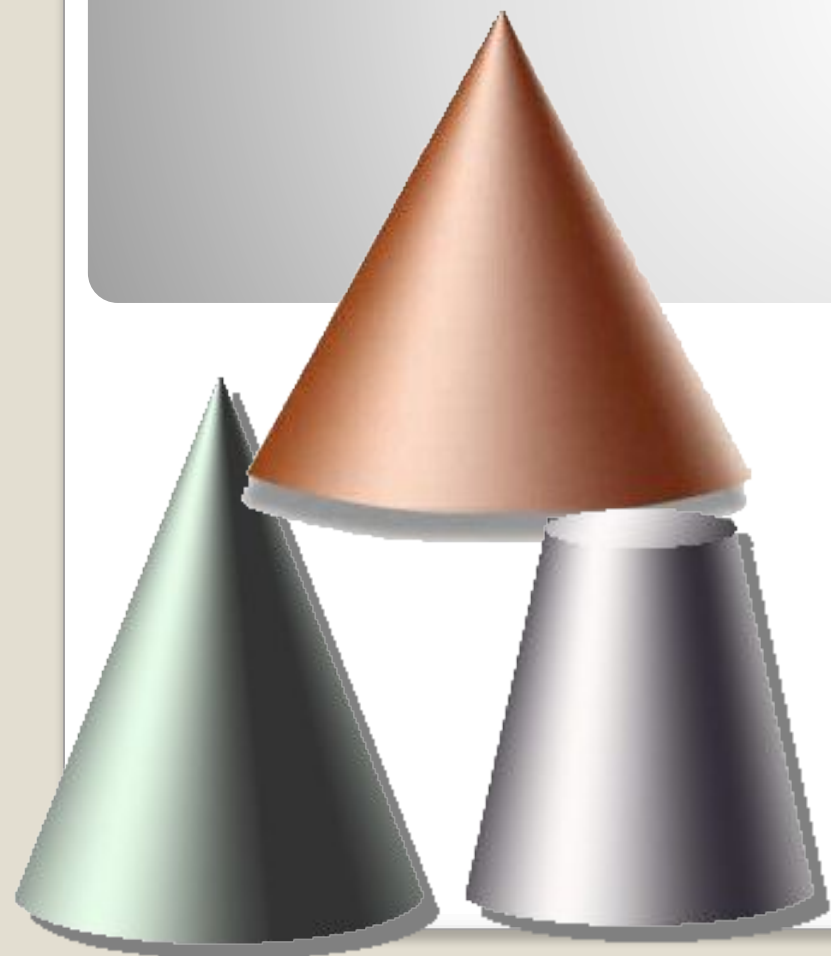


# Конусы вокруг нас

«Пусть сюда не входит никто, не знающий геометрии»

Платон



Работу подготовил  
ученик 11- А класса  
ГБОУ Гимназия № 5  
г. Севастополя  
Ткаченко Максим  
Учитель: Мотуз Т.В.

**Цель работы:** исследовать, где встречается в г. Севастополе и его окрестностях геометрическое тело конус и составить задачи для использования в интерактивных средствах обучения школьников.

**Задачи:**

1. Рассмотрение вариантов применения конуса в отдельных архитектурных объектах нашего города.
2. Составление задач с использованием применяемых типов конусов
3. Решение составленных задач

**Объекты исследования:** архитектурные здания и строения, выставочные экспонаты г. Севастополя.

**Предмет исследования:** геометрическая фигура конус

**Методы исследования:**

1. Наблюдение (рассмотреть многообразие архитектурных сооружений города) .
2. Анализ (проанализировать литературу по исследуемой теме).
3. Сравнительно – описательный (показать в каких объектах встречается конус).
4. Моделирование.
5. Эксперимент.
6. Оформление результатов исследования.

# Греческое слово κώνος означает



“сосновая шишка”



“ Сосновый бор ”

С конусом люди знакомы с глубокой древности

# Ученые, создавшие теории конуса

**Евклид**

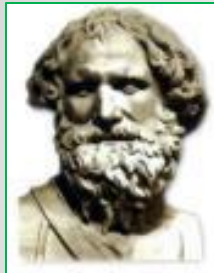
365—300 до н.э.



- счет Эратосфена
- геометрическая оптика
- монохорд

**Архимед**

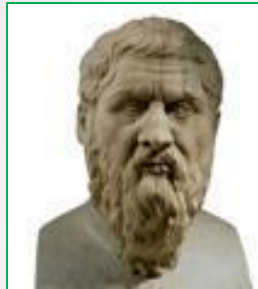
287-212 гг. до н.э.



В книге «О методе» приводится решение задачи об объеме общей части пересекающихся цилиндров

**Платон (школа Платона) Пергский**

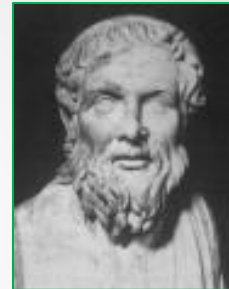
428-348 гг до н.э.



- исследование свойств конуса;
- изучение конических сечений

**Апполоний Пергский**

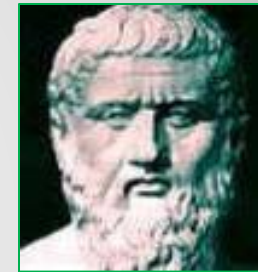
260-170 гг до н.э.



