

# Отличия квантовой статистики от классической

Принцип неопределенности  $\Rightarrow$

Состояния, попадающие в ячейку фазового пространства размером  $dx dy dz dp_x dp_y dp_z < h^3$  неразличимы

Принцип Паули  $\Rightarrow$

В каждую ячейку могут поместиться не более 2-х электронов

Принцип тождественности частиц  $\Rightarrow$

Перестановка местами двух частиц не приводит к новому состоянию

# Статистические распределения

Классические		Бозоны	Фермионы
1 2	2 1	• •	• •
1 2	2 1	• •	• •
1 2	2 1	• •	• •
12		••	
	12	••	
		••	

**Функция распределения:**

среднее число частиц в  
одном состоянии

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + \delta}$$

Классические:  $\delta=0, \mu=0$

Бозоны (целый спин):  $\delta = -1$

Фермионы (полуцелый спин):  $\delta = 1$

$\mu$  – химический потенциал

$$\mu = \frac{U - TS + pV}{N}$$

# Статистические распределения

## Бозоны

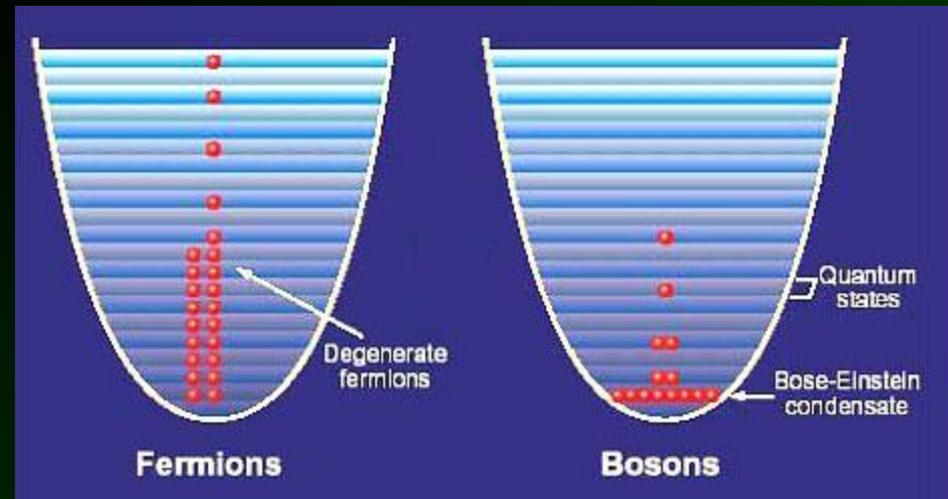
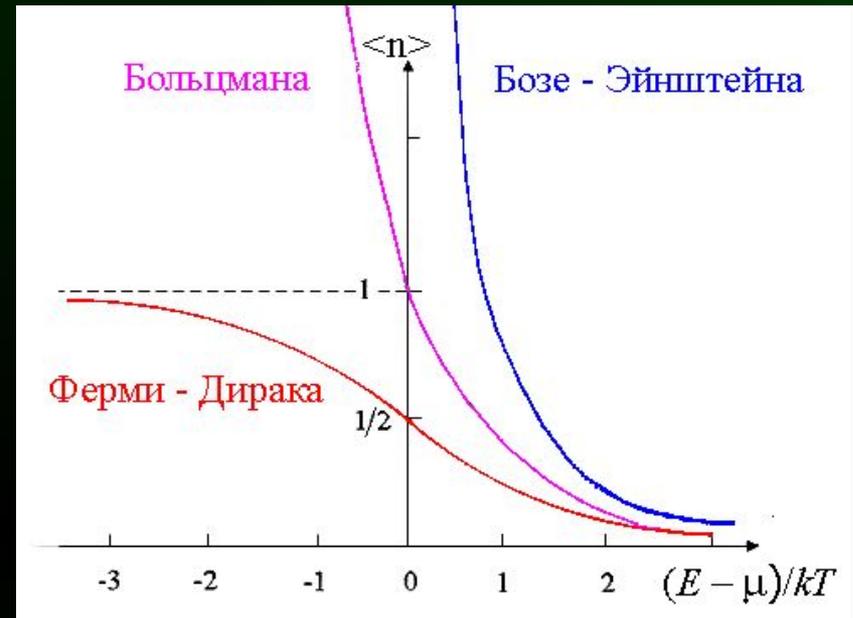
$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} - 1}$$

