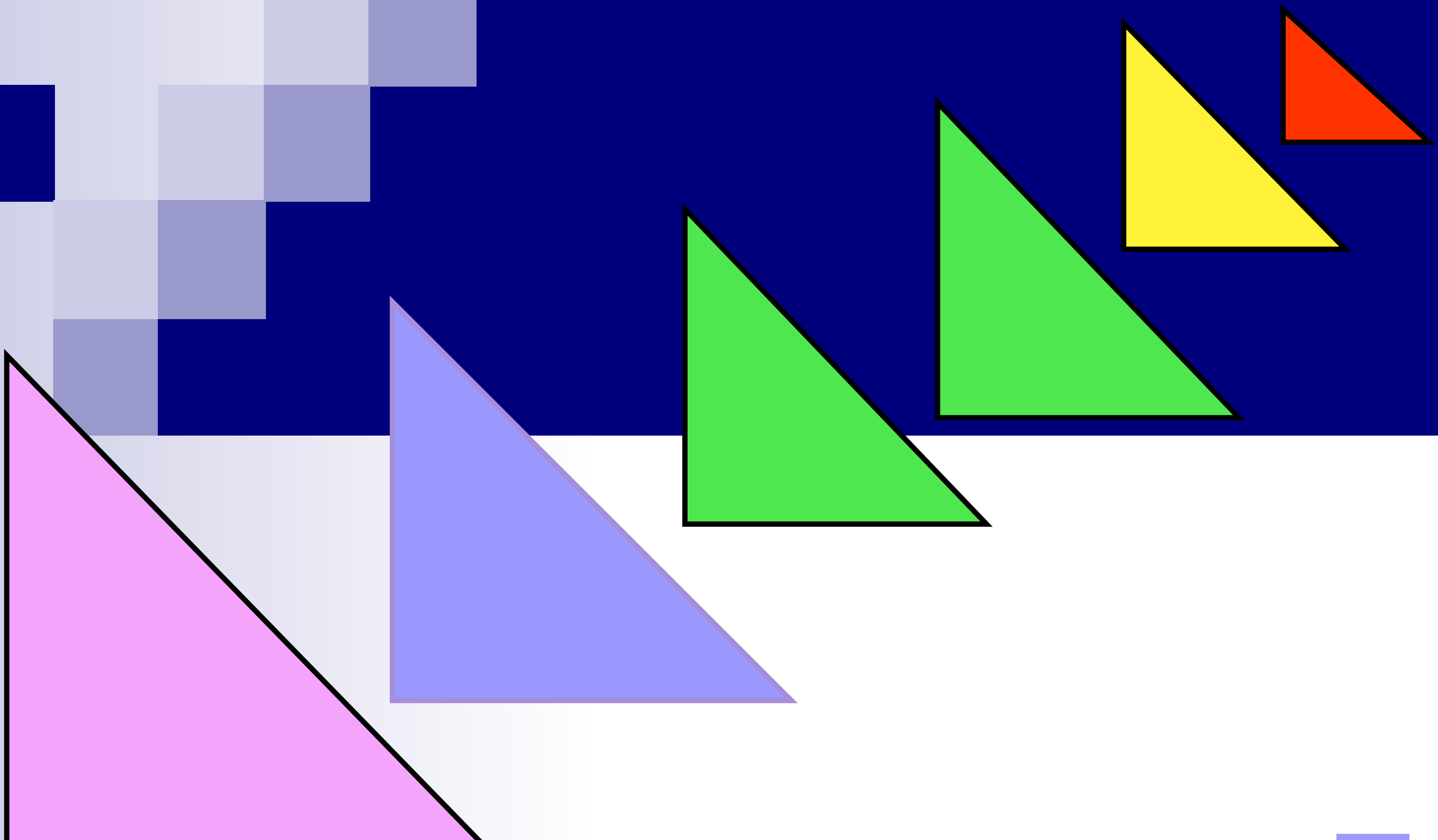