Трактат о конических сечениях

**Евдокс Книдский**

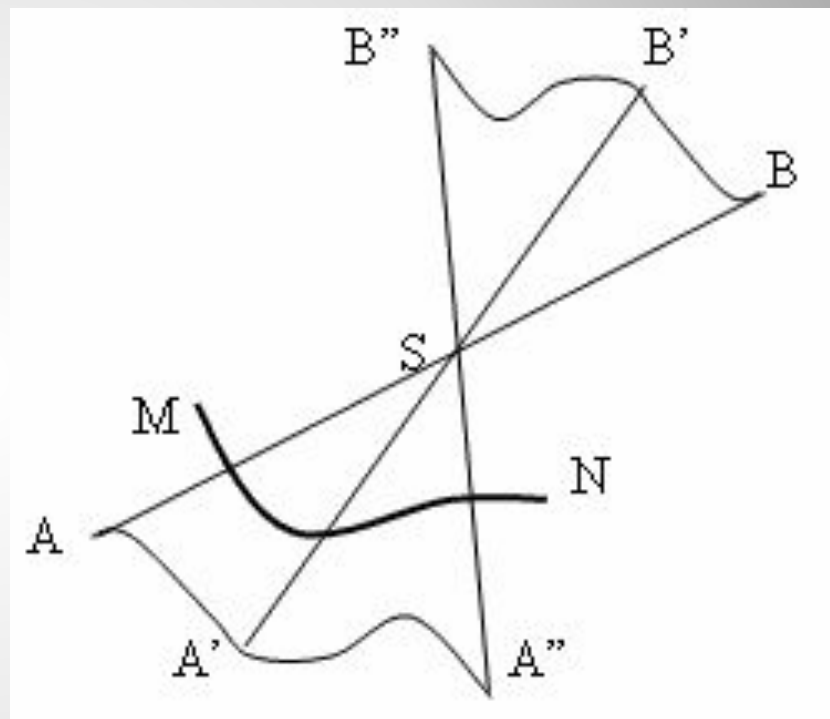
409-356 гг до н.э.



Принадлежат теоремы, что объемы пирамиды и конуса равны трети объемов призмы и цилиндра тех же оснований и высот.

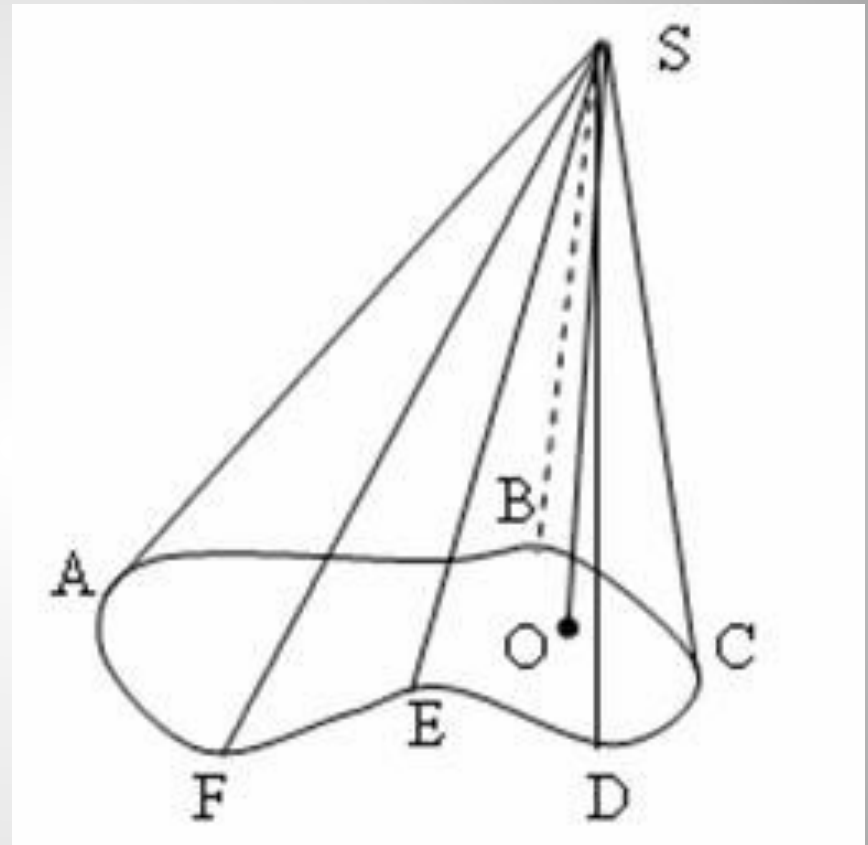
# ***Конической поверхностью***

называется поверхность, образуемая движением прямой  $AB$ , проходящей все время через неподвижную точку  $S$  и пересекающей данную линию  $MN$ .

