Описанная сфера.

Определение

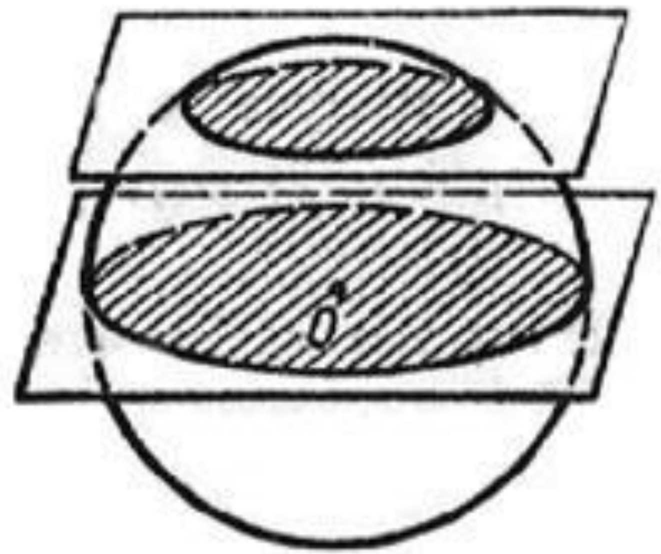
Вписанная в сферу пирамида

Вписанная в сферу усеченная пирамида

Вписанная в сферу призма

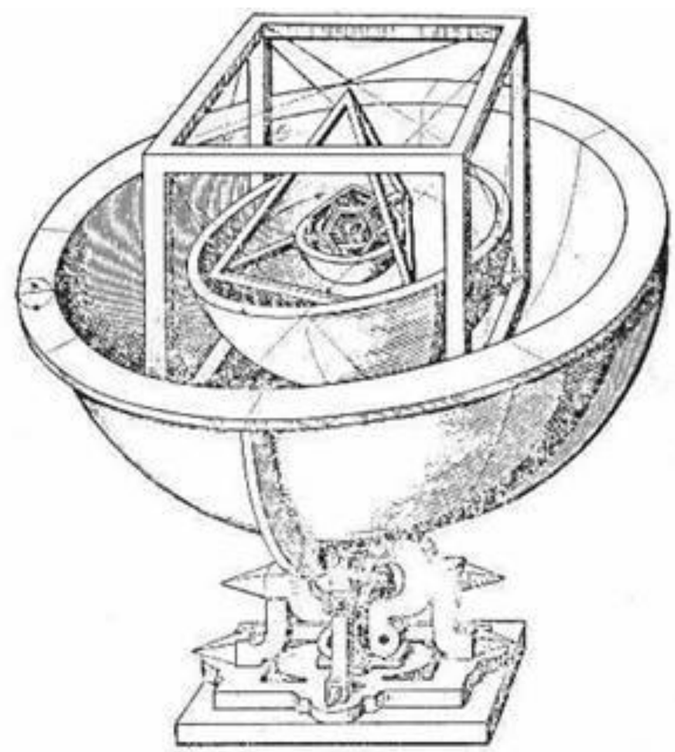
Сечение шара плоскостью

Всякое сечение шара плоскостью – круг.



Описанная сфера. Определение.

Сфера называется ***описанной около*** *многогранника*, если все вершины многогранника лежат на сфере.



- Все вершины вписанного в сферу многогранника равноудалены от центра описанной сферы.
- Каждая грань вписанного в сферу многогранника вписана в окружность, которая получается в сечении сферы

Условия существования

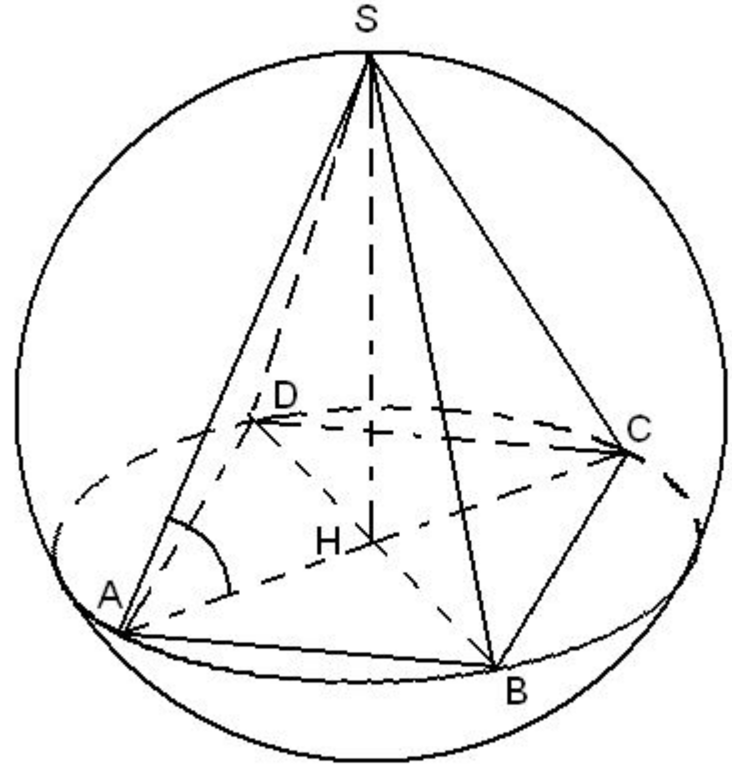
Около многогранника можно описать сферу тогда и только тогда, когда выполняется любое условие:

- *существует единственная точка, равноудаленная от всех вершин многогранника.*
- *около всякой грани многогранника можно описать окружность, и оси окружностей, описанных около граней многогранника, пересекаются в одной точке;*
- *плоскости, перпендикулярные к ребрам многогранника и проходящие через их с[illegible]*

пересекаются в одной точке;

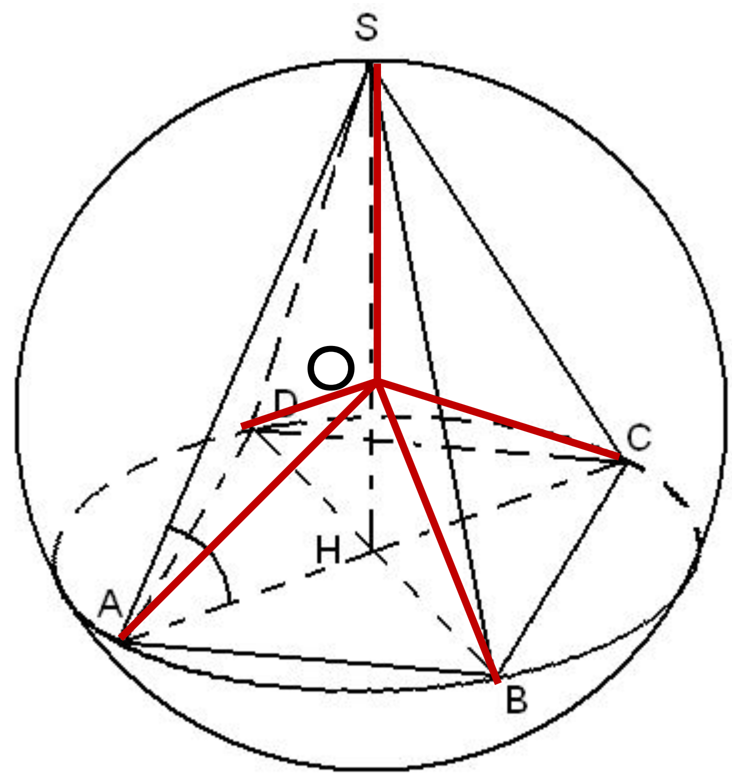
Вписанная в сферу пирамида

Около пирамиды можно описать сферу тогда и только тогда, когда около основания пирамиды можно описать окружность.

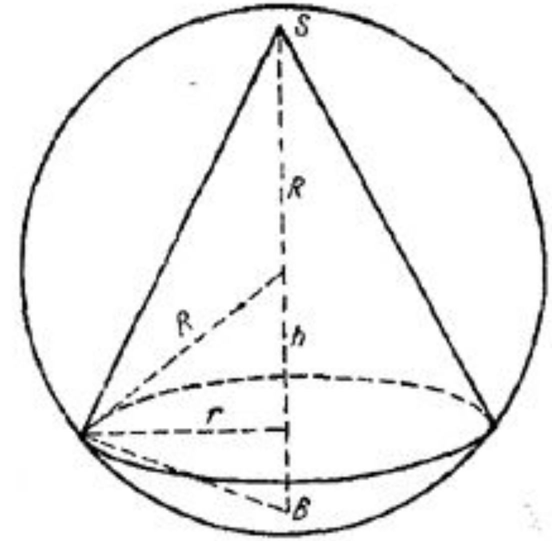


Доказательство

- Если вокруг основания описана окружность, то существует прямая, каждая точки которой равноудалена от вершин основания.
- =>Есть точка равноудаленная и от вершин основания и от вершины пирамиды.
- Если вокруг основания нельзя описать окружность, то такую пирамиду нельзя вписать в сферу, так как это противоречит условию



Следствия



Около любой пирамиды, в основании которой лежит вписанный многоугольник, можно описать сферу:

- Около любого тетраэдра можно описать сферу.
- Около любой правильной пирамиды можно описать сферу.
- Около любого конуса можно описать сферу.

Если боковые ребра равнонаклонены, то вокруг такой пирамиды можно описать сферу.