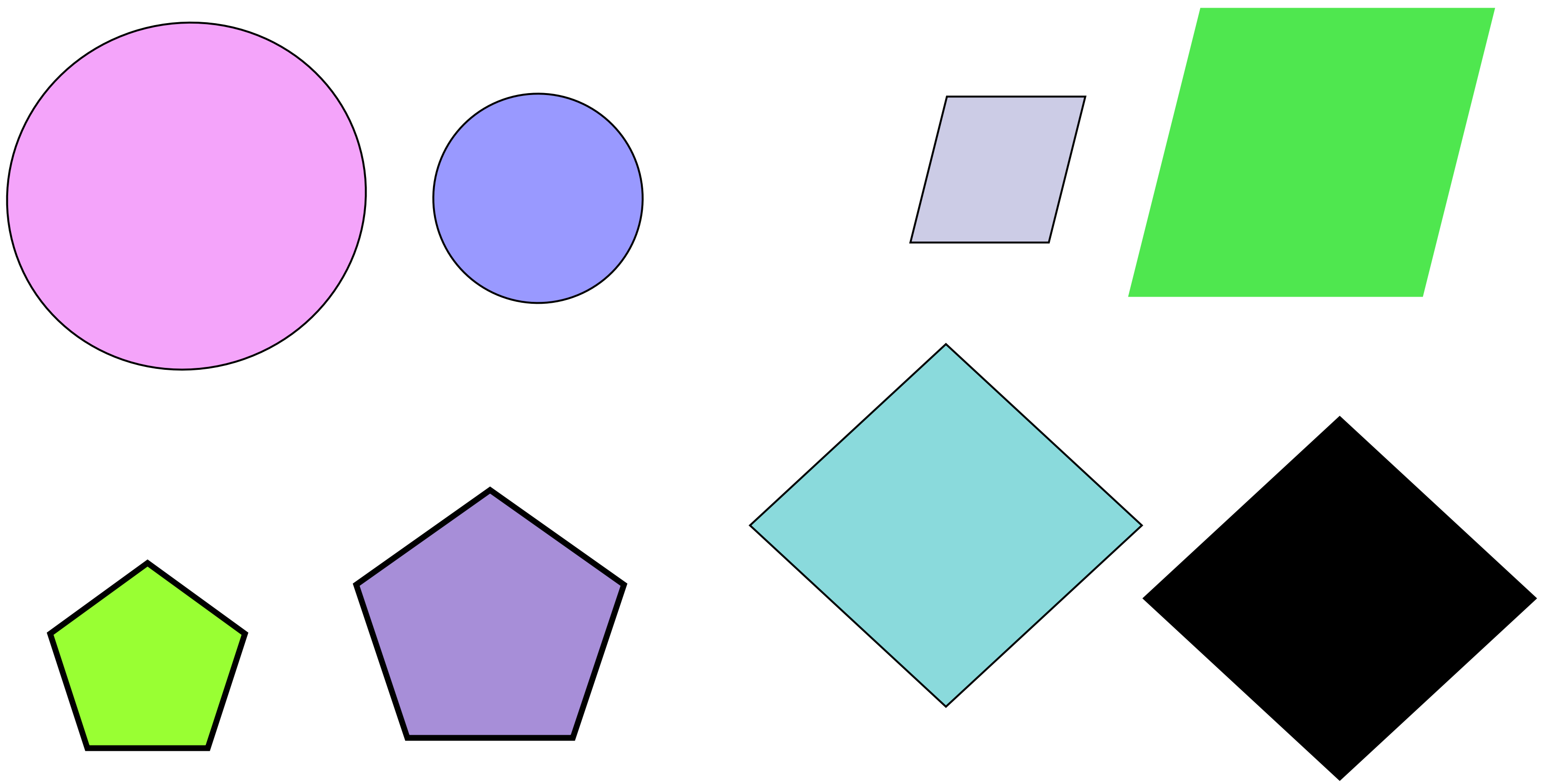
Подобные треугольники