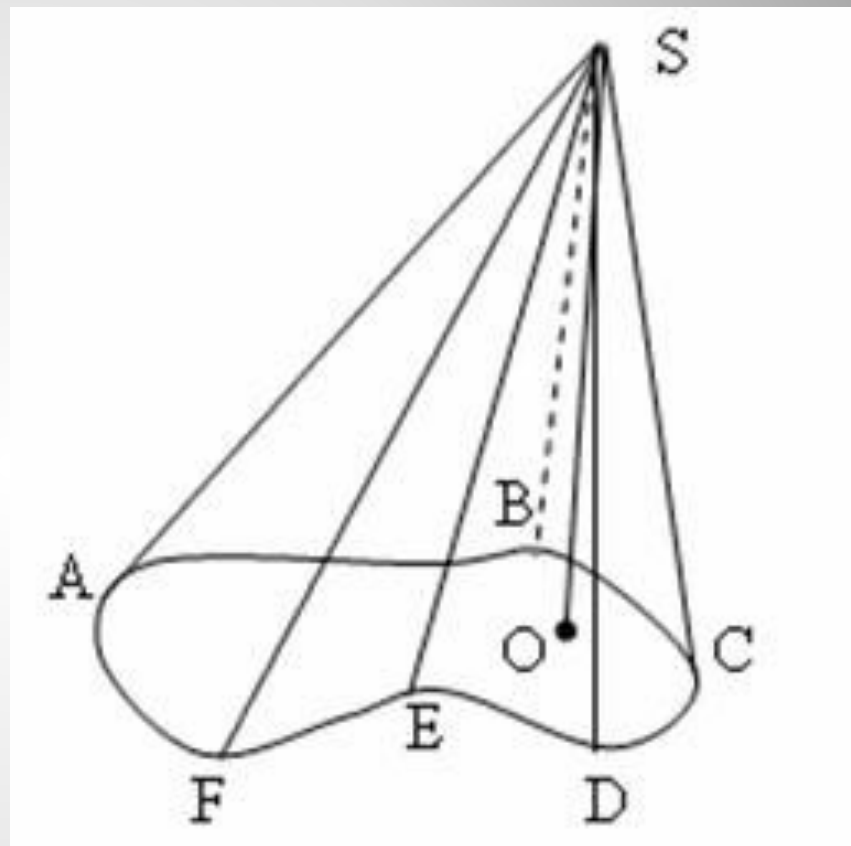


## ***Конусом***

называется тело, ограниченное одной полостью конической поверхности и пересекающей ее плоскостью  $ABCDEF$ , не проходящей через вершину  $S$ .



- Часть этой плоскости, лежащей внутри конической поверхности, называется **основанием** конуса.
- Перпендикуляр  $SO$ , опущенный из вершины на основание, называется **высотой** конуса.



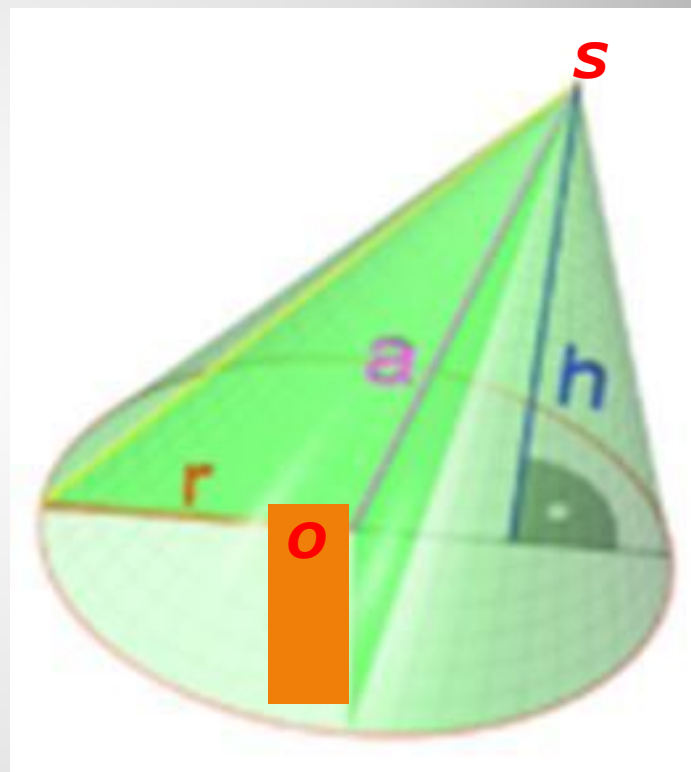
# Виды конусов



# Круговой конус

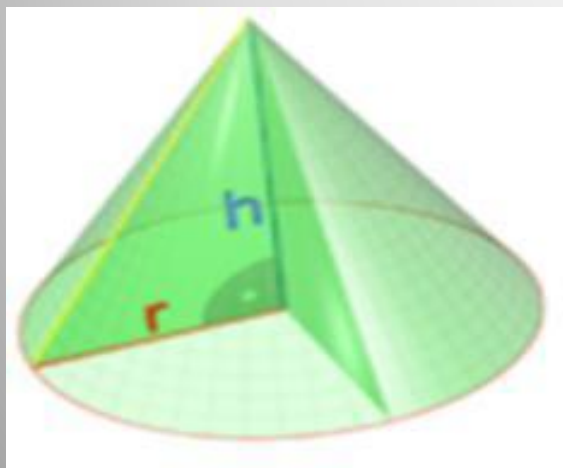
Конус называется *круговым*, если основание его - *круг*.

Прямая  $SO$ , соединяющая вершину конуса и центр основания, называется *осью конуса*.

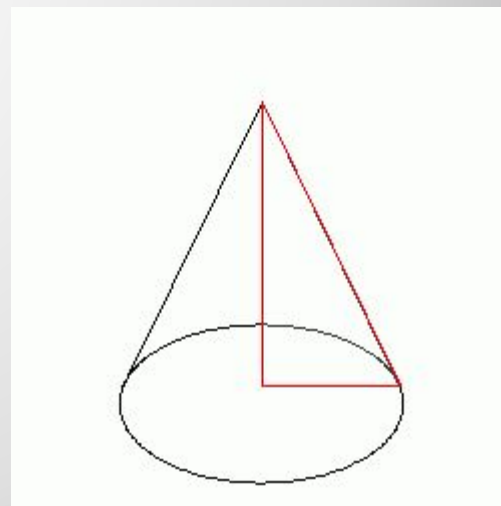


# Круглый конус

Если высота кругового конуса падает в центр основания, он называется **круглым конусом**.



