Задание B15. Примеры решений

Подготовка к ЕГЭ

Сколько существует различных наборов значений логических переменных X1…X6, У1… У6 которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$(X1 \to X2) \land (X2 \to X3) \land (X3 \to X4) \land (X4 \to X5) \land (X5 \to X6)=1$

$(У1 \to У2) \land (У2 \to У3) \land (У3 \to У4) \land (У4 \to У5) \land (У5 \to У6)=1$

$(\neg У1 \lor X1) \land (\neg У2 \lor X2) \land (\neg У3 \lor X3) \land (\neg У4 \lor X4) \land (\neg У5 \lor X5) \land (\neg У6 \lor X6) =1$

В ответе указать количество наборов.

Таблица истинности для импликации:

X1	X2	X1→X2
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Скобки в уравнениях соединены операцией конъюнкции (логическое умножение), чтобы общий результат был истина, каждая скобка должна принимать значение истина (1).

Для первого уравнения, в соответствии с таблицей истинности для операции импликация, можем записать:

$X1 <= X2 <= X3 <= X4 <= X5 <= X6$.

Все наборы значений X1…X6 ,удовлетворяющие этому неравенству, будут удовлетворять условиям первого уравнения.

Таблица значений для 1 уравнения:

X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0

Таким образом для 1 уравнения получаем 7 наборов значений.

Аналогично рассмотрим второе уравнение.

Таблица значений для 2 уравнения:

у1	у2	у3	у4	у5	у6
1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0

Таким образом для 2 уравнения получаем так же7 наборов значений.

Рассмотрим 3 уравнение.
Для этого уравнения каждая скобка так же должна иметь значение истина (1).

у	х	¬у ∨х
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Анализируя таблицу истинности для выражения (¬У∨Х) можем записать:

У1<=X1; Y2<=X2; Y3<=X3; Y4<=X4; Y5<=X5; Y6<=X6;

При подсчете количества наборов значений будем учитывать только те, которые удовлетворяют первым двум уравнениям.

У1<=X1; Y2<=X2; Y3<=X3; Y4<=X4; Y5<=X5; Y6<=X6;

Из приведенных выше условий очевидно, что переход значения (от 0 к 1) переменной У не может быть осуществлен левее перехода по переменной X.

X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0

У1	У2	У3	У4	У5	У6
1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0

Рассмотрим каждый набор значений переменной X отдельно:

Все значения X=1 – переход любой – 7 наборов;

X1 = 0 – исключаем первую строку таблицы У – 6 наборов;

X1=X2= 0 - исключаем 1 и 2 строки таблицы У – 5 наборов; и т. д.

Все значения X = 0 - исключаем 1 - 6 строки таблицы У – 1 набор

Сколько существует различных наборов значений логических переменных X1…X10, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$((X1 \equiv X2) \vee (X3 \equiv X4)) \wedge (\neg(X1 \equiv X2) \vee \neg(X3 \equiv X4))=1$

$((X3 \equiv X4) \vee (X5 \equiv X6)) \wedge (\neg(X3 \equiv X4) \vee \neg(X5 \equiv X6))=1$

. . .

$((X7 \equiv X8) \vee (X9 \equiv X10)) \wedge (\neg(X7 \equiv X8) \vee \neg(X9 \equiv X10))=1$

В ответе указать количество наборов.

Таблица истинности для эквивалентности:

X1	X2	X1≡X2
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Всего в системе уравнений используется пять пар переменных: **X1-X2; X3-X4; X5-X6; X7-X8; X9-X10.**

Первая пара X1-X2 в первом уравнении дает 4 набора значений, которые удовлетворяют заданному условию:

1. X1=0, X2=0 для первой части первого уравнения;
2. X1=1, X2=1 для первой части первого уравнения;
3. X1=0, X2=1 для второй части первого уравнения;
4. X1=1, X2=0 для второй части первого уравнения;

Вторая пара X3-X4 в первом уравнении дает еще 4 набора значений (увеличивает количество в 2 раза).