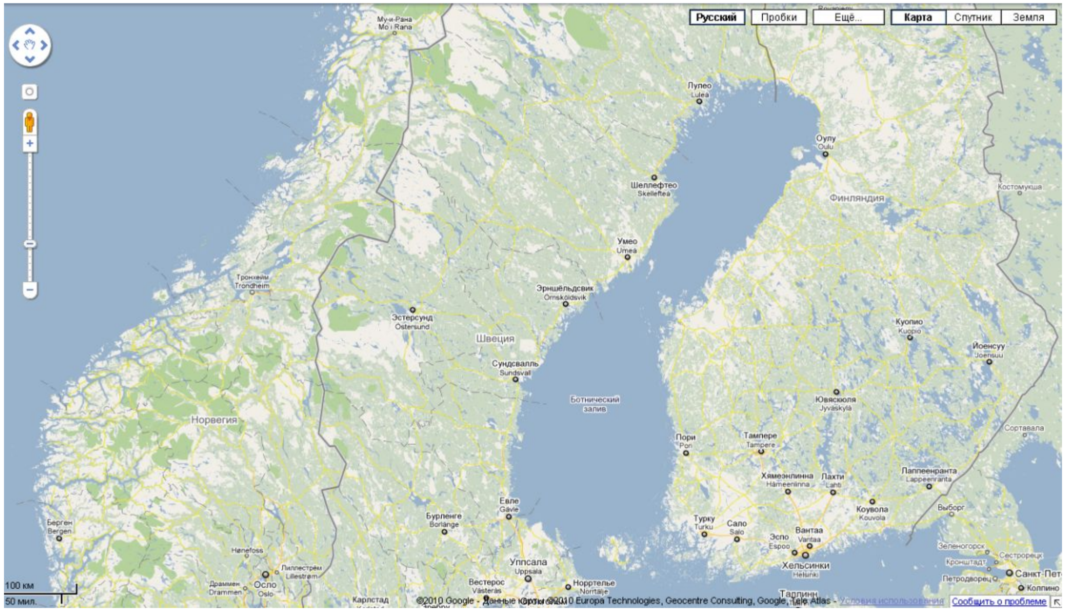


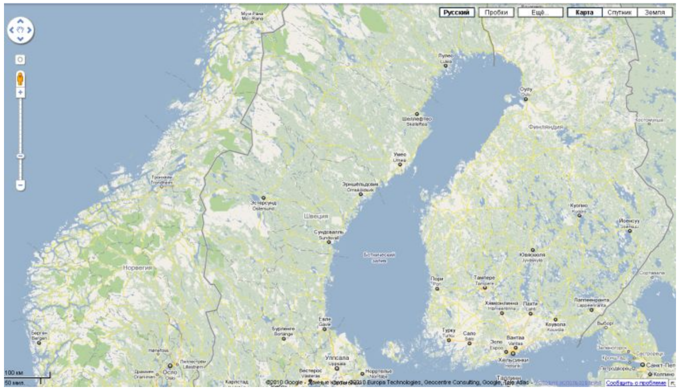
Подобные фигуры

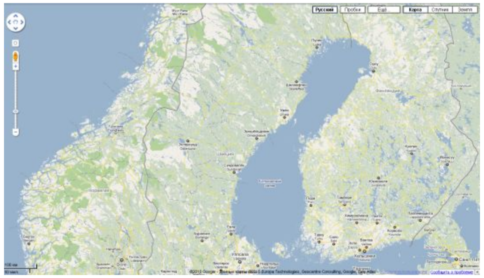


Фигуры принято называть подобными, если они имеют одинаковую форму (похожи по виду).