**Конусом вращения называется** круглый конус, полученный вращением прямоугольного треугольника около одного из катетов.



# Основные элементы конуса

Полный конус имеет:

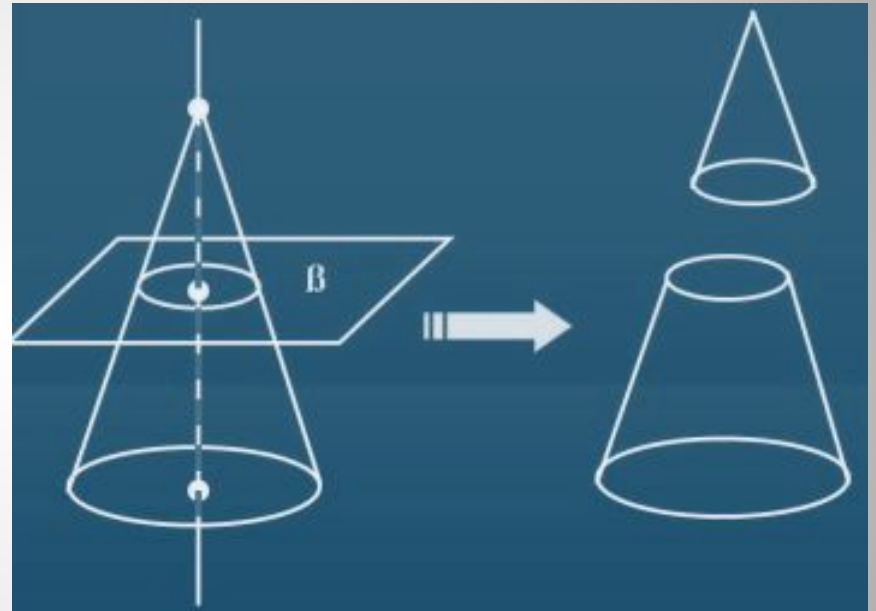
- основание;
- полную и боковую поверхности;
- вершину;
- высоту.



# Усечённый конус

□ **Усеченным конусом** называется часть круглого конуса, заключенная между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

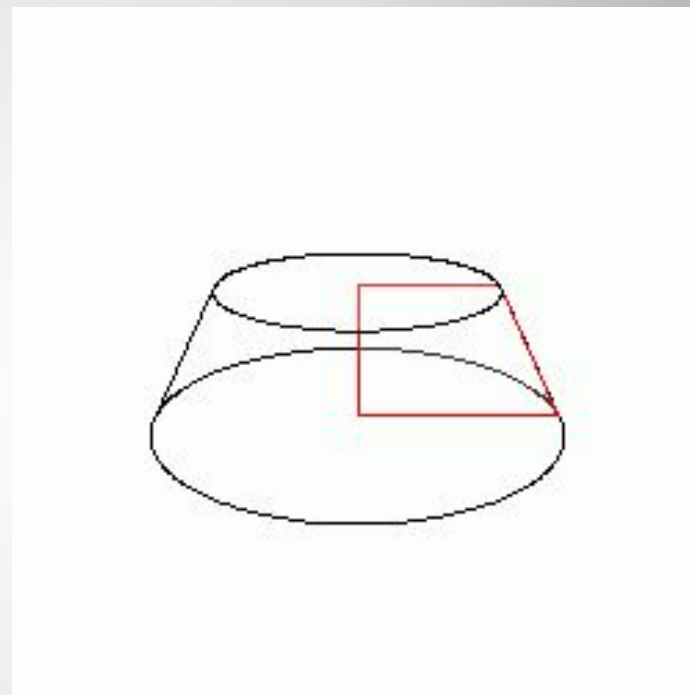
□ **Основаниями усеченного конуса** называются круги, лежащие в параллельных плоскостях



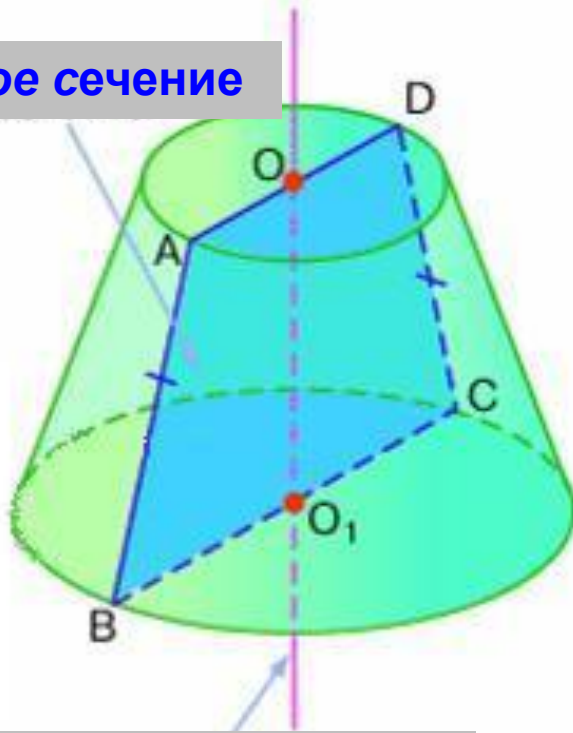


**Образующей**  
**усеченного конуса**  
**называется часть**  
**образующей пол-**  
**ного конуса, заклю-**  
**ченная между осно-**  
**ваниями.**

**Усеченный конус** можно рассматривать как тело, полученное при вращении прямоугольной трапеции вокруг боковой стороны, перпендикулярной основанию.



