



Описанная сфера.

Определение

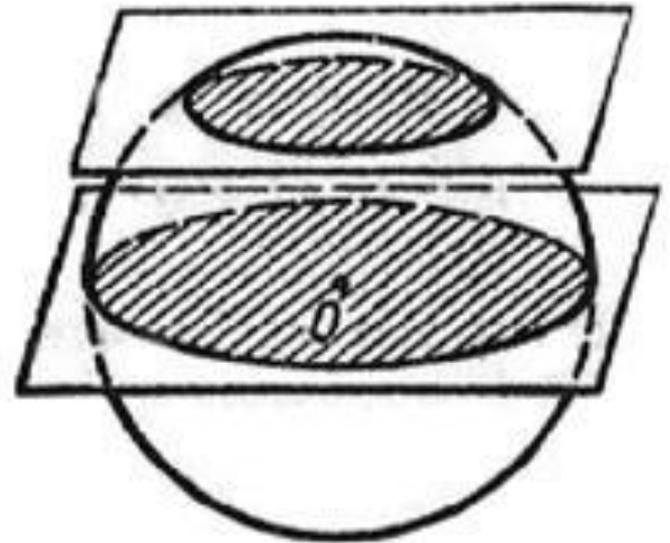
Вписанная в сферу пирамида

Вписанная в сферу усеченная пирамида

Вписанная в сферу призма

Сечение шара плоскостью

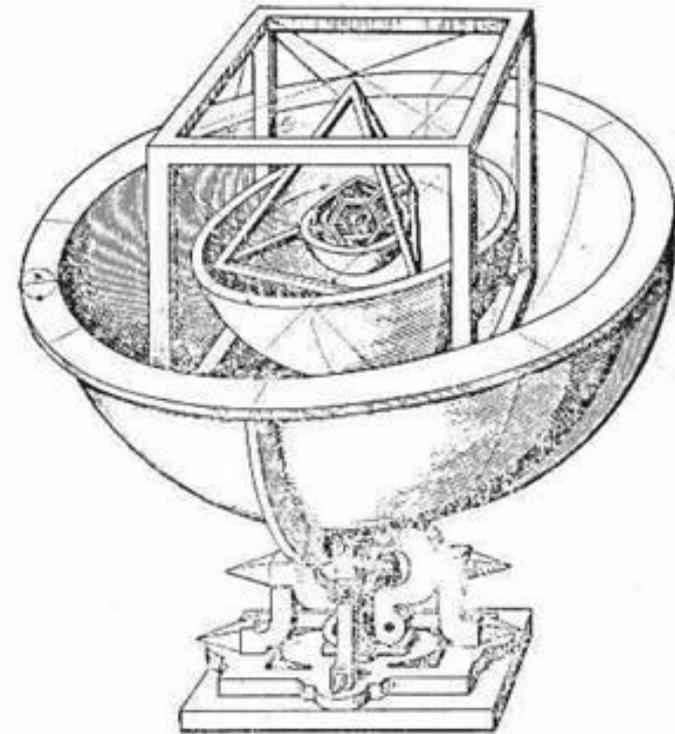
Всякое сечение шара плоскостью – круг.



Описанная сфера. Определение.

Сфера называется *описанной около многогранника*, если все вершины многогранника лежат на сфере.

- Все вершины вписанного в сферу многогранника равноудалены от центра описанной сферы.
- Каждая грань вписанного в сферу многогранника вписана в окружность, которая получается в сечении сферы



Условия существования

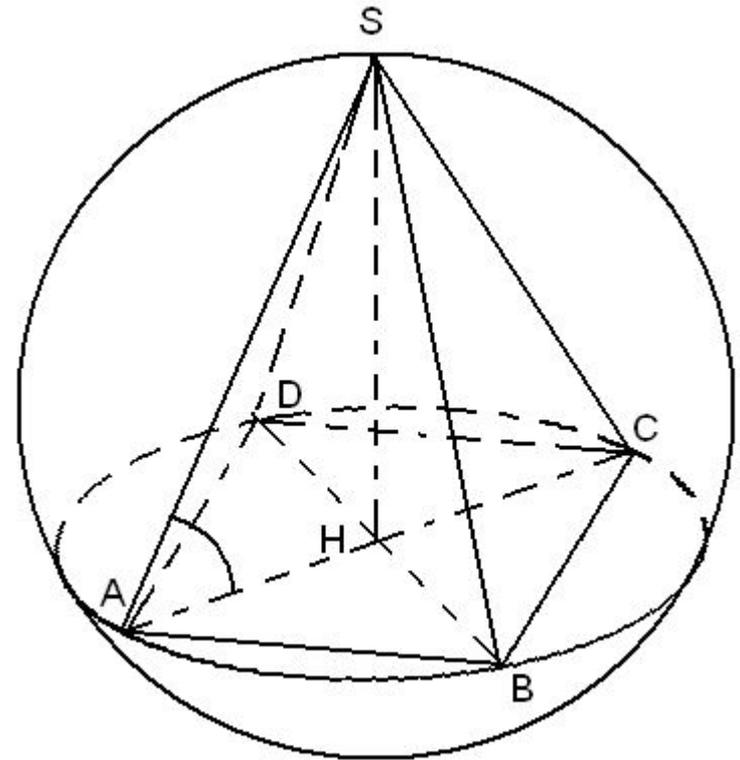
Около многогранника можно описать сферу тогда и только тогда, когда выполняется любое условие:

- *существует единственная точка, равноудаленная от всех вершин многогранника.*
- *около всякой грани многогранника можно описать окружность, и оси окружностей, описанных около граней многогранника, пересекаются в одной точке;*
- *плоскости, перпендикулярные к ребрам многогранника и проходящие через их середины, пересекаются в одной точке;*



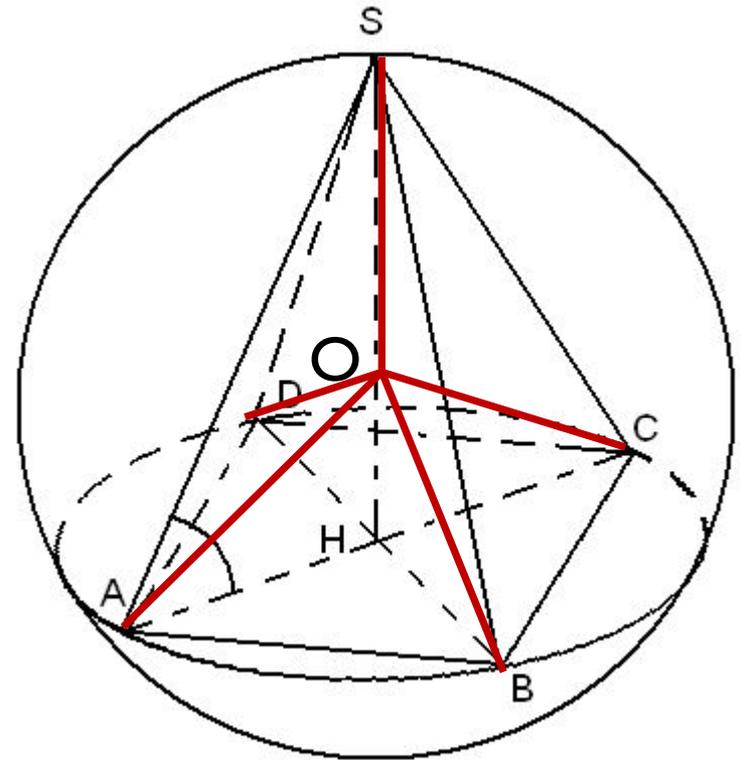
Вписанная в сферу пирамида

Около пирамиды можно описать сферу тогда и только тогда, когда около основания пирамиды можно описать окружность.



Доказательство

- Если вокруг основания описана окружность, то существует прямая, каждая точки которой равноудалена от вершин основания.
- => Есть точка равноудаленная и от вершин основания и от вершины пирамиды.
- Если вокруг основания нельзя описать окружность, то такую пирамиду нельзя вписать в сферу, так как это противоречит условию

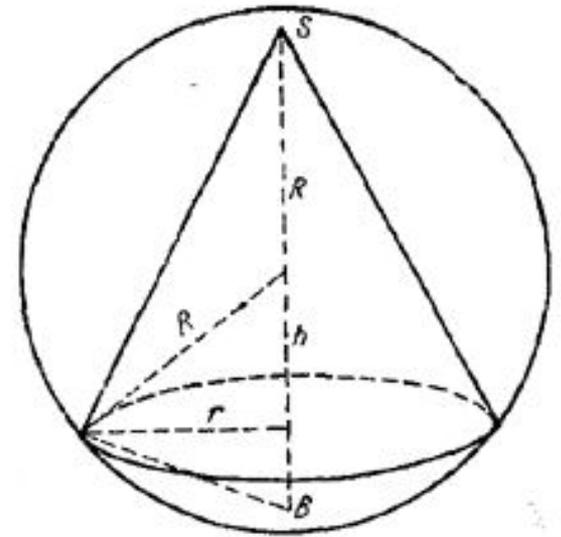


Следствия

Около любой пирамиды, в основании которой лежит вписанный многоугольник, можно описать сферу:

- Около любого тетраэдра можно описать сферу.
- Около любой правильной пирамиды можно описать сферу.
- Около любого конуса можно описать сферу.

Если боковые ребра равнонаклонены, то вокруг такой пирамиды можно описать сферу.



