



ВОЕННАЯ АКАДЕМИЯ СВЯЗИ  
31 кафедра

Дисциплина  
**«Сети и телекоммуникации»**

**Тема № 3: Канальный уровень функциональной архитектуры телекоммуникационных сетей**

**Занятие №13**

**Лекция: Методы обнаружения и коррекции ошибок**

Доцент кафедры  
автоматизированных систем специального назначения  
кандидат технических наук, доцент  
Титов В.С.





1. Проблема повышения достоверности.
2. Вторая теорема К.Шеннона.
3. Корректирующие коды и их характеристики.
4. Методы обнаружения и коррекции ошибок.

## Литература:

1. Основы передачи данных. Учебник.  
Под ред. проф. И.Б. Паращука. – СПб.: ВАС, 2015. - 216с. (стр.99-104);
2. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: Учебник для вузов. 2-е изд./В.Г. Олифер, Н.А. Олифер. – СПб.: Питер, 2003. – 864с. (стр. 220 – 225).
3. Захаров А.И. Основы передачи данных. – Л.: ВАС, 1985. – 157 с. (стр. 41-47).
4. Учебник, инв.81220. (стр.46-52).



**Достоверность информации** - степень точности соответствия принятой и переданной информации.

**Обеспечение достоверности** в системах обмена данными является одной из основных функций уровня звена данных и реализуется чаще всего в канале передачи данных.

Кроме того, повышение достоверности осуществляется при обмене пакетами данных между элементами сети передачи данных, а также при обмене сообщениями данных между отправителями и получателями данных в СОД.

Процедуры повышения достоверности входят в состав протоколов второго, третьего, а также верхних уровней ЭМВОС.

**Проблема повышения достоверности** обусловлена несоответствием требованиями к передаче данных и других видов дискретных сообщений и качеством реальных каналов связи электросвязи.



В большинстве случаев **требуется обеспечить достоверность**, при которой вероятность ошибочного приема  $P_{ош}$  блоков данных, состоящих из кодовых комбинаций первичного кода не больше  $10^{-6} - 10^{-9}$ .

При непосредственной передаче по реальным каналам можно обеспечить значение этой вероятности лишь в пределах  $10^{-2} - 10^{-5}$ .

Рассчитать  $P_{ош} = p_{ош} * n^{1-\alpha}$ , для различных  $p_{ош}$ ,  $n$ ,  $\alpha$ .

Примеры:

1. Канал УКВ радиостанции,  $p_{ош} = 10^{-3}$ ,  $n=8$ , 100 бит;
2. Канал радиорелейный,  $p_{ош} = 10^{-4}$ ,  $n=8$ , 100 бит; 1000 бит;
3. Канал кабельной ЛС,  $p_{ош} = 10^{-5}$ ,  $n=8$ , 100 бит; 1000 бит; 10 к/б.
4. Канал ВОЛС,  $p_{ош} = 10^{-9}$ ,  $n=8$ , 100 бит; 1000 бит; 10 к/б; 100 к/б.

Коэффициент группирования  $\alpha$  принять равным 0,5 и 0.

**Сделать выводы** по обеспечению достоверности приема данных различного объема по различным каналам.



### Историческая справка

- С именем Клода Шеннона связано около десяти теорем. Некоторые сформулированы его продолжателями и названы в его честь. Самыми важными теоремами Шеннона являются:
- Прямая и обратная теоремы Шеннона для источника общего вида - о связи энтропии источника и средней длины сообщений.
  - Прямая и обратная теоремы Шеннона для источника без памяти - о связи энтропии источника и достижимой степени сжатия с помощью кодирования с потерями и последующего неоднозначного декодирования.
  - Прямая и обратная теоремы Шеннона для канала с шумами - о связи пропускной способности канала и существования кода, который возможно использовать для передачи с ошибкой, стремящейся к нулю (при увеличении длины блока).
  - Теорема отсчётов Уиттакера-Найквиста-Шеннона (теорема Котельникова) - об однозначном восстановлении сигнала по своим дискретным отсчётам.
  - Теорема Шеннона-Хартли.



