Задачи

Задача 1. Определить максимальную абсолютную, относительную, приведѐнную погрешности и сделать запись результата измерения напряжения аналоговым вольтметром с классом точности 1,5 с пределом 1 В для показания 0,87 В.

Решение: Для аналогового вольтметра с классом точности p = 1,5 максимальная абсолютная погрешность равна :

$\pm\Delta = p \cdot X_N/100 = 1{,}5 \cdot 1/100 = 0{,}015$ В ,

где p – класс точности; X_N – нормирующее значение измеряемой величины

$\pm\gamma = p\% = 1{,}5\%$

Приведѐнная погрешность: $p\% = 1{,}5\%$

$\pm\delta = p \cdot X_N / X = 1{,}5 \cdot 1/0.87 = 1{,}72$

Относительная погрешность: 1,72%

В соответствии с правилами округления результат измерения имеет вид 0**,870 ± 0,015 В**

Задача 2. Определить абсолютную погрешность и сделать запись результата измерения напряжения цифровым вольтметром с классом точности 0,1/0,05 с пределом 10 В для показания 7,93 В.

Решение Для цифрового вольтметра относительная погрешность равна :

$\pm\delta=(c + d(X_K/ X -1))=0,1 + 0,05 (10/7,93 -1)=0,113\%$

Здесь X_K = 10 В предел измерений; c/d = 0,1/0,05 – класс точности; X =7,93 В – показание цифрового вольтметра.

По относительной погрешности определяется абсолютная:

$\pm\Delta=\delta \cdot X/100 =0,113 \cdot 7,93/100=0,009$ В

В соответствии с правилами округления результат измерения имеет вид **7,930± 0,009 В**

Задача 3.

Определить доверительный интервал и записать результат измерения напряжения 37,86 В при погрешности однократного измерения 0,14 В, если число измерений равно 5, доверительная вероятность 0,93.

Решение: Доверительный интервал результата измерения при доверительной вероятности равен $\Delta = \pm t_{\alpha} \cdot \sigma$

t_{α} - коэффициент распределения Стьюдента, зависящий от α и числа измерений N.

При α =0,93 и N= 5 в соответствии с табл.1 имеем значение t = 2,456.

Средняя квадратическая погрешность результата измерений x равна

$\sigma_x = \pm \sigma/N = 0{,}14/\sqrt{5} = 0{,}0625$ В

Доверительный интервал результата измерения получается равным

$\Delta = \pm 2{,}456 \cdot 0{,}0623 = 0{,}153$ В

Результат: $37{,}86 \pm 9{,}15$В, $\alpha = 0{,}93$

Задача 4. Дан результат измерения физической величины, выраженный в делениях шкалы и равный α.

Дано: α = 49 дел., α макс = 150 дел., $I_н$ = 7,5 А, Кл = 0,5.

Измерение произведено прибором с указанными параметрами (класс точности, верхний предел измерения, число делений шкалы). Вычислить значение измеренной величины и наибольшую ожидаемую абсолютную и относительную погрешности. Записать результат измерения с учетом погрешности.

Решение: 1) цена деления C_I амперметра (вольтметра – $C_В$, ваттметра – $C_Р$)

равна $C_I = I_н / \alpha_{max} = 7{,}5/150 = 0{,}05$ А/дел;

2) измеренное значение тока

$I = \alpha \cdot C_I = 49 \cdot 0{,}05 = 2{,}45$ А;

3) допускаемая наибольшая погрешность прибора

$\Delta_I = \pm K \cdot I_н / 100 = \pm 0{,}5 \cdot 7{,}5 / 100 = \pm 0{,}0375$ А$=0{,}04$ А;

4) наибольшая ожидаемая относительная погрешность измерения;

$\delta_I = \pm \Delta_I \cdot 100 / I = \pm 0{,}04 \cdot 100 / 2{,}45 = \pm 1{,}6\ \%$

5) наибольшая ожидаемая абсолютная погрешность измерения равна наибольшей допускаемой погрешности прибора, т. е.

$\Delta_I = \pm 0{,}04$ А;

Результат измерения: $I = 2{,}45 \pm 0{,}04$ А$= 2{,}45(1 \pm 0{,}016)$ А.