$$T \rightarrow 0 \Rightarrow f(E \neq 0) = 0$$

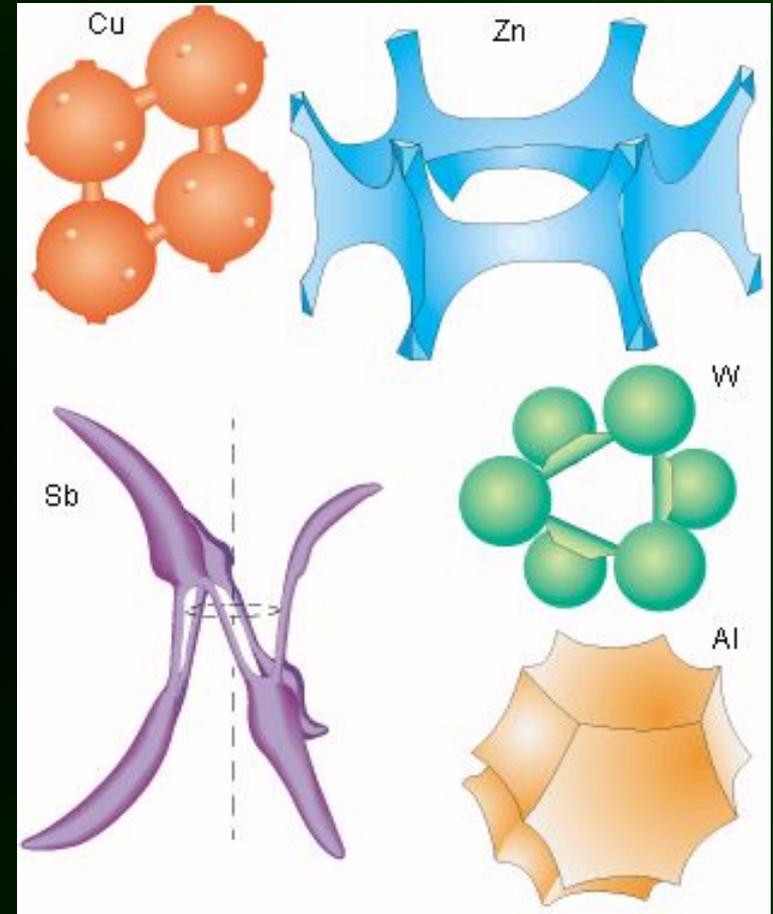
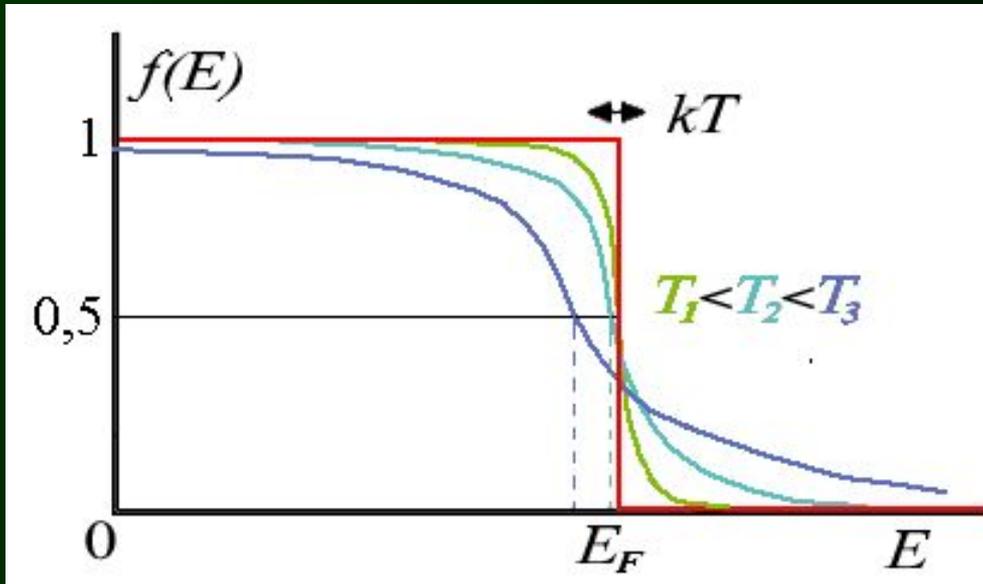
## Фермионы