При передаче информации по каналу с шумом всегда найдется способ кодирования, при котором сообщение будет передаваться со сколь угодно высокой достоверностью, если скорость передачи не превышает пропускной способности канала.

Смысл данной теоремы состоит в том, что при передаче по реальным каналам можно закодировать сообщение таким образом, что действие искажений, вызываемых шумами (помехами), не приведет к потере информации.

Это достигается за счет повышения избыточности сообщения (увеличения длины кодовой цепочки первичного кода).

Очевидно, при этом возрастает время передачи сообщения, что следует считать платой за достоверность.



Решение проблемы повышения достоверности состоит в использовании таких методов кодирования информации, которые позволили бы контролировать правильность передачи и при обнаружении ошибки - исправлять ее.

Два основных случая обеспечения достоверности:

1. Кодирование обеспечивает *только установление* факта искажения информации (обнаружение ошибки в принятом сообщении, блоке данных).

Тогда исправление производится путем повторной передачи сообщения, пакета, блока данных ;

2. Кодирование позволяет локализовать и автоматически исправить ошибку, возникшую при передаче.



Способы повышения достоверности, применяемые в современных и перспективных комплексах передачи данных, основаны на использовании помехоустойчивых корректирующих (избыточных, помехоустойчивых) кодов.

**Кодом** (в широком смысле) называется правило преобразования последовательностей сигналов.

**Код** – это установленное соответствие между входными и выходными последовательностями сигналов.

**Кодирование** - процедура преобразования последовательности сигналов данных (от источника) в последовательность сигналов, выдаваемых на вход дискретного канала связи.

**Декодирование** – это процедура преобразования последовательности сигналов на выходе ДКС, направленная на восстановление исходной последовательности сигналов данных.

Процесс декодирования при отсутствии допустимых искажений сигналов в ДКС обеспечивает восстановление исходной последовательности.

# 3. Корректирующие коды и их характеристики

Кодирующее устройство  
в УЗО передачи данных

Декодерирующее устройство  
в УЗО приема данных

Запрещенные кодовые комбинации,  $N_{запр} = 2^n - 2^k$

Запрещенные кодовые комбинации,  $N_{запр} = 2^n - 2^k$

Помехи  
в канале электросвязи  
и линиях связи

**Искажения**

(характеристические, краевые, дробления)