Подобие в жизни(карты местности)

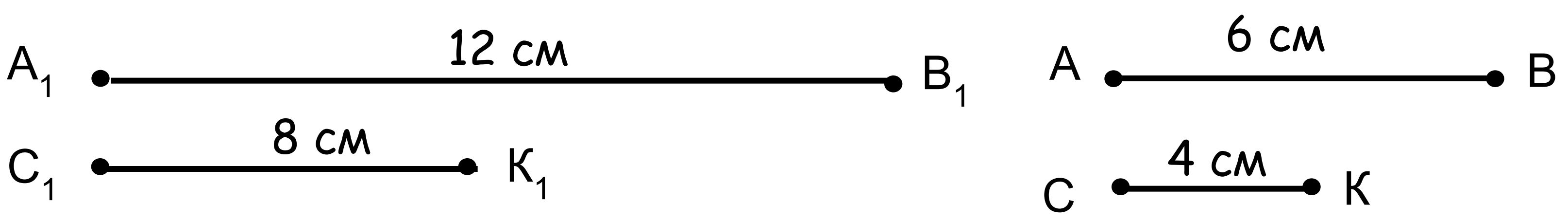






Пропорциональные отрезки

Определение: **отрезки называются пропорциональными, если пропорциональны их длины.**



$$\frac{12}{6} = \frac{8}{4} \qquad \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{C_1K_1}{CK}$$

Говорят, что отрезки A_1B_1 и C_1K_1 пропорциональны отрезкам AB и CK.

Пропорциональны ли отрезки АВ и СК отрезкам ЕР и НТ, если:

а) АВ = 15 см, СК = 2,5 см, ЕР = 3 см, НТ = 0,5 см ? **да**

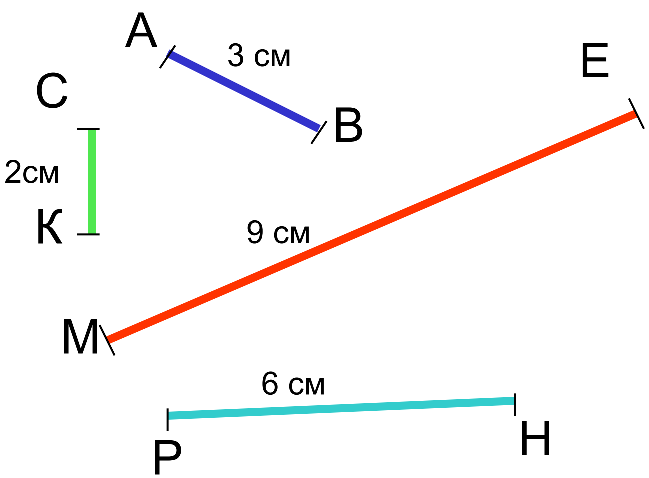
б) АВ = 12 см, СК = 2,5 см, ЕР = 36 см, НТ = 5 см ? **нет**

в) АВ = 24см, СК = 2,5 см, ЕР = 12 см, НТ = 5 см ? **нет**

Пропорциональные отрезки

1.

Тест



Указать верное утверждение:

а) отрезки АВ и РН пропорциональны отрезкам СК и МЕ;

б) отрезки МЕ и АВ пропорциональны отрезкам РН и СК;

в) отрезки АВ и МЕ пропорциональны отрезкам РН и СК.

б

Приложение: равенство $\frac{ME}{PH} = \frac{AB}{CK}$

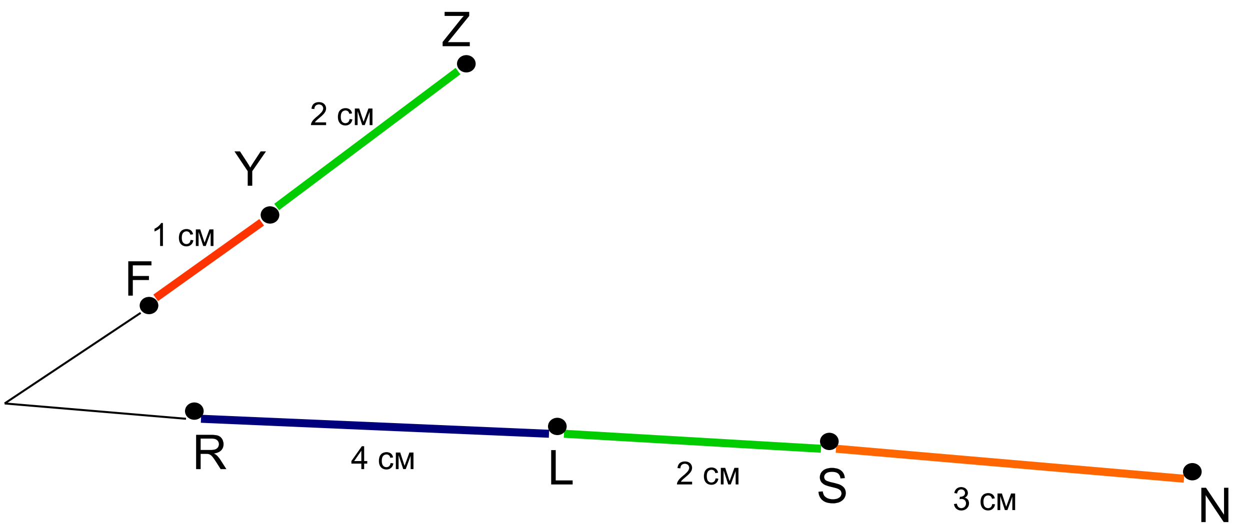
можно записать ещё тремя равенствами:

