ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

Построение таблиц истинности

Построение таблиц истинности для логических выражений

подсчитать ***n*** - число переменных в выражении

подсчитать общее число логических операций в выражении

установить последовательность выполнения логических операций

определить число столбцов в таблице

заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции

определить число строк в таблице без шапки: $m = 2^n$

выписать наборы входных переменных

провести заполнение таблицы по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной последовательностью

Приоритет логических операций

1. Действия в скобках
2. Инверсия
3. Конъюнкция (&)
4. Дизъюнкция (V)
5. Сложение по модулю 2 (í)
6. Импликация (→)
7. Эквивалентность (~)

Приоритет логических операций

Пример. $\neg A \wedge B \vee C \wedge D = ((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

$-A \bullet B + C \bullet D = ((-A) \bullet B) + (C \bullet D)$

приоритет логических операций	приоритет для операций с числами
1) инверсия 2) конъюнкция 3) дизъюнкция	1) отрицание 2) умножение 3) сложение
Операции одного приоритета выполняются слева направо. Для изменения порядка действий используются скобки.	

Решение задач

Составить таблицу истинности для формулы

$$F(A,B) = (A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B)$$

A	B	$A \vee B$	$\overline{A}$	$\overline{A} \vee B$	F
0	0	0			
0	1	1			
1	0	1			
1	1	1			

Решение задач

Составить таблицу истинности для формулы

$$F(A,B) = (A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B)$$

A	B	$A \vee B$	$\overline{A}$	$\overline{A} \vee B$	F
0	0	0	1		
0	1	1	1		
1	0	1	0		
1	1	1	0		

Решение задач

Составить таблицу истинности для формулы

$$F(A,B) = (A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B)$$

A	B	$A \vee B$	$\overline{A}$	$\overline{A} \vee B$	F
0	0	0	1	1	
0	1	1	1	1	
1	0	1	0	0	
1	1	1	0	1	

Решение задач

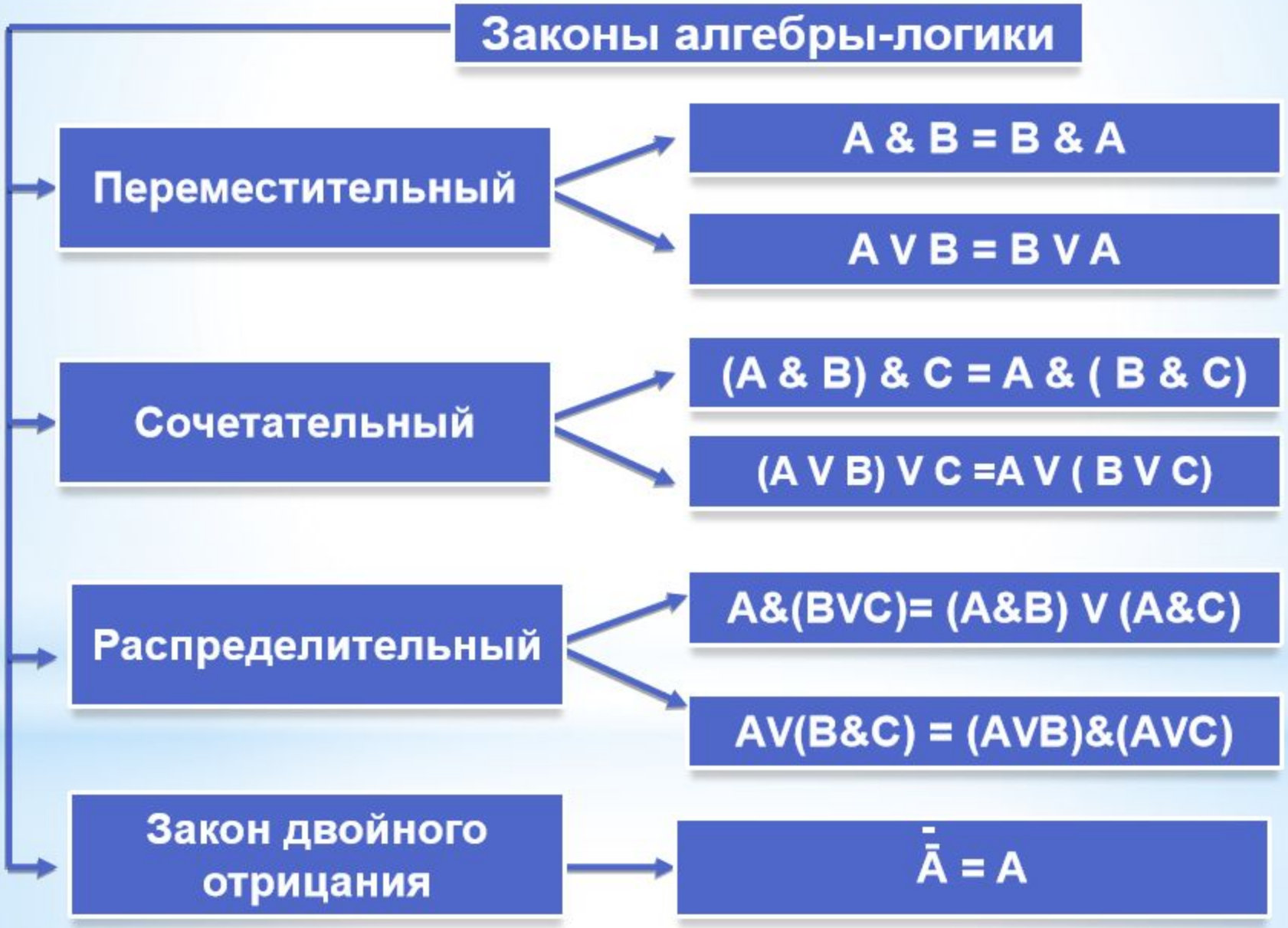
Составить таблицу истинности для формулы