Осевое сечение



Ось усеченного конуса

$$AB=CD$$

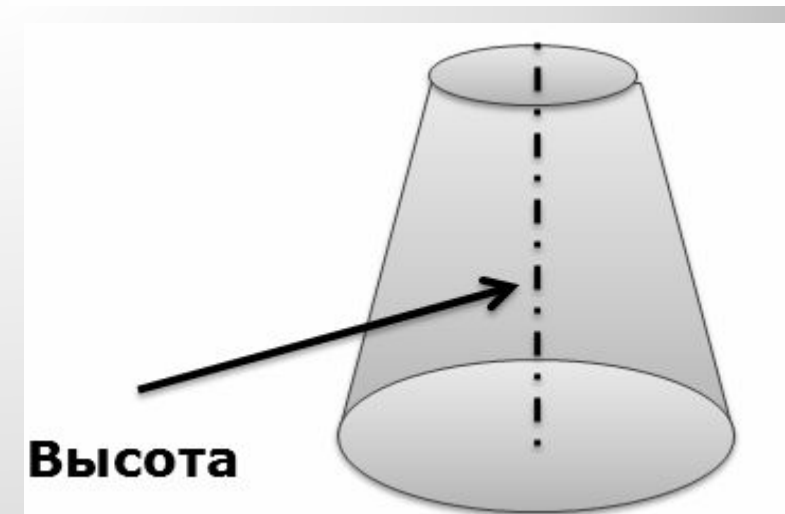
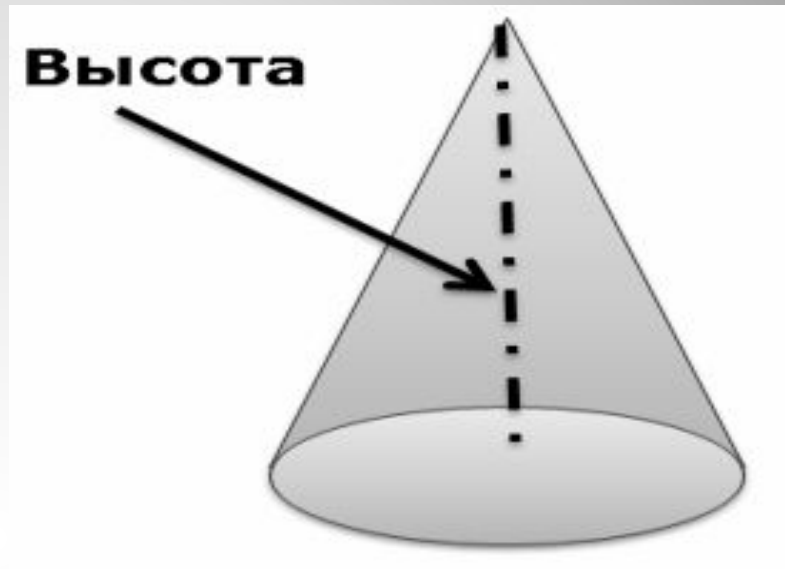
**Осью усеченного конуса** называется прямая, соединяющая центры оснований.

**Осевое сечение** – это сечение, проходящее через ось.

Осевое сечение является **равнобедренной трапецией**.

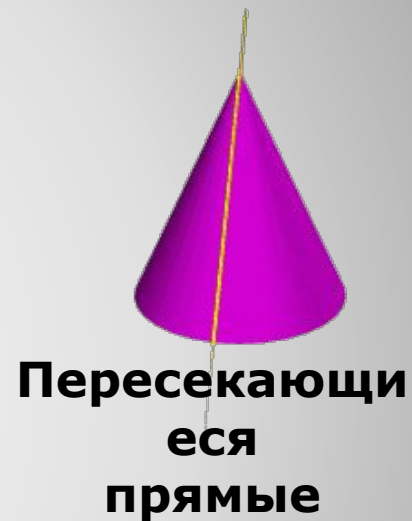
□ **Высота в конусе** – это отрезок, который соединяет вершину с центром круга (основания).

□ **Высота в усечённом конусе** – это отрезок, который соединяет центры кругов (нижнего и верхнего оснований).

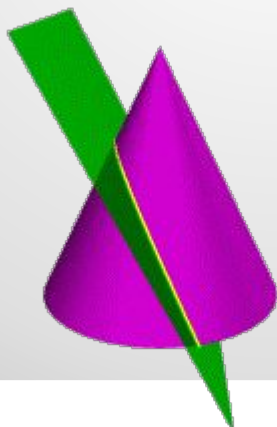




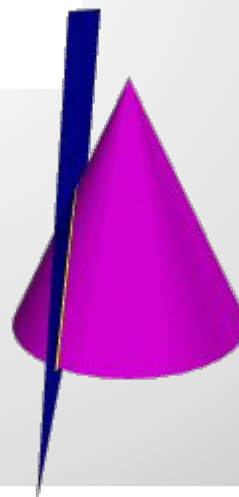
# Линии, получающиеся при сечении прямого кругового конуса