$\frac{PH}{ME} = \frac{CK}{AB}$; $\frac{ME}{AB} = \frac{PH}{CK}$; $\frac{AB}{ME} = \frac{CK}{PH}$.

Пропорциональные отрезки

2.

Тест



Какой отрезок нужно вписать , чтобы было верным утверждение: отрезки FY и YZ пропорциональны отрезкам LS и …….

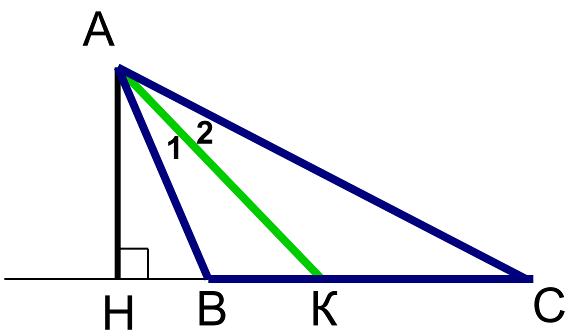
а) RL; б) RS; в) SN

а) **RL**

Пропорциональные отрезки

(нужное свойство)

Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.



Дано: $\triangle$ ABC, AK – биссектриса.

Доказать: $\dfrac{BK}{AB} = \dfrac{KC}{AC}$

Доказательство:

Т. к. AK – биссектриса, то $\angle 1 = \angle 2$, значит, $\triangle$ ABK и $\triangle$ ACK имеют по равному углу, поэтому

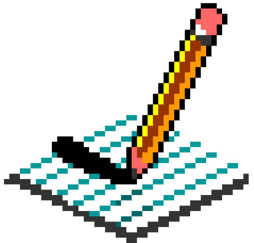
$$\frac{S_{ABK}}{S_{ACK}} = \frac{AB \cdot AK}{AC \cdot AK} = \frac{AB}{AC}$$

Проведём AH $\perp$ BC.

$\triangle$ ABK и $\triangle$ ACK имеют общую высоту AH, значит, $\dfrac{S_{ABK}}{S_{ACK}} = \dfrac{BK}{KC}$

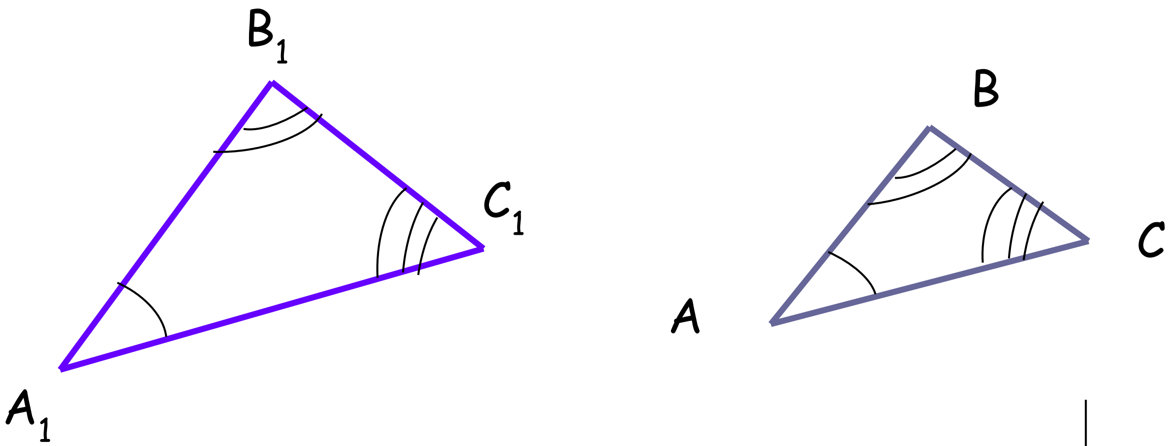
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BK}{KC}$$