$$F(A,B) = (A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B)$$

A	B	$A \vee B$	$\overline{A}$	$\overline{A} \vee B$	F
0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1

Свойства логических операций

Свойства логических операций



Свойства логических операций

Логические законы и тождества

Тождества

Логического сложения

1) $A \vee 0 = A$
2) $A \vee 1 = 1$
3) $A \vee A = A$
4) $A \vee \neg A = 1$

Логического умножения

1) $A \wedge 0 = 0$
2) $A \wedge 1 = A$
3) $A \wedge A = A$
4) $A \wedge \neg A = 0$

Логические законы и тождества

Законы

1) A=A (Закон тождества)

2) A∧(A∨B)=A (Закон поглощения)

Задание: доказать справедливость данного закона (раскрыть скобки с помощью законов распределения и повторения)

3) A∨(A∧B)=A (Закон поглощения)

Задание: доказать справедливость данного закона (раскрыть скобки с помощью законов распределения и повторения)

Доказательство закона с помощью таблицы истинности

Распределительный закон для логического сложения:

A v (B & C) = (A v B) & (A v C).

A	*B*	*C*	*B&C*	*A v (B & C)*	*A v B*	*A v C*	*(A v B) & (A v C)*
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

[illegible]ат. доказывает распределительный закон.

Решение логических задач

Решение логических задач

Задача. Коля, Вася и Серёжа гостили летом у бабушки. Однажды один из мальчиков нечаянно разбил любимую бабушкину вазу.

На вопрос, кто разбил вазу, они дали такие ответы:

Серёжа: 1) Я не разбивал. 2) Вася не разбивал.

Вася: 3) Серёжа не разбивал. 4) Вазу разбил Коля.

Коля: 5) Я не разбивал. 6) Вазу разбил Серёжа.

Бабушка знала, что один из её внуков (правдивый), оба раза сказал правду; второй (шутник) оба раза сказал неправду; третий (хитрец) один раз сказал правду, а другой раз - неправду. Назовите имена правдивого, шутника и хитреца.

Кто из внуков разбил вазу?

Решение. Пусть К =«Коля разбил вазу»,
В =«Вася разбил вазу»,
С =«Серёжа разбил вазу».

Представим в таблице истинности высказывания каждого мальчика. Так как ваза разбита одним внуком, составим не всю таблицу, а только её фрагмент, содержащий наборы входных переменных: 001, 010, 100.

К	В	С	Утверждение Серёжи		Утверждение Васи		Утверждение Коли	
			$\overline{С}$	$\overline{В}$	$\overline{С}$	К	$\overline{К}$	С
0	0	1						
0	1	0						
1	0	0						

Решение. Пусть К =«Коля разбил вазу»,
В =«Вася разбил вазу»,
С =«Серёжа разбил вазу».

Представим в таблице истинности высказывания каждого мальчика. Так как ваза разбита одним внуком, составим не всю таблицу, а только её фрагмент, содержащий наборы входных переменных: 001, 010, 100.

К	В	С	Утверждение Серёжи		Утверждение Васи		Утверждение Коли	
			$\overline{С}$	$\overline{В}$	$\overline{С}$	К	$\overline{К}$	С
0	0	1	0	1				
0	1	0	1	0				
1	0	0	1	1				

Решение. Пусть К =«Коля разбил вазу»,
В =«Вася разбил вазу»,
С =«Серёжа разбил вазу».

Представим в таблице истинности высказывания каждого мальчика. Так как ваза разбита одним внуком, составим не всю таблицу, а только её фрагмент, содержащий наборы входных переменных: 001, 010, 100.

К	В	С	Утверждение Серёжи		Утверждение Васи		Утверждение Коли	
			$\overline{С}$	$\overline{В}$	$\overline{С}$	К	$\overline{К}$	С
0	0	1	0	1	0	0		
0	1	0	1	0	1	0		
1	0	0	1	1	1	1		

Решение. Пусть К =«Коля разбил вазу»,
В =«Вася разбил вазу»,
С =«Серёжа разбил вазу».

Представим в таблице истинности высказывания каждого мальчика. Так как ваза разбита одним внуком, составим не всю таблицу, а только её фрагмент, содержащий наборы входных переменных: 001, 010, 100.