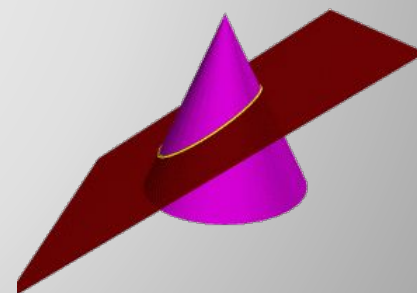
о  
к  
р  
у  
ж  
н  
о  
с  
т  
ь



п  
а  
р  
а  
б  
о  
л  
а



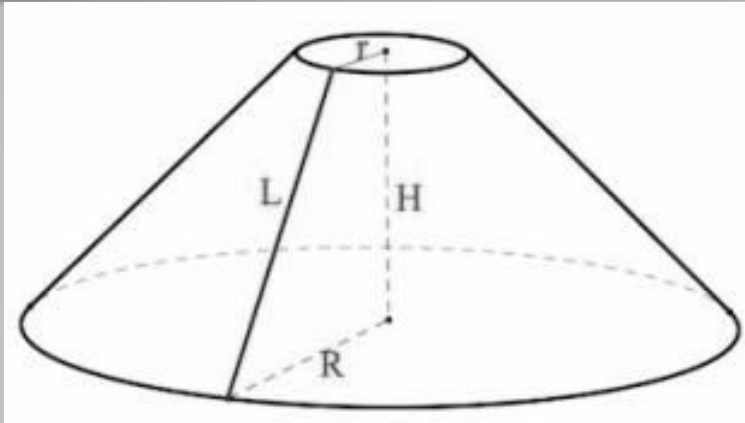
г  
и  
п  
е  
р  
б  
о  
л  
а



э  
л  
л  
и  
п  
с

# Расчетные формулы

## Усечённый конус

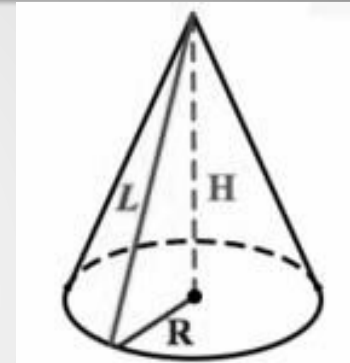


$$S_{\text{б.н.к.}} = \pi L(r + R)$$

$$S_{\text{п.н.к.}} = \pi(r^2 + (r + R)L + R^2)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi H(r^2 + r \cdot R + R^2)$$