Следовательно, $\dfrac{BK}{AB} = \dfrac{KC}{AC}$



Подобные треугольники

Определение: треугольники называются подобными, если углы одного треугольника равны углам другого треугольника и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



$\angle A_1 = \angle A, \ \angle B_1 = \angle B, \ \angle C_1 = \angle C$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k$$

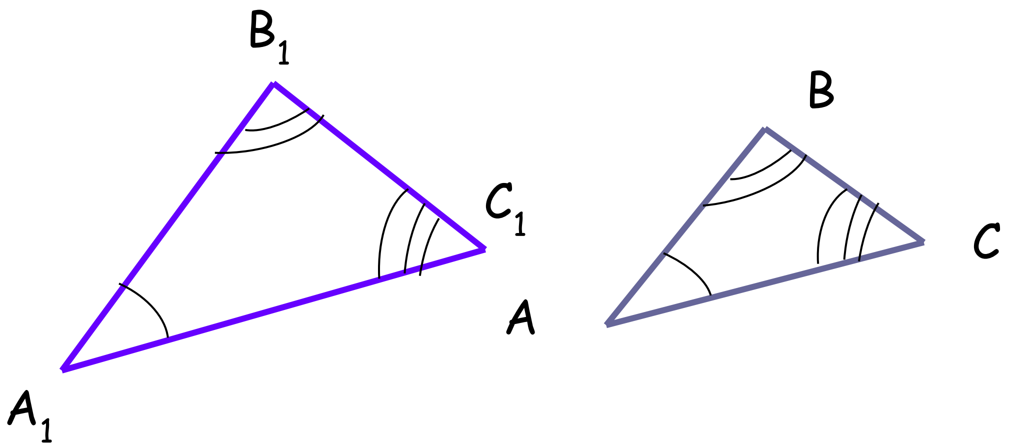
$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$

K – коэффициент подобия

Сходственными сторонами в подобных треугольниках называются стороны, лежащие против равных углов.

Подобные треугольники

Нужное свойство:



$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC,$

K – коэффициент подобия

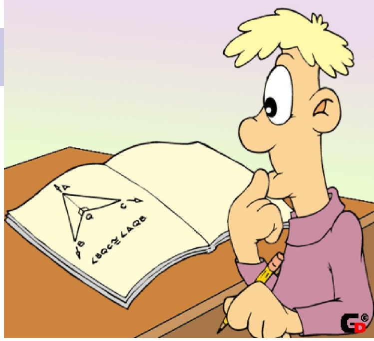
$\angle A_1 = \angle A,\ \angle B_1 = \angle B,\ \angle C_1 = \angle C,$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{1}{k}$$