принимаемых сигналов данных

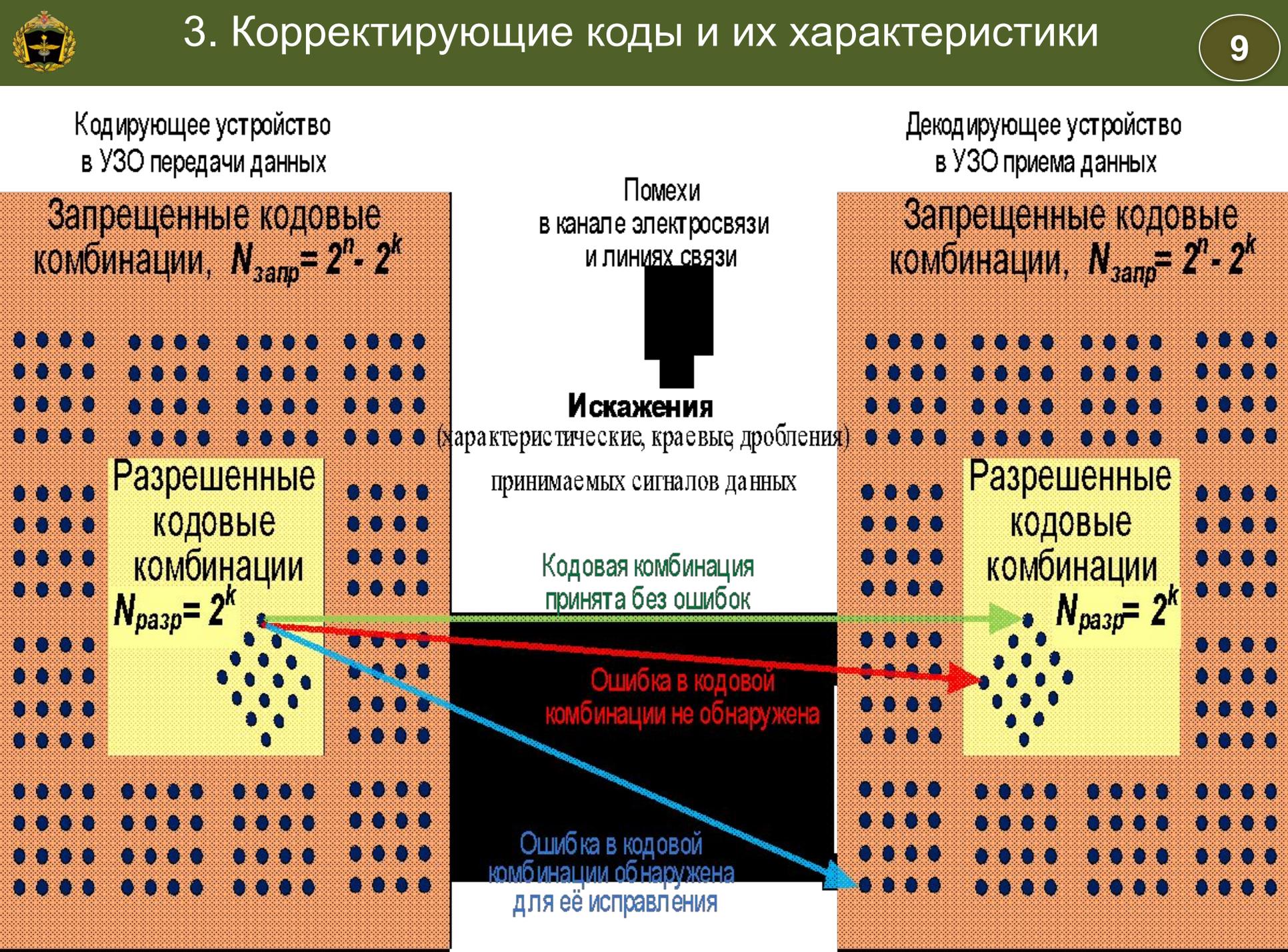
Кодовая комбинация  
принята без ошибок

Разрешенные  
кодовые  
комбинации  
 $N_{разр} = 2^k$

Разрешенные  
кодовые  
комбинации  
 $N_{разр} = 2^k$

Ошибка в кодовой комбинации не обнаружена

Ошибка в кодовой комбинации обнаружена для её исправления





Общее количество всех возможных кодовых комбинаций  $N_{\text{общ}}$  равно  $2^n$ . Каждая кодовая комбинация отличается от другой одним и более двоичными разрядами. При этом максимальное отличие с учетом всех комбинаций равно  $n$ , а минимальное отличие (минимальное кодовое расстояние  $d_{\text{min}}$ ) равно 1.

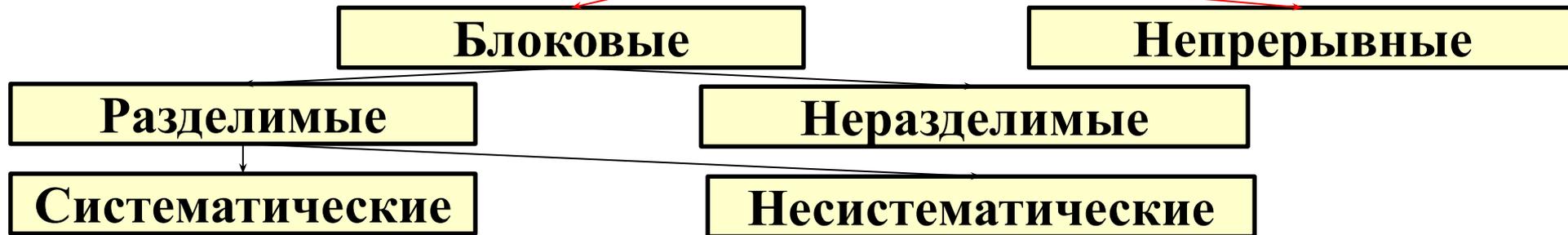
Это означает, что при приеме кодовой комбинации с ошибкой хотя бы в одном разряде будет зафиксирована другая кодовая комбинация этого кода, т.е. ошибка в принятой кодовой комбинации не будет обнаружена.

