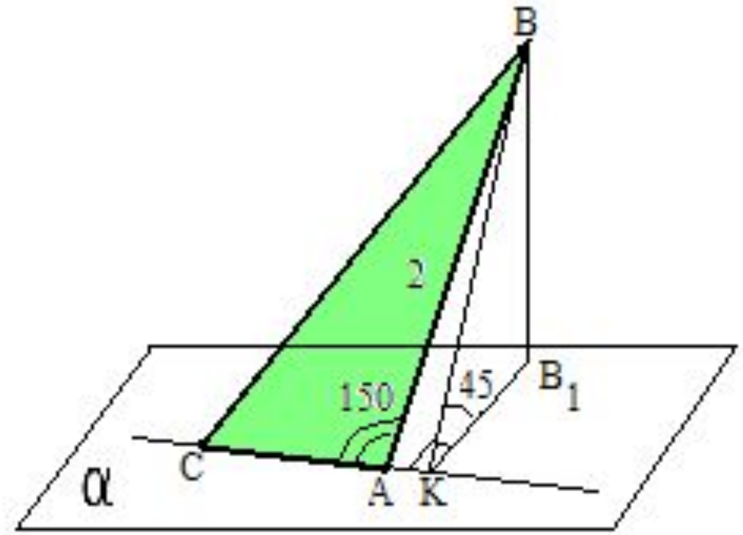
2) Так как $AC \perp BK$, то $AC \perp KB_1$ (по теореме, обратной теореме о трех перпендикулярах). Следовательно, $\angle BKB_1$ – линейный угол двугранного угла $BACB_1$ и $\angle BKB_1 = 45^0$.

3) <u>ΔBAK</u>:

$\angle A = 30^0$, $BK = BA \cdot \sin 30^0$, $BK = 1$.

<u>ΔBKB_1</u>:

$BB_1 = BK \cdot \sin 45^0$, $BB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$



Ответ: $BK = 1$, $BB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$