Радиус описанной вокруг правильной пирамиды сферы.

Построим FN – срединный перпендикуляр SA на SH;
Тогда треугольники SAH и SNF
подобны по трем углам;
 $K=2$

$$\Rightarrow SN/SA = SF/SH;$$

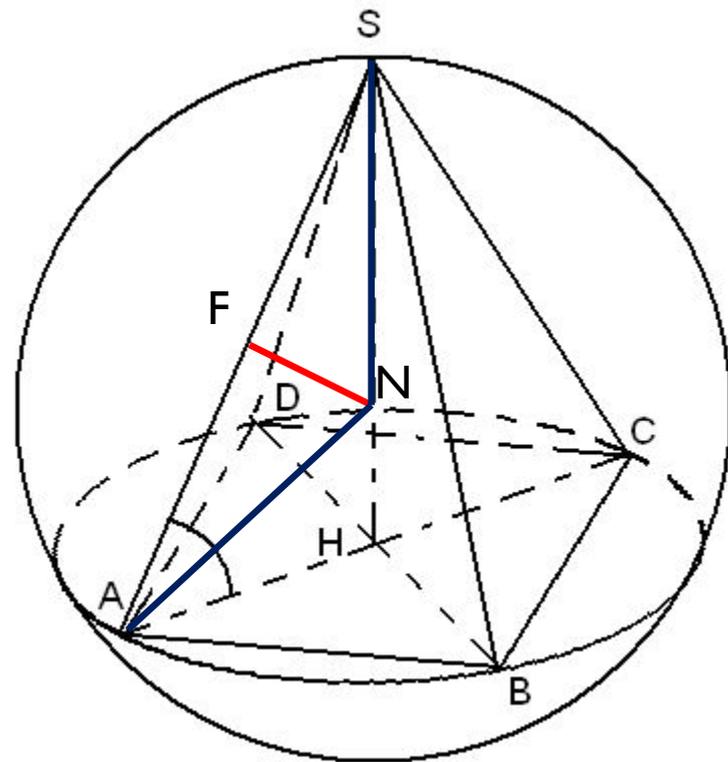
$$SN = SF \cdot SA / SH;$$

$$SN = SA^2 / 2SH;$$

SN – радиус описанной сферы.

$$R = b^2 / 2H$$

Где b-боковое ребро; H-высота пирамиды.



Задача



Задача

Найдите минимальный радиус сферы, из которой можно вырезать пирамиду, в основание которой лежит квадрат со стороной 4, а боковое ребро – 3.

Правильный ответ: «два корня из двух»

Вывод: описанная сфера не всегда минимальная сфера, в которую можно «упаковать» пирамиду.



Вписанная в сферу усеченная пирамида

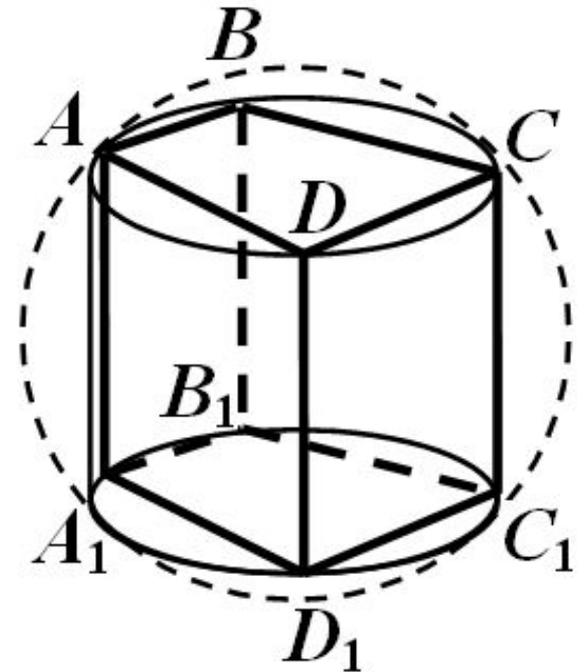
Около усеченной пирамиды можно описать сферу, если и только если выполняется любое из условий:

- *около оснований пирамиды можно описать окружности, линия центров которых перпендикулярна их плоскостям;*
- *все боковые ребра пирамиды равнонаклонены к плоскости одного из оснований;*
- *все боковые ребра пирамиды равны между собой;*
- *все боковые грани пирамиды — равнобоочные трапеции.*



Вписанная в сферу призма

*Около призмы
можно описать
сферу тогда и
только тогда, когда
призма прямая и
около ее оснований
можно описать
окружности.*