Для обнаружения и последующего исправления ошибок необходимо из всех возможных кодовых комбинаций  $N_{\text{общ}}$  по определенному правилу ( $d_{\text{min}} = d_{\text{треб}}$ ) отобрать отдельные кодовые комбинации, минимально отличающиеся между собой определенным ( $d_{\text{треб}}$ ) количеством разрядов. Такие кодовые комбинации являются разрешенными для передачи и приема данных,  $N_{\text{разр}} = 2^k$ .

Все остальные кодовые комбинации входят в состав запрещенных для передачи и приема данных.  $N_{\text{запр}} = 2^n - 2^k$ .



## Классификация помехоустойчивых кодов



Если длина всех комбинаций одинакова, код называется равномерным, в другом случае – неравномерным.

Равномерные и неравномерные коды составляют класс блочных кодов, в которых каждой отдельной последовательности сопоставляется кодовый блок из определенного числа символов.

В непрерывных кодах кодирование и декодирование осуществляется непрерывно над всей последовательностью сигналов источника.

Наиболее широко в современной аппаратуре применяются блочные равномерные коды, задаваемые в общем случае множеством всех кодовых блоков (разрешенных комбинаций) длины  $n$ .

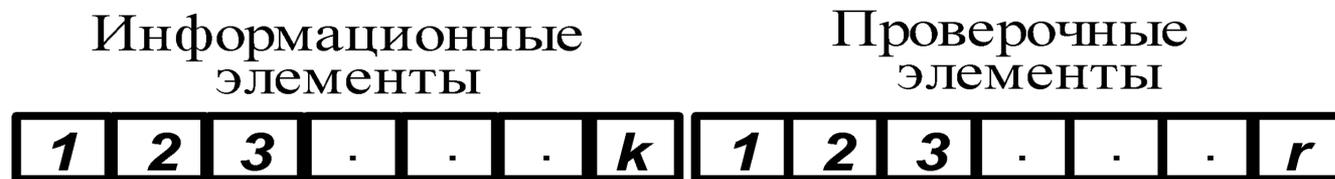
В свою очередь они делятся на разделимые и неразделимые.



Применение не всех возможных  $N_{\text{общ}} = 2^n$ , а только разрешенных  $N_{\text{разр}} = 2^k$  кодовых комбинаций позволяет обеспечить помехоустойчивый прием в режимах обнаружения и, при необходимости, исправления возможных ошибок.

Помехоустойчивые коды могут быть неразделимыми и делимыми.

Структура кодовой комбинации **разделимого кода** имеет вид:



Формирование каждой такой комбинации на передаче осуществляется в кодирующем устройстве, работающем по определенному алгоритму в соответствии с порождающим многочленом  $g(x)$ , представляющим общее математическое описание всех кодовых комбинаций конкретного кода и определяющим основные характеристики помехоустойчивого кода.



При этом по  $k$  информационным элементам каждой кодовой комбинации дополнительно формируются  $r$  проверочных элементов, которые передаются по каналу передачи данных.

В УЗО при приеме комбинации осуществляется её декодирование путем проверки на соответствие друг другу принятых проверочных и информационных элементов.

Если закон соответствия выполнен, то считается, что принятая кодовая комбинация принята без ошибок.

