

- Задания решаем все, сразу после теории.
- К среде нужно решить.

Теория вероятностей



Основные понятия

Случайное – событие, которое нельзя точно предсказать заранее, оно может либо произойти, либо нет.

О каждом таком событии можно сказать, что оно произойдет с некоторой **вероятностью**

Вероятности

Вероятность – есть число, характеризующее *возможность* наступления события.

Определение. Вероятностью P события A называют отношение числа m исходов, благоприятных этому событию, к общему числу n исходов $P(A) = \frac{m}{n}$.

Бросаем монетку. Орел или решка?

Бросить монетку – испытание

**Орел или решка – два возможных
исхода.**

**Вероятность выпадения орла – $\frac{1}{2}$,
решки – $\frac{1}{2}$.**

Бросаем игральную кость (кубик).

Выпадение одного очка – это один исход из шести возможных.

Выпадение двух очков - один исход из шести возможных.

Допустим, нам необходимо выпадение 2 очков, такой исход в теории вероятностей называется

благоприятным.

Вероятность выпадения тройки - $1/6$.

Вероятность выпадения семерки – 0.

**Вероятность выпадения четного числа
– $1/2$.**

**Вероятность выпадения числа,
меньше пяти – $4/6$ или $2/3$**

Берем колоду из 36 карт.

Вероятность вытащить загаданную карту – $1/36$.

Вероятность вытащить туза – $4/36$ или $1/9$

Вероятность вытащить карту масти бубен – $9/36$ или $1/4$

Вероятность вытащить красную карту – $18/36$ или $1/2$.

**Вероятность события равна
отношению числа
благоприятных исходов к
числу всех возможных
исходов.**

**Вероятность не может
быть больше 1.**



Методы решения

Непосредственные подсчеты

1. Метод логического перебора («решение напролом»)

– **выписываются все возможные исходы (a), выбираются благоприятные (b) и находится отношение $p = b:a$**

В случайном эксперименте монету бросают два раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.

Выпишем все возможные исходы:

ОО, ОР, РО, РР - 4

Благоприятные: ОР, РО – 2

Вероятность $p = 2/4 = 0,5$

В случайном эксперименте монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

Выпишем все возможные исходы:

ООО, ООР, ОРО, РОО, ОРР, РОР, РРО, РРР - 8

Благоприятные: ООО – 1

Вероятность $p = 1/8 = 0,125$

В случайном эксперименте монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что решка выпадет два раза.

Выпишем все возможные исходы:

OOOO, OOOР, OORO, OROO, ROOO,
RROO, RORO, ROOR, ORRO, OROR,
OORР, ORRR, RRRO, RORР, RROR, RRRР
- 16

Благоприятные: – 6

Вероятность $p = 6/16 = 0,375$

2. Таблица вариантов

Составляется таблица, с помощью которой находятся все возможные исходы (a) и все благоприятные исходы (b) и вычисляется

$$\text{вероятность } p = b:a$$

Игральную кость бросают два раза.
Найдите вероятность того, что сумма
выпавших очков будет равна 7.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Всего исходов
– 36

Благоприятных
исходов - 6

Вероятность
 $p = 6/36 = 1/6$

2. Полный граф

Условие задачи изображается в виде графа (дерева), который позволяет найти количество всех возможных исходов, выбрать благоприятные и вычислить

$$\text{вероятность } p = b:a$$

Антон, Борис и Василий купили 3 билета на 1,2,3 места первого ряда. Сколькими способами они могут занять имеющиеся места?

1 место

2 место

3 место

способы



Ответ: 6

Какова вероятность, что Антон займет первое место?

Всего способов – 6

Благоприятные исходы – 2

$$P = 2/6 = 1/3$$

Правила

Два события называются несовместными, если они не могут появиться одновременно в одном и том же испытании.



Вероятность появления хотя бы одного из двух несовместных событий, равна сумме вероятностей этих событий.

$$p = p(a) + p(b)$$

На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, относящихся одновременно к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что школьнику на экзамене достанется вопрос по одной из этих тем.

События «вопрос о вписанной окружности» и «вопрос о параллелограмме» - несовместные, поэтому вероятность выбрать один из них равна сумме вероятностей:

$$p = 0,2 + 0,15 = 0,35$$

Вероятность того, что новый чайник прослужит больше года равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит более двух лет , равна 0,89. Найдите вероятность того, что чайник прослужит меньше двух лет, но больше года.

События «чайник прослужит больше двух лет» и « чайник прослужит больше года, но менее двух лет» - несовместные. Сумма этих событий равна событию «чайник прослужит более года». Поэтому искомая вероятность $p = 0,97 - 0,89 = 0,08$

События называются совместными, если они могут происходить одновременно.



Вероятность появления хотя бы одного события равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного появления.

$$p = p(a) + p(b) - p(ab)$$

В торговом центре два одинаковых кофейных автомата. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах – 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

События « кофе останется в обоих автоматах» и « кофе закончится хотя бы в одном» - противоположные. Сумма их вероятностей 1.

Найдем вероятность события « кофе закончится хотя бы в одном автомате»
 $p = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48$.

Тогда вероятность события «кофе останется в обоих автоматах» $p = 1 - 0,48 = 0,52$

Два события называются независимыми, если появление одного из них не влияет на вероятность появления другого.

Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

Стрелок попадает в цель с вероятностью 0,9. Найдите вероятность того, что он попадет в цель четыре выстрела подряд.

Попадание в цель при каждом последующем выстреле – независимое от предыдущего исхода событие

Вероятность

$$p = 0,9 * 0,9 * 0,9 * 0,9 = 0,6561$$

Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель выбирает в магазине случайную упаковку, в которой две такие батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

События «батарейка бракованная» и «батарейка исправная» - противоположные, поэтому вероятность события «батарейка исправная» $p = 1 - 0,02 = 0,98$.

События «1 батарейка исправная» и «2 батарейка исправная» - независимые, поэтому вероятность того, что обе батарейки исправны $p = 0,98 * 0,98 = 0,9604$

Помещение освещается фонарем с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,17. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Событие « хотя бы одна лампа не перегорит » противоположно событию « обе лампы перегорят » . Вероятность события «обе лампы перегорят» равна произведению вероятностей (т.к. события независимые)

$$p = 0,17 * 0,17 = 0,0289$$

Тогда вероятность события « хотя бы одна лампа не перегорит » равна: $1 - 0,0289 = 0,9711$

Полная вероятность



С первого станка поступает 40%, со второго – 30% и с третьего – 30% всех деталей. Вероятность изготовления бракованной детали равны для каждого станка соответственно 0,01, 0,03, 0,05. Найдите вероятность того, что наудачу взятая деталь будет бракованной.



$$P = 0,4 * 0,01 + 0,3 * 0,03 + 0,3 * 0,05 = 0,028$$

На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Задача 10 № 285925

Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

Задание 10 № 320170

В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Задание 10 № 320183

В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

В кармане у Миши было четыре конфеты — «Грильяж», «Белочка», «Коровка» и «Ласточка», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Миша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Грильяж».

Из множества натуральных чисел от 25 до 39 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 5?

В ящике находятся чёрные и белые шары, причём чёрных в 4 раза больше, чем белых. Из ящика случайным образом достали один шар. Найдите вероятность того, что он будет белым.

Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,21. Покупатель, не глядя, берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года обе лампы перегорят.