Доказательство

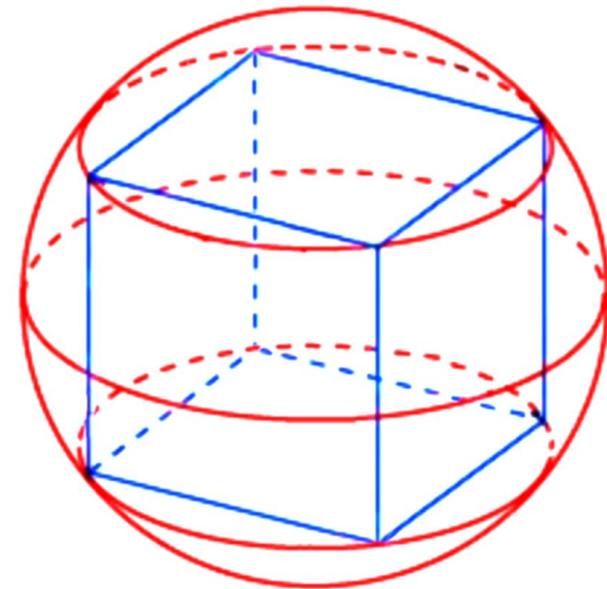
Если призма вписана в сферу, то каждая ее грань вписана в окружность — сечение сферы плоскостью грани. Значит, около основания призмы можно описать окружность, и все боковые грани призмы как параллелограммы, вписанные в окружности, — прямоугольники и поэтому призма прямая.

Если призма прямая и около ее оснований описываются окружности, плоскости которых перпендикулярны линии их центров, то существует единственная сфера, которая будет описанной около призмы



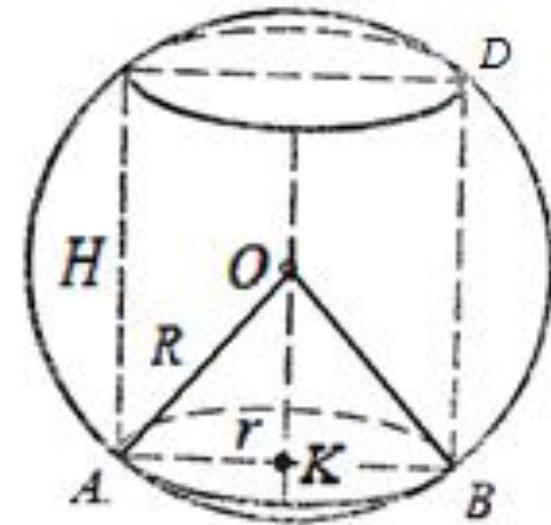
Следствия

- Около любого круглого цилиндра можно описать сферу.
- Около любой правильной призмы можно описать сферу.
- Около любого прямоугольного параллелепипеда (в том числе куба) можно описать сферу.



Задача

В шар вписан круглый цилиндр. Во сколько раз объём шара больше объёма цилиндра, если известно, что отношение радиуса шара к радиусу основания цилиндра вдвое меньше, чем отношение поверхности шара к боковой поверхности цилиндра?



Решение

Дано:

$$\frac{2R}{r} = \frac{S_{\text{пов.шара}}}{S_{\text{бок.цил.}}}; \frac{V_{\text{ш}}}{V_{\text{ц}}} = ?$$

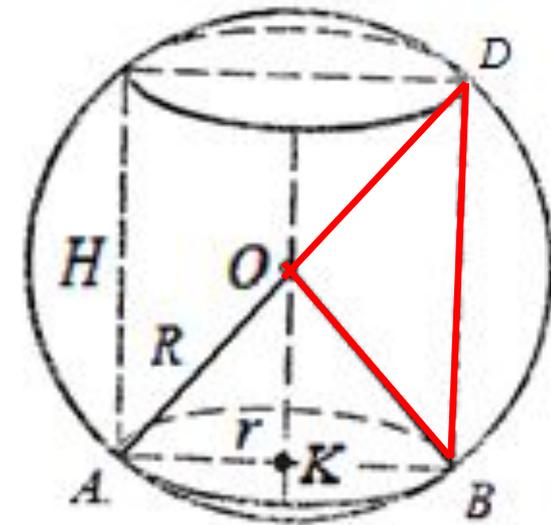
$$\frac{2R}{r} = \frac{S_{\text{пов.шара}}}{S_{\text{бок.цил.}}} = \frac{4\pi R^2}{2\pi rH} = \frac{2R^2}{rH};$$

$$\Rightarrow \frac{R}{H} = 1 \Rightarrow R = H \Rightarrow$$

треугольник ODB – равносторонний

$$\Rightarrow r = R \cos 30^\circ = R \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\frac{V_{\text{ш}}}{V_{\text{ц}}} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{H\pi r^2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{3}{4}\pi R^2 * R} = \frac{16}{9};$$





Благодарим за просмотр!

Автор презентации:

Фалалеев Н.

Ученик 11 класса «А»

ГОО СОШ №224

falaleevn@yandex.ru

NikolasEnt.narod.ru