В другом случае – фиксируется ошибка в принятой кодовой комбинации, которая должна быть исправлена применением дополнительных мер (каскадное кодирование, системные способы исправления ошибок за счет многократной передачи и т.п.).



В кодовой комбинации **неразделимого кода** местоположение информационных и проверочных элементов не определено.

Кодирование в передающем УЗО и декодирование в приемном УЗО осуществляется путем рекуррентных преобразований.

Например, на приеме из всей последовательности непрерывно принимаемых битов данных должна быть выделена неискажённая последовательность длиной  $n$ , соответствующая одной из разрешенных кодовых комбинаций.

Для этого используются различные способы анализа на принадлежность принятой кодовой комбинации к разрешенным.

Обычно неразделимые коды используются в системах передачи команд и сигналов управления.



**Основными параметрами помехоустойчивого кода являются:**

- $n$**  - общая длина кодовой комбинации
- $k$**  - количество информационных разрядов в кодовой комбинации;
- $r$**  - количество избыточных (проверочных) разрядов,  
 **$r = n - k$** ;
- $d_{min}$**  - минимальное кодовое расстояние.

**Эти параметры полностью определяют свойства помехоустойчивого кода**

**$s$**  - количество (кратность) гарантированно обнаруживаемых ошибок в принятой кодовой комбинации,  **$s = d_{min} - 1$** ;

**$t$**  - количество (кратность) гарантированно исправляемых ошибок в принятой кодовой комбинации,  **$t = \lfloor (d_{min} - 1) / 2 \rfloor$** ,

где результат округляется в меньшую сторону до ближайшего целого числа.

**$R = k/n$**  - относительная скорость кода

Любой помехоустойчивый (n, k) код может использоваться в трех режимах:

- 1) В режиме обнаружения ошибок (ОО);
- 2) В режиме исправления ошибок (ИО);
- 3) В режиме обнаружения и исправления ошибок.

Вероятность ошибочного приема  $P_{ош}$  кодовой комбинации из дискретного канала с вероятностью ошибки  $p_{ош}$  на единичный элемент в режимах:

### Обнаружения ошибок:

без учета группирования ошибок  
с учетом коэффициента группирования  
ошибок @

$$P_{ош.о} = \frac{1}{2^{n-k}} \sum_{i=d_{\min}}^n C_n^i p_{ош}^i (1-p_{ош})^{n-i}$$

$$P_{ош.о} = \frac{1}{2^{n-k}} \cdot \left(\frac{n}{d_{\min}}\right)^{1-@} \cdot p_{ош}$$

### Исправления ошибок:

без учета группирования ошибок

$$P_{ош.и} = \sum_{i=t+1}^n C_n^i p_{ош}^i (1-p_{ош})^{n-i}$$

с учетом коэффициента группирования ошибок @

$$P_{ош.и} = \left(\frac{n}{t+1}\right)^{1-@} \cdot p_{ош}$$



На лекции рассмотрены учебные вопросы:

1. Проблема повышения достоверности.
2. Вторая теорема К.Шеннона.
3. Корректирующие коды и их характеристики.
4. Методы обнаружения и коррекции ошибок.