## Круглый конус



L - образующая

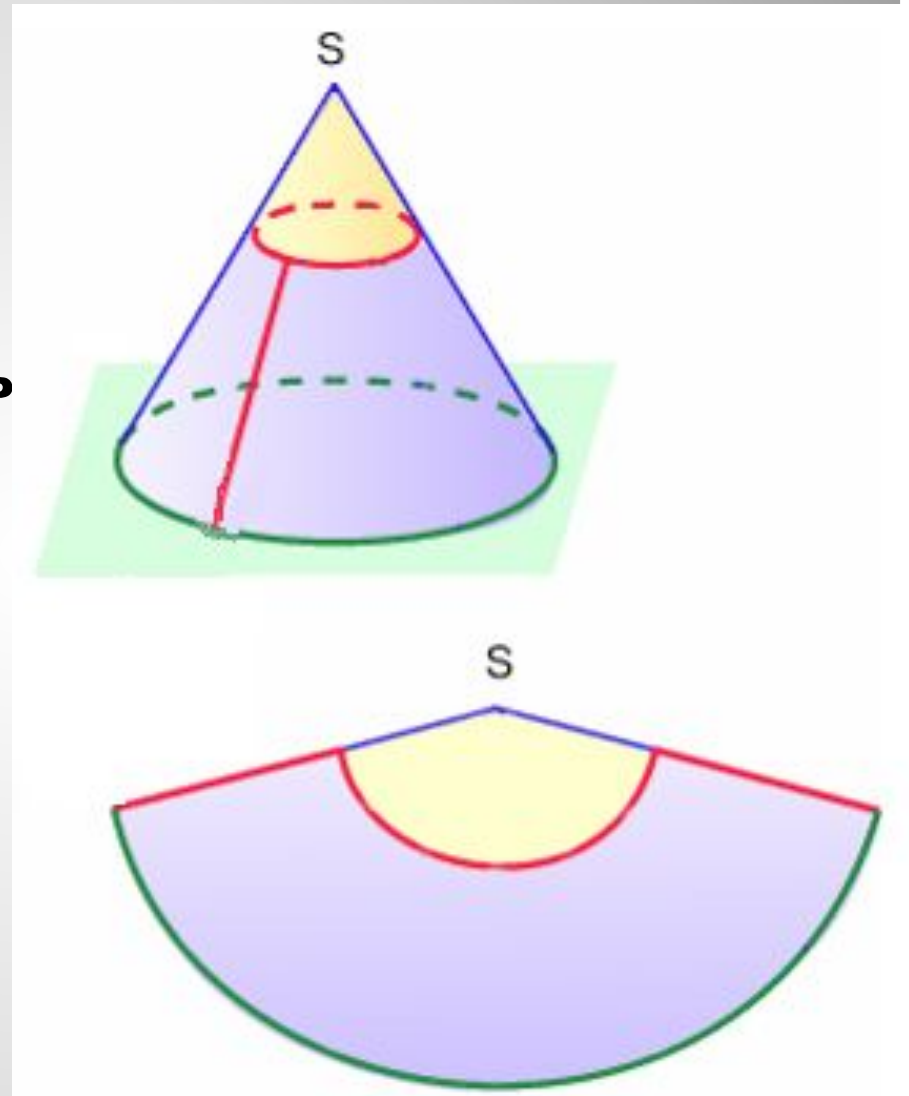
$$S_{\text{б.н.к.}} = \pi RL$$

$$S_{\text{п.н.к.}} = \pi R^2 + \pi RL$$

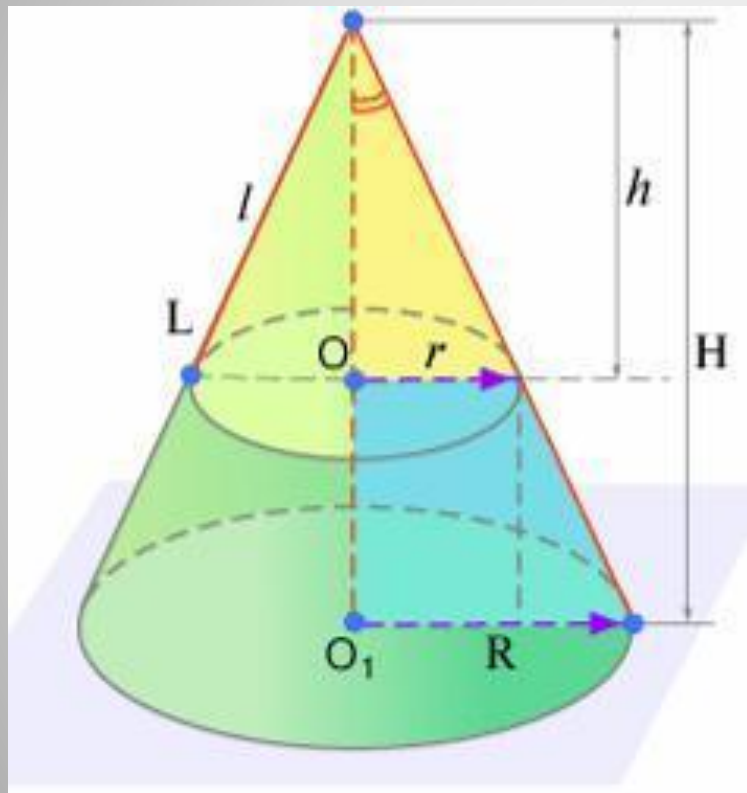
$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

***Площадь боковой поверхности усеченного конуса***

можно рассматривать как разность между площадями боковых поверхностей двух конусов. Поэтому развертка усеченного конуса – это часть круглого кольца.



**Сечение, параллельное основанию конуса, отсекает от него малый конус, подобный большому**



$$\frac{r}{R} = \frac{h}{H} = \frac{l}{L}$$

$$\frac{V_{\text{мал. кон.}}}{V_{\text{больш. кон.}}} = \frac{r^3}{R^3} = \frac{h^3}{H^3}$$

$$\frac{S_{\text{мал. кон.}}}{S_{\text{больш. кон.}}} = \frac{2\pi r l}{2\pi R L} = \frac{r^2}{R^2} = \frac{h^2}{H^2}$$

# **Праздничные конусы В Севастополе**

# Цветочные конусы в Севастополе



**День Св. Валентина  
14 февраля 2014 г.**



**Бал хризантем  
24 октября 2014 г.**

## ЗАДАЧА 1

14 февраля 2014 г в Севастополе проходила выставка цветов, посвященная Дню влюбленных. Одной из главных композиций был конус, состоящий из вазонов с цветами. Высота конуса 2 м 15 см, диаметр основания равен 2 м 80 см. Площадь вазона с цветком равна 170 см<sup>2</sup>. По окончании выставки цветы были подарены севастопольцам. Какое количество людей поздравили с праздником?



**Цветочный  
конус**

**Решение**

**1. Определение радиуса по формуле:**

$$r = \frac{d}{2} \quad \text{см} \quad 280 / 2 = 140 ( \quad )$$

**2. Определение образующей по т. Пифагора**

$$l^2 = (215)^2 + (140)^2$$

$$l = 257 \text{ (см)}$$

**3. Определение площади боковой поверхности конуса:**

$$S = \pi r l \quad S_{\text{б. п. к.}} = 3,14 \cdot 140 \cdot 257 = 112977 \text{ (см}^2\text{)}$$

**4. Определение количества вазонов**

$$n = \frac{S_{\text{б. п. к.}}}{S_{\text{вазона}}} \quad n = \frac{112977}{170} = 664$$

**Ответ: 664 человека**

## ЗАДАЧА 2

Высота елки 12 м , образующая 15 м. Для симметрии бантики и снежинки размещались на расстоянии 1,5м. Сколько снежинок понадобилось для украшения новогодней елки?

Решение

1. Определение радиуса елки по т.Пифагора

$$\ell^2 = h^2 + r^2$$

$$15^2 = 12^2 + r^2$$

$$r^2 = 15^2 - 12^2$$

$$r = \sqrt{15^2 - 12^2}$$

$$r = 9 \text{ ( м )}$$

2. Определение боковой поверхности елки

$$S = \pi r \ell$$

$$S = 3,14 \cdot 9 \cdot 15 = 424 \text{ ( м}^2 \text{ )}$$

3. Определение количества игрушек

$$n = \frac{S_{\text{б. п. к.}}}{S_{\text{игрушки}}}$$

$$n = \frac{424}{1,5} = 283 \text{ ( шт )}$$



Новогодний конус  
«Елочка»

Ответ: 283 снежинки.



# Конусы в исторической архитектуре

# Усеченный конус



**Панорама. Исторический бульвар Севастополя**



**Комплекс памятника Нахимову** представляет собой усеченный двухуровневый конус, выполненный из гранита



**Покровский собор в  
Севастополе**



**Адмиральский собор святого  
Владимира**



**Екатерининская миля на Северной  
стороне**

## ЗАДАЧА 3



**Часовня во имя святого великомученика Георгия Победоносца расположена в мемориальном комплексе на Сапун-горе**

Храм представляет собой усеченный конус, с диаметрами оснований 15 м и 3 м.

Высота купола-10 м. Сколько потребовалось краски при оформлении данной часовни, если известно, что на 1 м<sup>2</sup> расходуется 200 г бронзового покрытия?