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1,$

$\frac{1}{k}$ – коэффициент подобия

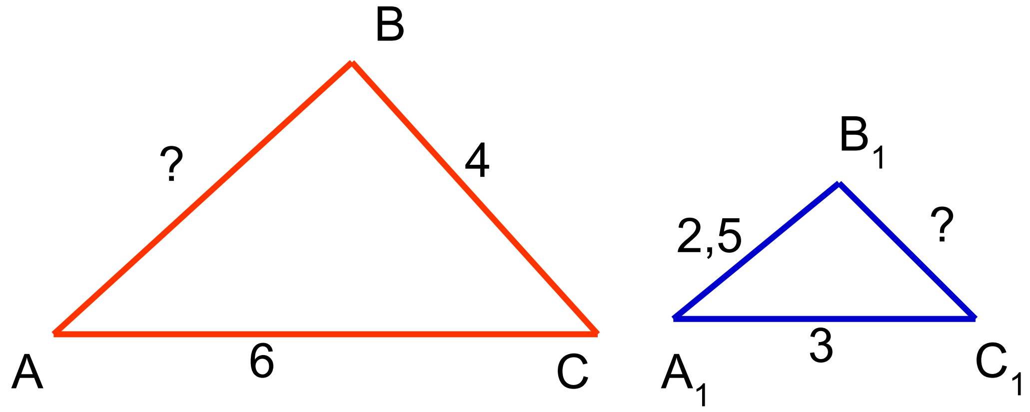
Реши задачи



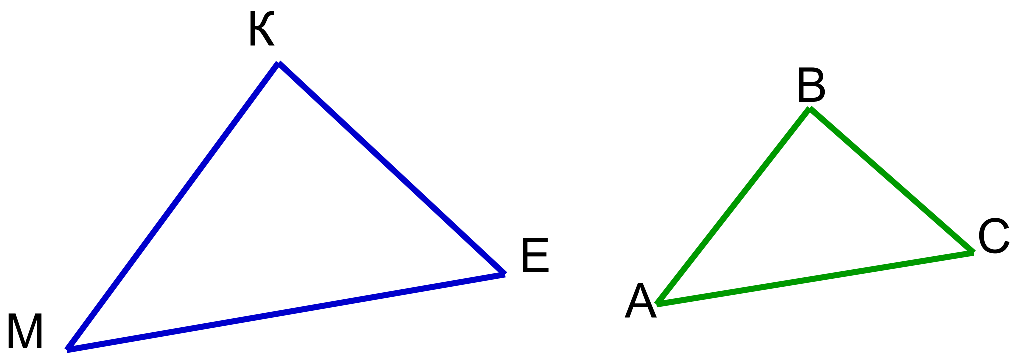
1. Найти стороны $\triangle A_1B_1C_1$, подобного $\triangle ABC$, если $AB = 6$, $BC= 12$. $AC = 9$ и $k = 3$.

2. Найти стороны $\triangle A_1B_1C_1$, подобного $\triangle ABC$, если $AB = 6$, $BC= 12$. $AC = 9$ и $k = 1/3$.

3. По данным на чертеже найти стороны AB и B_1C_1 подобных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$:



Теорема 1. **Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.**



Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

K – коэффициент подобия.

Доказать: $P_{MKE} : P_{ABC} = k$

Доказательство:

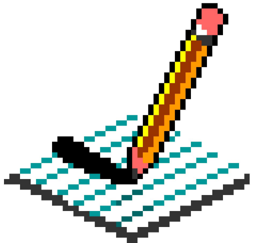
Т. к. по условию $\triangle MKE \sim \triangle ABC$, k – коэффициент подобия, то

$$\frac{MK}{AB} = \frac{KE}{BC} = \frac{ME}{AC} = K,$$

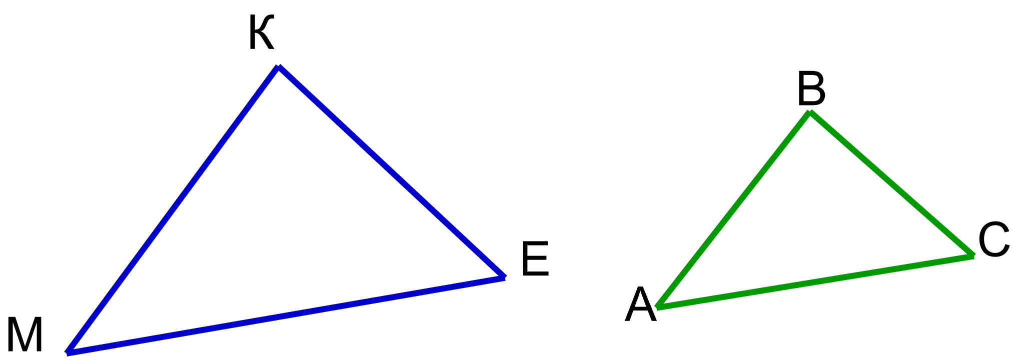
Значит, $MK = k \cdot AB$, $KE = k \cdot BC$, $ME = k \cdot AC$.