**Следующее занятие - семинар.**

**Функции уровня звена данных. Обнаружение и коррекция ошибок.**

**Подготовка к семинару согласно выданному плану.**

**Основная литература:**

**конспекты лекций №12 и №13,**

**рекомендованные учебник и учебное пособие**



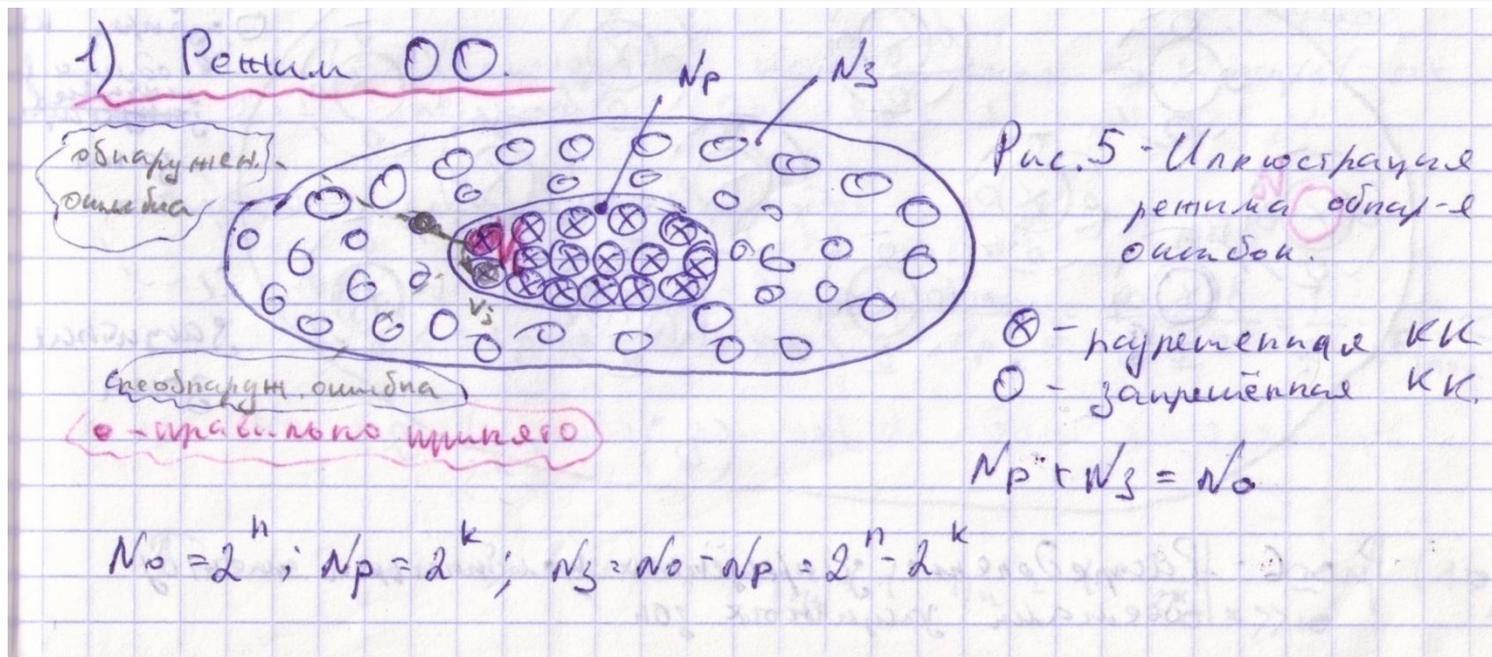
## 4. Методы обнаружения и коррекции ошибок



## 2. Помехоустойчивое кодирование (продолжение)

28

### Режим обнаружения ошибок



Доля обнаруженных (переходов) ошибок

Доля необнаруженных ошибок

$$\eta_{i\bar{i}\bar{i}} = \frac{N_{\delta} \cdot N_{\zeta}}{N_{\delta} (N_0 - 1)} = \frac{2^k \cdot (2^n - 2^k)}{2^k \cdot (2^n - 1)} \Big|_{2^n \gg 10} \approx \frac{2^n - 2^k}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^{n-k}}$$