**Решение**

**1. Определение радиусов конуса**

$$r_1 = d_1 / 2 = 15 / 2 = 7,5 \text{ ( )}$$

$$r_2 = d_2 / 2 = 3 / 2 = 1,5 \text{ ( )}$$

**2. Определение образующей по т.Пифагора**

$$\ell = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 11,5 \text{ (м)}$$

**3. Определение боковой поверхности купола**

$$S_{\text{б.п.к.}} = \pi \cdot \ell (r_1 + r_2)$$

$$S_{\text{б.п.к.}} = 3,14 \cdot 11,5 \cdot (7,5 + 1,5) = 325 \text{ ( м}^2 \text{)}$$

**4. Определение массы краски**

$$m_{\text{к}} = S_{\text{б.п.к.}} \cdot 0,2 = 325 \cdot 0,2 = 65 \text{ ( кг)}$$

**Ответ: 65 кг**

# Конусы в быту

## ЗАДАЧА 4

Озеро Сасык-Сиваш - самое большое в Крыму соленое озеро. Оно находится недалеко от Евпатории, и от Черного моря его отделяет дамба. Весной низины наполняют морской водой, за три месяца влага испаряется, а на пересохшем дне остается соль. Специальными ножами комбайн срезает пласт соли, который тут же дробит и по транспортной ленте подает в вагонетки. Одна вагонетка перевозит  $15\text{ м}^3$  соли. Хранят соль в виде конических соляных гор. Сколько вагонеток соли пришлось привезти, чтобы сформировать коническую гору, окружность которой 120 м? Длина образующих в круговую 44 м.



### Решение

#### 1. Определение длины образующей:

$$l = 2\ell / 2 \quad \ell = 44 / 2 = 22 \text{ (м)}$$

#### 2. Определение длины радиуса:

$$c = 2\pi \cdot r \quad r = c / 2\pi = 120 / 6,28 = 19,1 \text{ (м)}$$

#### 3. Определение высоты конуса:

$$h = \sqrt{\ell^2 - r^2} = \sqrt{22^2 - 19^2} = 11 \text{ (м)}$$

#### 4. Определение объема конуса:

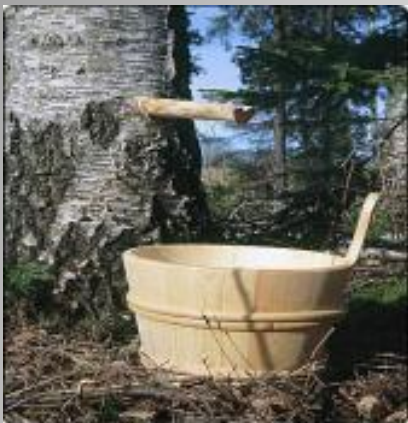
$$V = 1/3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$M = 1/3 \cdot 3,14 \cdot 19^2 \cdot 11 = 4156 \text{ (м}^3\text{)}$$

#### 5. Определение количества вагонеток:

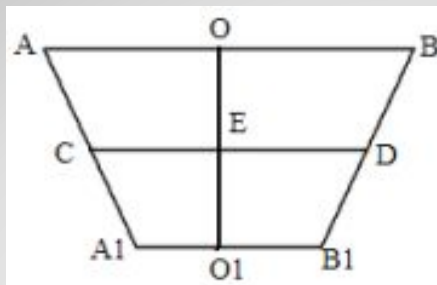
$$\frac{4156}{15} \text{ вагонеток} = 277 \text{ (вагонеток)}$$

**Ответ: 277 вагонов**



## Сбор березового сока

В ведро, имеющее форму усеченного конуса с диаметрами 28 см и 20 см собрали 4 л березового сока, что составило половину высоты ведра. Сколько литров сока нужно еще собрать, чтобы заполнить ведро доверху?



## ЗАДАЧА 5

### Решение

#### 1. Определение радиусов оснований

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = 28 / 2 = 14 \text{ ( )}$$

$$r_2 = \frac{d_2}{2} = 20 / 2 = 10 \text{ ( )}$$

#### 2. Определение средней линии трапеции

$$CD_{\text{ср.л.}} = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{14 + 10}{2} = 12 \text{ (см)}$$

$$V = 1/3 \cdot \pi \cdot h \cdot (r^2 + R^2 + rR)$$

#### 3. Определение высоты трапеции EO<sub>1</sub>

$$V_{A_1CDB_1} = \frac{\pi \cdot O_1E \cdot (O_1B_1^2 + ED^2 + O_1B_1 \cdot ED)}{3}$$

$$h_{\text{н}} = \frac{V_{A_1CDB_1} \cdot 3}{\pi \cdot (O_1B_1^2 + ED^2 + O_1B_1 \cdot ED)} = \frac{4000 \cdot 3}{3,14 \cdot (10^2 + 12^2 + 120)} \approx 10,5 \text{ ( )}$$

$$V_{ABCD} = \frac{\pi \cdot O_1E \cdot (CD^2 + OB^2 + OB \cdot CD)}{3} = \frac{3,14 \cdot 10,5 \cdot (14^2 + 12^2 + 12 \cdot 14)}{3} \approx$$

5583 (л<sup>3</sup>) или 5,5 л

**Ответ: 5,5 л сока**

## Источники

- Геометрические тела. Конус.- [Электронный ресурс]. - Режим доступа. - [www.calc.ru/Geometricheskiye-Tela-Konus.html](http://www.calc.ru/Geometricheskiye-Tela-Konus.html)
- Конус.- [Электронный ресурс]. - Режим доступа.- [www.tutoronline.ru](http://www.tutoronline.ru)
- ЕГЭ по математике - [Электронный ресурс]. - Режим доступа. -<http://uztest.ru/abstracts/?idabstract=523545>
- Атанасян Л.С. Геометрия / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов и др.- М.: Просвещение, 2014.-255 с.
- Геометрия в таблицах по новой программе 10-11 класс Роева Т.Г, Хроленко Р.Ф.
- Погорелов М.И «Геометрия 7-11» Просвещение 2001.