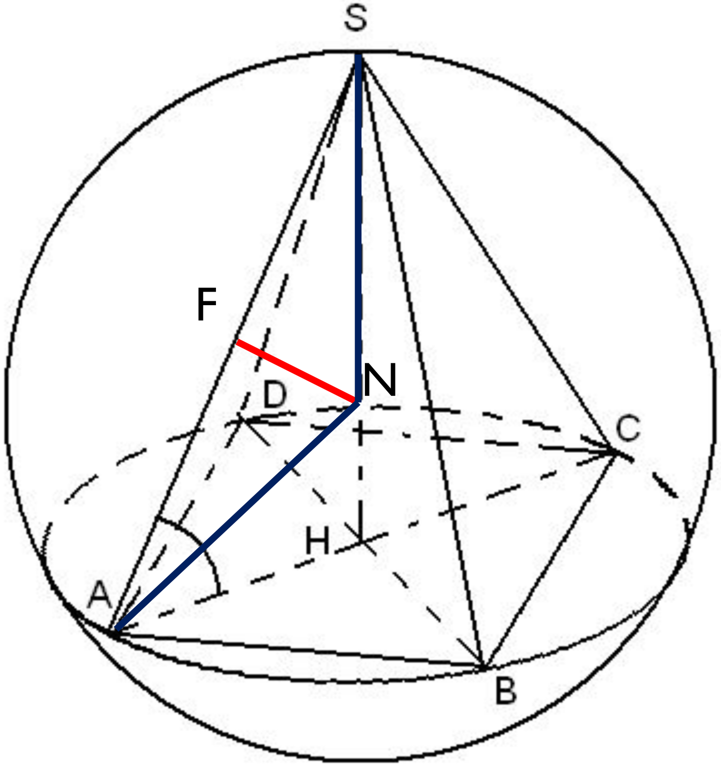
Радиус описанной вокруг правильной пирамиды сферы.

Построим FN – серединный перпендикуляр SA на SH;

Тогда треугольники SAH и SNF подобны по трем углам;
K=2

=>SN/SA=SF/SH;
SN=SF*SA/SH;
SN=SA^2/2SH;

SN – радиус описанной сферы.



$$\boxed{R=b^2/2H}$$

Задача

Где b-боковое ребро; H-высота пирамиды.

Задача

Найдите минимальный радиус сферы, из которой можно вырезать пирамиду, в основание которой лежит квадрат со стороной 4, а боковое ребро – 3.

Правильный ответ: «два корня из двух»

Вывод: описанная сфера не всегда минимальная сфера, в которую можно «упаковать» пирамиду.

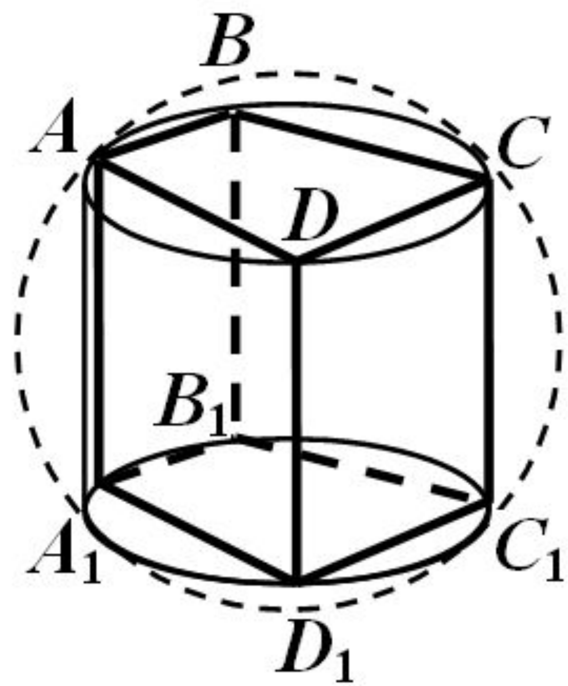
Вписанная в сферу усеченная пирамида

Около усеченной пирамиды можно описать сферу, если и только если выполняется любое из условий:

- *около оснований пирамиды можно описать окружности, линия центров которых перпендикулярна их плоскостям;*
- *все боковые ребра пирамиды равнонаклонены к плоскости одного из оснований;*
- *все боковые ребра пирамиды равны между собой;*
- *все боковые грани пирамиды — равнобочные трапеции.*

Вписанная в сферу призма

Около призмы можно описать сферу тогда и только тогда, когда призма прямая и около ее оснований можно описать окружности.