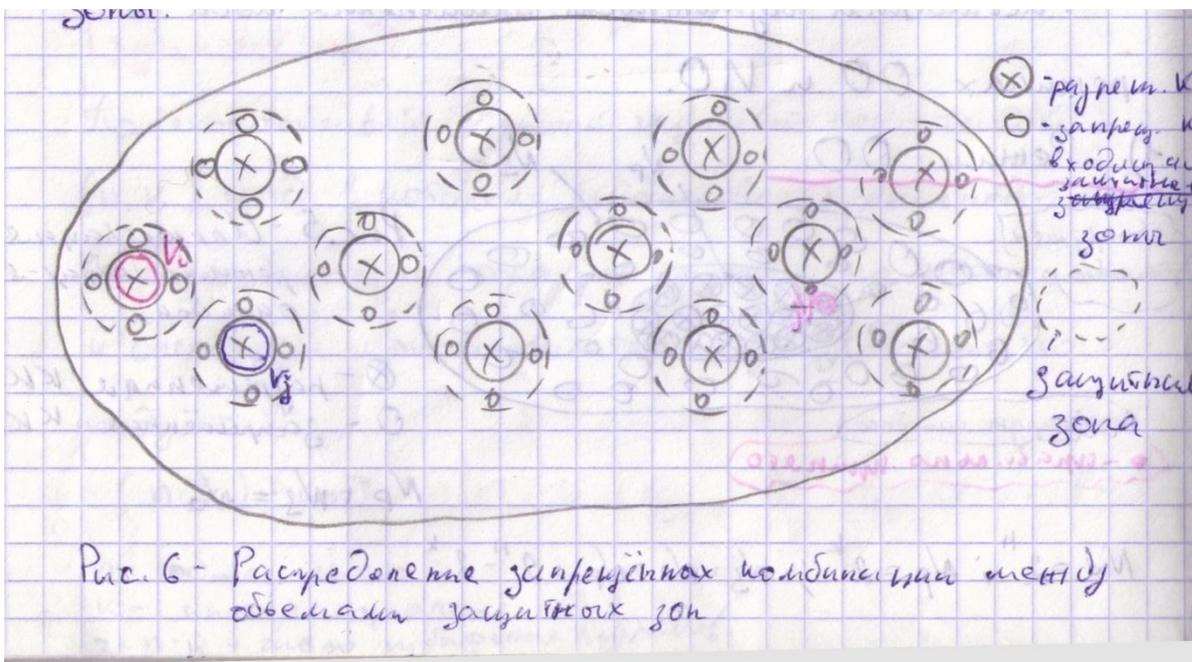
$$\eta_{\bar{i}\bar{i}} = 1 - \eta_{i\bar{i}\bar{i}} = 1 - \left(1 - \frac{1}{2^{n-k}}\right) = \frac{1}{2^{n-k}}$$



## 2. Помехоустойчивое кодирование (продолжение)

29

### Режиме исправления ошибок



$$N_{\text{защ}} = \frac{N_{\text{с}}}{N_{\text{д}}} = \frac{2^n - 2^k}{2^k}$$

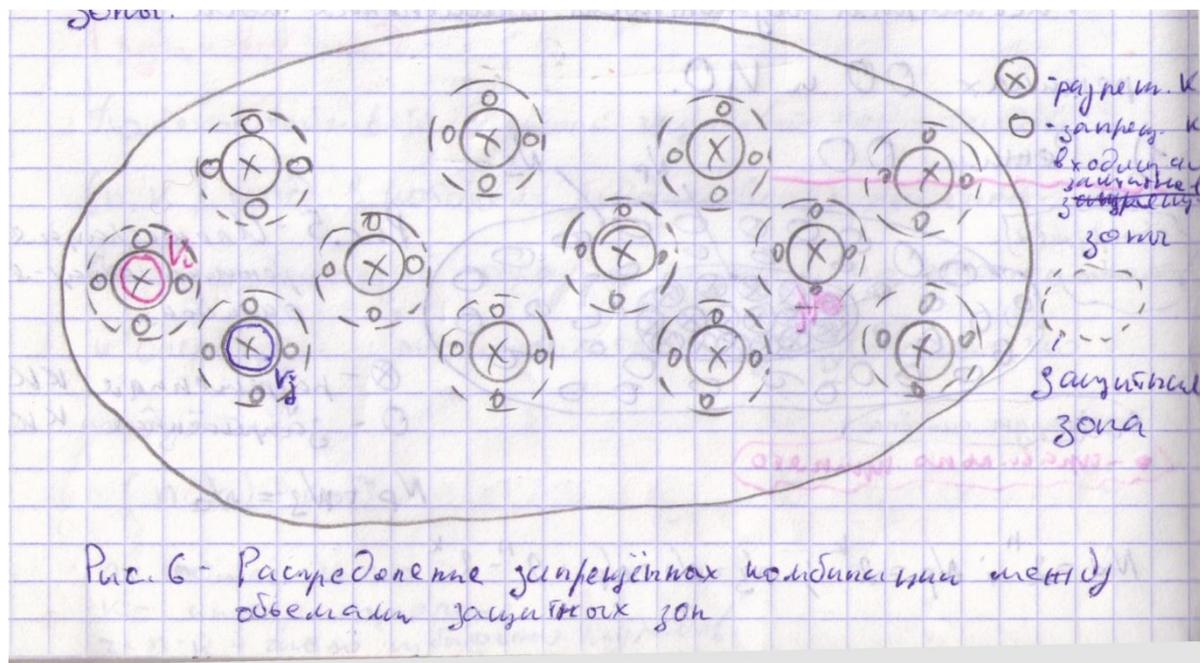
Все «запрещенные» комбинации распределены по защитным зонам, разрешенных кодовых комбинаций, по критерию минимума кодового расстояния.