К	В	С	Утверждение Серёжи		Утверждение Васи		Утверждение Коли	
			$\overline{С}$	$\overline{В}$	$\overline{С}$	К	$\overline{К}$	С
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	0	0

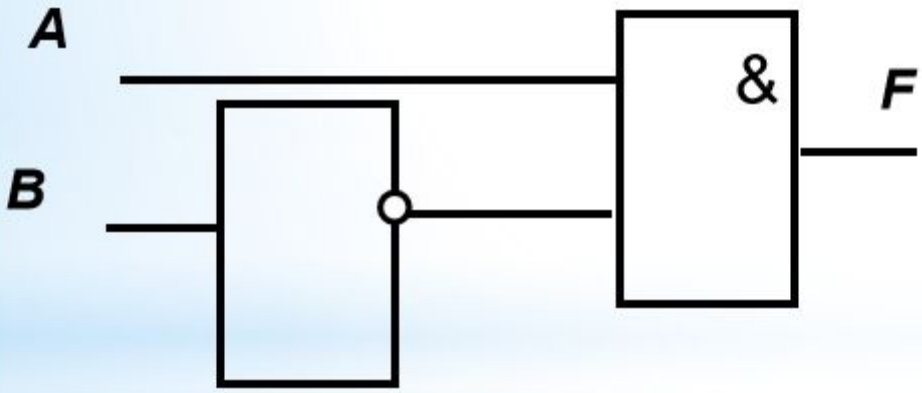
Исходя из того, что знает о внуках бабушка, следует искать в таблице строки, содержащие в каком-либо порядке три комбинации значений: 00, 11, 01 (или 10). Это первая строка.

Вазу разбил Серёжа, он - хитрец. Шутником оказался Вася. Имя правдивого внука - Коля.

Логические элементы

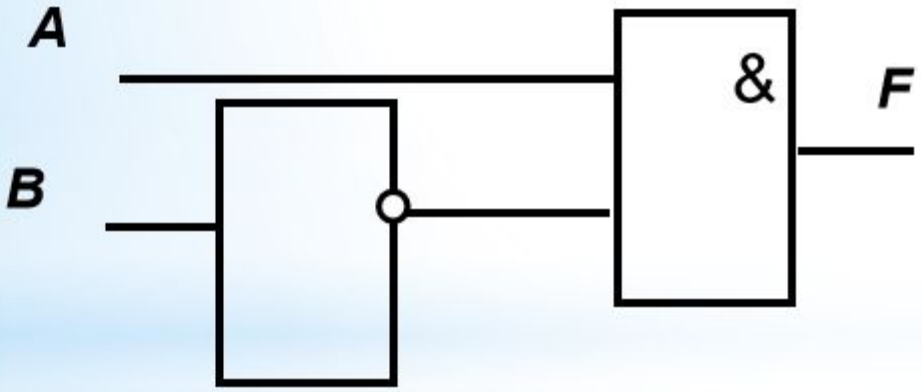
Анализ электронной схемы

Какой сигнал должен быть на выходе при каждом возможном наборе сигналов на входах?



Анализ электронной схемы

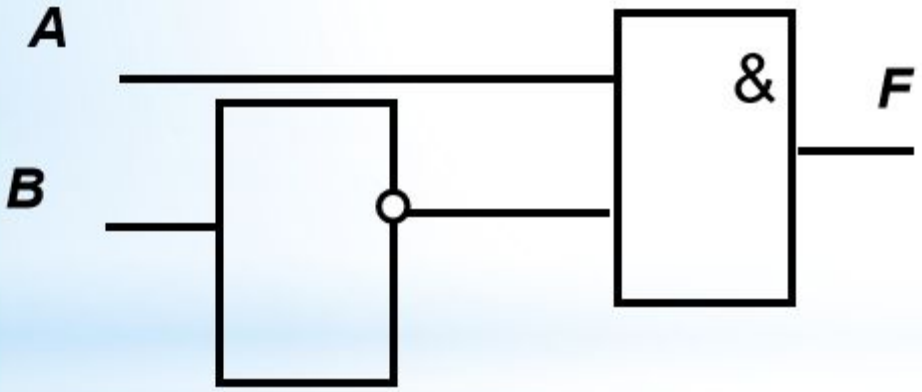
Решение. Все возможные комбинации сигналов на входах ***A*** и ***B*** внесём в таблицу истинности. Проследим преобразование каждой пары сигналов при прохождении их через логические элементы и запишем полученный результат в таблицу. Заполненная таблица истинности полностью описывает рассматриваемую электронную схему.



A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Анализ электронной схемы

Решение. Все возможные комбинации сигналов на входах ***A*** и ***B*** внесём в таблицу истинности. Проследим преобразование каждой пары сигналов при прохождении их через логические элементы и запишем полученный результат в таблицу. Заполненная таблица истинности полностью описывает рассматриваемую электронную схему.



A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

В инвертор поступает сигнал от входа ***B***.

В конъюнктор поступают сигналы от входа ***A*** и от инвертора. Таким образом, $F = A \,\&\, \overline{B}$.

Опорный конспект

Высказывание *– это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как истинное или ложное.*

A	$\bar{A}$
0	**1**
1	**0**

A	B	$A\&B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Приоритет выполнения логических операций: **¬, &, V**.