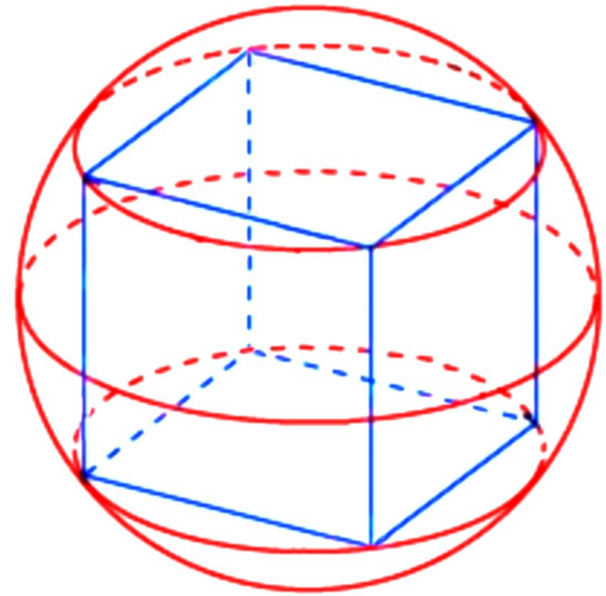
Доказательство

Если призма вписана в сферу, то каждая ее грань вписана в окружность — сечение сферы плоскостью грани. Значит, около основания призмы можно описать окружность, и все боковые грани призмы как параллелограммы, вписанные в окружности, — прямоугольники и поэтому призма прямая.

Если призма прямая и около ее оснований описываются окружности, плоскости которых перпендикулярны линии их центров, то существует единственная сфера, кото... будет описанной около призмы.

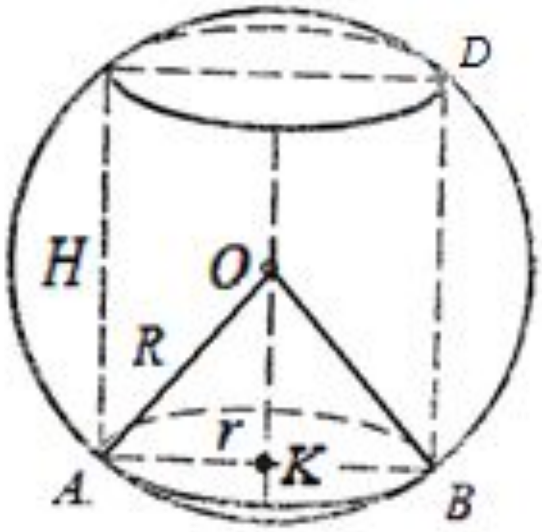
Следствия

- Около любого круглого цилиндра можно описать сферу.
- Около любой правильной призмы можно описать сферу.
- Около любого прямоугольного параллелепипеда (в том числе куба) можно описать сферу.



Задача

В шар вписан круглый цилиндр. Во сколько раз объём шара больше объёма цилиндра, если известно, что отношение радиуса шара к радиусу основания цилиндра вдвое меньше, чем отношение поверхности шара к боковой поверхности цилиндра?



Решение

Дано:

$$\frac{2R}{r}=\frac{S_{пов.шара}}{S_{бок.цил.}};\frac{Vш}{Vц}=?$$

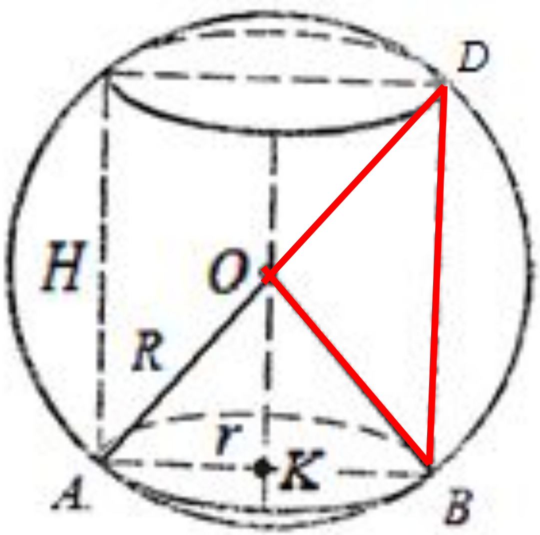
$$\frac{2R}{r}=\frac{S_{пов.шара}}{S_{бок.цил.}}=\frac{4\pi R^2}{2\pi rH}=\frac{2R^2}{rH};$$

$$\Rightarrow\frac{R}{H}=1\Rightarrow R=H\Rightarrow$$

треугольникODB – равносторонний

$$\Rightarrow r=R\cos 30^{\circ}=R\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\frac{Vш}{Vц}=\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{H\pi r^2}=\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{3}{4}\pi R^2*R}=\frac{16}{9};$$



Благодарим за просмотр!
Автор презентации:
Фалалеев Н.
Ученик 11 класса «А»
ГОУ СОШ №224

falaleevn@yandex.ru
NikolasEnt.narod.ru