## 2. Помехоустойчивое кодирование (продолжение)

30

### Режим исправления ошибок



$$N_{\text{запр}} = \frac{N_{\text{разр}}}{N_{\text{до}}} = \frac{2^n - 2^k}{2^k}$$

Все «запрещенные» комбинации распределены по защитным зонам, разрешенных кодовых комбинаций, по критерию минимума кодового расстояния.

Доля исправленных переходов

$$\eta_{\text{ис}} = \frac{N_{\text{до}} \cdot N_{\text{запр}}}{N_{\text{до}}(N_{\text{до}} - 1)} \Big|_{N_{\text{до}} \gg 10} \approx \frac{N_{\text{запр}}}{N_{\text{до}}} = \frac{2^n - 2^k}{2^k 2^n} = \frac{1}{2^k} - \frac{1}{2^n} \Big|_{n > k} \approx \frac{1}{2^k}$$

Доля неисправленных переходов

$$\eta_{\text{неис}} = 1 - \eta_{\text{ис}} = 1 - \frac{1}{2^k} \Big|_{k \gg 10} \approx 1$$



## 2. Помехоустойчивое кодирование (продолжение)

31

### Основные задачи помехоустойчивого кодирования

1. Сформулировать достаточно простое, регулярное правило кодирования, допускающее простую техническую реализацию (т.е. помехоустойчивый код должен допускать построение сравнительно простого и надёжного кодека (кодер+декодер))
2. Множество разрешенных кодовых комбинаций должно максимизировать вероятность правильного приема.



## 2. Помехоустойчивое кодирование (продолжение)

### Матричное представление групповых помехоустойчивых кодов

Групповой  $(n, k)$  - код может быть задан в матричной форме:

$G_{(n, k)}$  - порождающая матрица;

$H_{(n, k)}$  - проверочная матрица.

Обозначим:

$[a_k]$  - матрица-строка информационной части кодовой комбинации;

$[V_n]$  - матрица-строка кодовой комбинации помехоустойчивого кода.

Реализация процедуры кодирования:

$$(8) \quad [a_k] \times G_{(n, k)} \rightarrow [V_n]$$

Реализация процедуры декодирования:

$$(9) \quad [V_n] \times H_{(n, k)} \rightarrow [a_k]$$



## Основные итоги

Общей задачей помехоустойчивого кодирования является обеспечение высокой достоверности передачи данных по неидеальным каналам связи и ограниченной пропускной способностью за счет использования методов кодирования и декодирования циклических кодов.

## Контрольные вопросы

1. Раскройте классификацию помехоустойчивых кодов.
2. Дайте понятие группы.
3. Раскройте основные параметры помехоустойчивого кода.
4. Раскройте особенности кодов Боуза-Чоудхури-Хоквингема