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1}$$

$$T \rightarrow 0 \Rightarrow f(E) = \begin{cases} 1, E < \mu \\ 0, E > \mu \end{cases}$$



# Энергия Ферми



Вероятность заполнения уровня с энергией, равной **энергии Ферми** равна 0,5

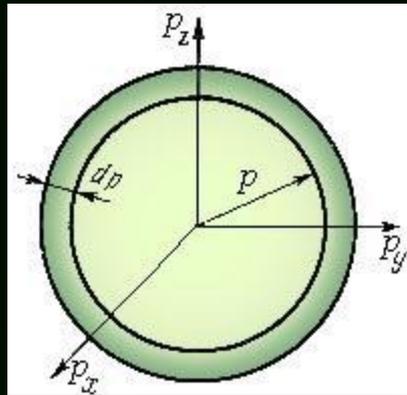
При  $T = 0$ :  $E_F = \mu$

# Распределение электронов по энергиям

Число элементарных фазовых ячеек  
размером  $dx dy dz dp_x dp_y dp_z = h^3$  в  
единице объема

$$dz = \frac{dZ}{dV} = \frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3}$$

$$dp_x dp_y dp_z = 4\pi p^2 dp$$



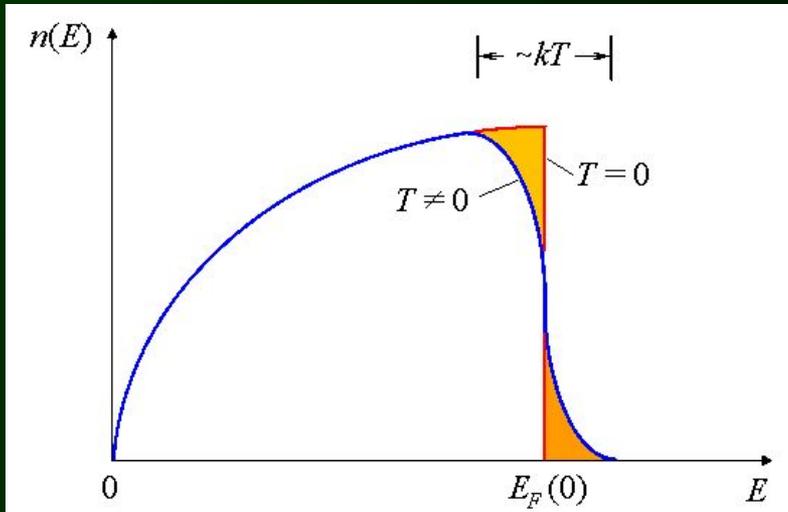
$$E = \frac{p^2}{2m} \quad p^2 = 2mE$$

$$dp = \sqrt{\frac{m}{2E}} dE$$

Плотность состояний

$$n(E) = 2 \frac{dz}{dE} = \frac{4\pi (2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2}$$

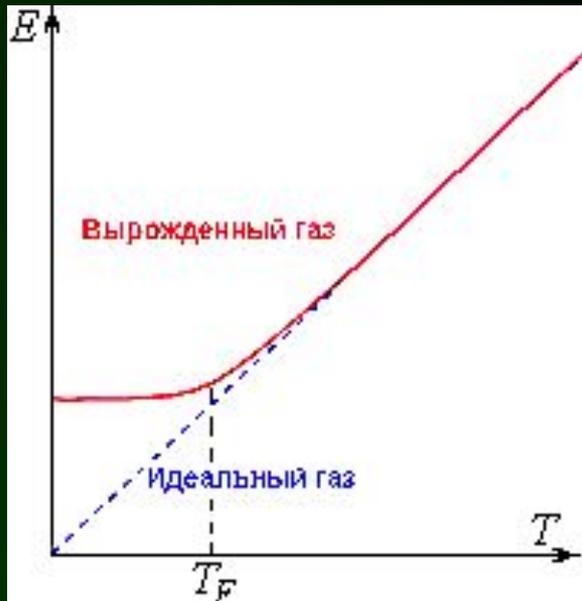
# Вырождение электронного газа



При  $T = 0$

$$\bar{E} = \frac{3h^2}{10m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$$

$$\left( 6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3} \right)^{-3} \Rightarrow \bar{E} \approx 5 \text{ эВ}$$



При  $T = 300 \text{ К}$   $kT \approx 0,03 \text{ эВ}$