




Логические операции



Логическая операция — способ построения сложного высказывания из данных высказываний, при котором значение истинности сложного высказывания полностью определяется значениями истинности исходных высказываний.

Логическое отрицание (инверсия)

Логическое отрицание образуется из высказывания с помощью добавления частицы «не» к сказуемому или использования оборота речи «неверно, что ...».

Например:

Я не знаю китайского языка.

Неверно, что я знаю китайский язык

Обозначение инверсии: НЕ А; \neg А; \bar{A} ; NOT А

Таблица истинности для инверсии

A	\bar{A}	Смысл высказывания A для указанных значений	Значение высказывания: <i>Я не знаю китайского языка</i>
0	1	<i>Я не знаю китайского языка</i>	Истина
1	0	<i>Я знаю китайский язык</i>	Ложь

Из таблицы истинности следует, что инверсия высказывания истинна, когда высказывание ложно.

Логическое умножение (конъюнкция)

Логическое умножение образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «и».

Например:

На автостоянке обычно стоят две машины: «Мерседес» и «Жигули», но может находиться и какая-то одна из них или не быть ни одной.

Обозначим высказывания:

A = На автостоянке стоит «Мерседес».

B = На автостоянке стоят «Жигули».

(*A* конъюнкция *B*) = На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули».

Обозначение конъюнкции:

A И *B*; $A \wedge B$; *A*&*B*; *A* AND *B*.

Таблица истинности для конъюнкции

A	B	A&B	Смысл высказываний A и B для указанных значений		Значение высказывания На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули»
0	0	0	«Мерседес» не стоит	«Жигули» не стоят	Ложь
0	1	0	«Мерседес» не стоит	«Жигули» стоят	Ложь
1	0	0	«Мерседес» стоит	«Жигули» не стоят	Ложь
1	1	1	«Мерседес» стоит	«Жигули» стоят	Истина

Из таблицы истинности следует, что конъюнкция двух высказываний истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны, и ложна, когда хотя бы одно высказывание ложно.

Логическое сложение (дизъюнкция)

Логическое сложение образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «или».

Например:

На автостоянке обычно стоят две машины: «Мерседес» и «Жигули», но может находиться и какая-то одна из них или не быть ни одной.

Обозначим высказывания:

A=На автостоянке стоит «Мерседес».

B=На автостоянке стоят «Жигули».

(A дизъюнкция B) = На автостоянке стоят «Мерседес» или «Жигули».

Обозначение дизъюнкции:

A ИЛИ B ; $A \vee B$; $A | B$; $A \text{ OR } B$; $A+B$.

Таблица истинности для дизъюнкции

A	B	$A \vee B$	Смысл высказываний A и B для указанных значений		Значение высказывания На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули»
0	0	0	«Мерседес» не стоит	«Жигули» не стоят	Ложь
0	1	1	«Мерседес» не стоит	«Жигули» стоят	Истина
1	0	1	«Мерседес» стоит	«Жигули» не стоят	Истина
1	1	1	«Мерседес» стоит	«Жигули» стоят	Истина

Из таблицы истинности следует, что дизъюнкция двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны, и истинна, когда хотя бы одно высказывание истинно.

Логическое следование (импликация)

Логическое следование образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «если ..., то ...».

Например: A = Если клятва дана, то она должна выполняться.

B = Если число делится на 9, то оно делится на 3.

В логике допустимо рассматривать и бессмысленные с житейской точки зрения высказывания.

C = Если коровы летают, то $2+2=5$.

Пусть даны высказывания:

A = На улице дождь. B = Асфальт мокрый.

(A импликация B) = Если на улице дождь, то асфальт мокрый.

Обозначение импликации: $A \rightarrow B$; $A \Rightarrow B$;

если A , то B ; A влечет B ; B следует из A .

Таблица истинности для импликации

A	B	$A \Rightarrow B$	Смысл высказываний A и B для указанных значений		Значение высказывания <i>Если на улице дождь, то асфальт мокрый</i>
0	0	1	Дождя нет	Асфальт сухой	Истина
0	1	1	Дождя нет	Асфальт мокрый	Истина
1	0	0	Дождь идет	Асфальт сухой	Ложь
1	1	1	Дождь идет	Асфальт мокрый	Истина

Из таблицы истинности следует, что импликация двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное.

Логическое равенство (эквивалентность)

Логическое равенство образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «...тогда и только тогда, когда ...».

Например:

Угол называется прямым тогда, когда он равен 90 градусам.

Обозначим высказывания:

A = Число делится на 3 без остатка.

B = Сумма цифр числа делится нацело на 3.

(A эквивалентно B) = Число кратно 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится нацело на 3.

Обозначение эквивалентности: $A \equiv B$; $A \Leftrightarrow B$; $A \sim B$.

Таблица истинности для эквивалентности

A	B	$A \Leftrightarrow B$	Смысл высказываний A и B для указанных значений		Значение высказывания <i>Число кратно трем тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится нацело на 3</i>
0	0	1	Число не кратно трем	Сумма цифр не кратна трем	Истина
0	1	0	Число не кратно трем	Сумма цифр кратно трем	Ложь
1	0	0	Число кратно трем	Сумма цифр не кратна трем	Ложь
1	1	1	Число кратно трем	Сумма цифр кратно трем	Истина

Из таблицы истинности следует, что эквивалентность двух высказываний истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны или оба ложны.

Опорный конспект «Свойства логических операций»

Инверсия истинна	Тогда	Высказывание ложно
Дизъюнкция ложна <hr/> Конъюнкция истинна	и	оба высказывания ЛОЖНЫ ИСТИННЫ
Дизъюнкция истинна <hr/> конъюнкция ложна	ТОЛЬКО	хотя бы одно высказывание ИСТИННО ЛОЖНО
Импликация ложна	тогда,	Из истинного высказывания следует ложное высказывание
Эквивалентность истинна	когда	Оба высказывания ложны или оба истинны