$$P_{MKE} = MK + KE + ME = k \cdot AB + k \cdot BC + k \cdot AC = k \cdot (AB + BC + AC) = k \cdot P_{ABC}.$$

Значит, $P_{MKE} : P_{ABC} = k$.



Теорема 2. **Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.**



Дано: $\triangle$ МКЕ ~ $\triangle$ АВС,

К – коэффициент подобия.

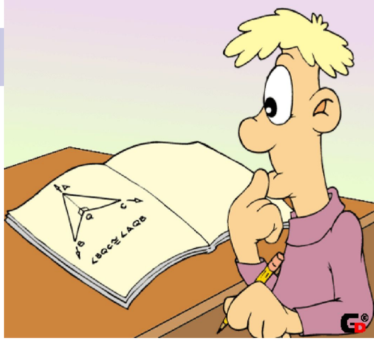
Доказать: $S_{MKE} : S_{ABC} = k^2$

Доказательство:

Т. к. по условию $\triangle$МКЕ ~ $\triangle$АВС, k – коэффициент подобия, то

$\angle M = \angle A$, $\dfrac{MK}{AB} = \dfrac{ME}{AC} = k$, значит, МК = k·АВ, МЕ = k·АС.

$$\frac{S_{MKE}}{S_{ABC}} = \frac{MK \cdot ME}{AB \cdot AC} = \frac{k \cdot AB \cdot k \cdot AC}{AB \cdot AC} = k^2$$



Реши задачи

1. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 8 см и 4 см. Периметр второго треугольника равен 12 см. Чему равен периметр первого треугольника ?

24 см

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 9 см и 3 см. Площадь второго треугольника равна 9 см^2. Чему равна площадь первого треугольника ?

81 см^2

3. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 5 см и 10 см. Площадь второго треугольника равна 32 см^2. Чему равна площадь первого треугольника ?

8 см^2

4. Площади двух подобных треугольников равны 12 см^2 и 48 см^2. Одна из сторон первого треугольника равна 4 см. Чему равна сходственная сторона второго треугольника ?

8 см

Решение задачи

Площади двух подобных треугольников равны 50 дм^2 и 32 дм^2, сумма их периметров равна 117 дм. Найдите периметр каждого треугольника.

Дано: $\triangle$ ABC, $\triangle$ PEK подобны, S_{ABC} = 50 дм^2, S_{PEK} = 32 дм^2, $P_{ABC} + P_{PEK}$ = 117дм.

Найти: P_{ABC}, P_{PEK}

Решение:

Т. к. по условию треугольники ABC и PEK подобны, то:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{PEK}} = \frac{50}{32} = \frac{25}{16} = K^2.$$ Значит, $k = \frac{5}{4}$

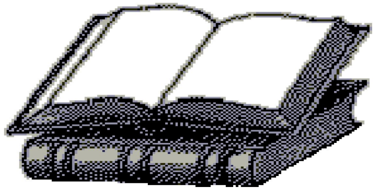
$$\frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = K, \quad \frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = \frac{5}{4} = 1{,}25$$ Значит, $P_{ABC} = 1{,}25\, P_{PEK}$

Пусть P_{PEK} = x дм, тогда P_{ABC} = 1,25 x дм

Т. к. по условию $P_{ABC} + P_{PEK}$ = 117дм, то 1,25 x + x = 117, x = 52.

Значит, P_{PEK} = 52 дм, P_{ABC} = 117 – 52 = 65 (дм). Ответ: 65 дм, 52 дм.

« Математику уже затем учить следует, что она ум в порядок приводит»



М. В. Ломоносов

Желаю успехов в учёбе!

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.