1. X3=0, X4=0 для первой части первого уравнения;
2. X3=1, X4=1 для первой части первого уравнения;
3. X3=0, X4=1 для второй части первого уравнения;
4. X3=1, X4=0 для второй части первого уравнения;

Причем, значения 1 и 2 скобок в обоих частях уравнения не должны совпадать.

X1	X2	X3	X4
0	0	1	0
0	0	0	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	1	0
1	1	0	1

Каждая следующая пара переменных увеличивает количество наборов в два раза.

Общее количество наборов значений будет равно:

4 * 2 * 2 * 2 * 2 = 64

X1-X2 X3-X4 X5-X6 X7-X8 X9-X10

Сколько существует различных наборов значений логических переменных X1…X10, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$\neg(X1 \equiv X2) \lor (X3 \equiv X4) = 1$

$(\neg(X3 \equiv X4) \lor (X5 \equiv X6) = 1$

. . .

$\neg(X7 \equiv X8) \lor (X9 \equiv X10) = 1$

В ответе указать количество наборов.

Обозначим (X1≡ X2)=У1; (X3≡ X4)=У2; (X5≡ X6)=У3; (X7≡ X8)=У4; (X9≡ X10)= У5

Получим систему:

¬ У1 ∨ У2=1

¬ У2 ∨ У3=1

¬У3 ∨ У4=1

¬У4 ∨ У5=1

Рассмотрим возможные наборы значений:

Если **У1=1**, то **У2** должно быть равно только **1**, **У3** должно быть равно только **1**, **У4** должно быть равно только **1**, **У5** должно быть равно только **1** – **первый набор значений.**

При У1=1 других наборов нет!

Рассмотрим возможные наборы вариантов при

У1=0

У2=1 У2=0

У3=1 У3=0 У3=1

У4=1 У4=1 У4=0 У4=1

У5=1 У5=1 У5=0 У5=1 У5=1

Получаем еще 5 наборов значений, которые удовлетворяют преобразованной системе. Вернемся к замене. Так как (Х1≡ Х2)=У1 (значение У зависит от значения двух величин) и так далее, то замена дает 2^5 наборов значений, то есть 32.

Общее количество наборов значений, которые удовлетворяют заданным условиям будет равно:

6*32=192

Сколько существует различных наборов значений логических переменных X1…X10, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$(X2 \equiv X1) \lor (X2 \land X3) \lor (\neg X2 \land \neg X3) = 1$

$(X3 \equiv X1) \lor (X3 \land X4) \lor (\neg X3 \land \neg X4) = 1$

…

$(X9 \equiv X1) \lor (X9 \land X10) \lor (\neg X9 \land \neg X10) = 1$

$(X10 \equiv X1) = 0$

В ответе указать количество наборов.

Упростим логическое выражение учитывая, что $(X2 \wedge X3) \vee (\neg X2 \wedge \neg X3) = X2 \equiv X3$.

Получим:

$$(X2 \equiv X1) \vee (X2 \equiv X3) = 1$$

$$(X3 \equiv X1) \vee (X3 \equiv X4) = 1$$

…

$$(X9 \equiv X1) \vee (X9 \equiv X10) = 1$$

$$(X10 \equiv X1) = 0$$

Скобка дает значение 1, если значения логических величин совпадает.

Рассмотрим сколько наборов удовлетворяют условию, если $X1=0$

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

$$(X2 \equiv X1) \lor (X2 \equiv X3) = 1$$

$$(X3 \equiv X1) \lor (X3 \equiv X4) = 1$$

…

$$(X9 \equiv X1) \lor (X9 \equiv X10) = 1$$

$$(X10 \equiv X1) = 0$$

Для X1=0 получили 9 наборов значений логических величин.
Для X1=1 (симметрично X1=0) будет также 9 наборов значений.
Полное количество наборов значений для данной системы уравнений будет равно:

$$9*2=18$$