Задача 5. Приведены данные ряда многократных замеров частоты. Считая, что систематическая составляющая погрешности измерения пренебрежимо мала, а случайные погрешности распределены по нормальному закону, вычислить среднее арифметическое значение результата частоты f ,оценку среднего квадратического значения случайной погрешности отдельного замера s,

оценку среднего квадратического значения случайной погрешности в определении среднего арифметического S. Проверить, нет ли среди погрешностей отдельных измерений грубых погрешностей (по правилу « 3-х сигм»). Задавшись доверительной вероятностью, вычислить границы доверительного интервала. Записать результат измерений.

50,06; 49,82; 48,98: 50,30; 50,15; 50,08; 49,93; 49,76; 49,92; всего – 9 значений.

Решение: 1) определяем среднее арифметическое значение частоты:

$x = \sum x_i /n$ = (50,06 + 49,82+ 48,98 + 50,30+ 50,15+ 50,08+ 49,93+ 49,76+ 49,92) / 9 =50,003=50,00 Гц;

2) определяем оценку среднеквадратического отклонения отдельного замера S.

Для этого находим погрешности отдельных замеров: Δ_i

Получаем следующий ряд значений : +0,06; –0,18; –0,02; +0,30; +0,15; +0,08; –0,07; 0,24; –0,08.

Вычисляем S по формуле: $S = \sqrt{\sum \Delta_i^2 / n-1}$, S = ± 0,1674 Гц = ±0,17 Гц;

3) проверим, имеются ли грубые ошибки (промахи) по правилу: $\Delta_i > 3\sigma$, $3S = 0{,}51$ Гц;

. Среди имеющихся девяти остаточных погрешностей наибольшая – в четвертом замере, равная 0,30 и не превосходит $3S = 0{,}51$, поэтому повторного расчета S не требуется. В противном случае необходимо исключить грубые ошибки и вновь выполнить расчеты по пунктам 1 и 2;

4) находим оценку среднеквадратического отклонения (ошибки) среднего арифметического значения: $S_x = \pm S/\sqrt{n} = \pm 0{,}1674/3 = \pm 0{,}0558 = \pm 0{,}06$ Гц;

5) определим границы доверительного интервала, приняв доверительную вероятность равной $P = 0,95$;

по табл. 1. находим коэффициент Стьюдента t_α для заданной доверительной вероятности

$P = 0,95$ и $n = 9$: $t_\alpha = 2,3$;

доверительный интервал равен $\Delta = \pm t_\alpha \cdot S_x = \pm 2,3 \cdot 0,6 = \pm 0,138 = 0,14$ Гц;

6) результат измерения частоты $\hat{x} = 50,00 \pm 0,14$ Гц, при $P = 0,95$.

Задача 6. Дано: $\alpha 1 = 30$ дел., $\alpha 2 = 45$ дел.

Амперметр: Кл=1,5, верхний предел измерения тока $I_н = 1{,}5$ А,

αмакс = 75 дел.

Вольтметр: верхний предел измерения напряжения $U_н = 300$ В, αмакс = 150, Кл =1,0.

Решение:

1) цена деления амперметра:

$C_I = I_н / \alpha_{max} = 1,5/75 = 0,02$ А/дел;

2) наибольшая допускаемая погрешность амперметра:

$\Delta_I = \pm K \cdot I_н / 100 = \pm 1,5 \cdot 1,5 / 100 = \pm 0,0225$ А=0,02 А;

3) измеренный ток равен $I = \alpha \cdot C_I = 30 \cdot 0,02 = 0,60$ А;

4) относительная погрешность измерения тока:

$\delta_I = \pm \Delta_I / I = \pm 0{,}0225 / 0{,}6 = \pm 0{,}0375 А = 0{,}04 А$

5) цена деления вольтметра:

$C_U = U_н / \alpha_{max} = 300 / 150 = 2$ В/дел;

6) наибольшая допускаемая погрешность вольтметра:

$\Delta_U = \pm K \cdot U_н / 100 = \pm 1{,}0 \cdot 300 / 100 = \pm 3$ В;

7) измеренное напряжение равно $U = \alpha_2 \cdot C_U = 45 \cdot 2 = 90$ В;

8) относительная погрешность измерения напряжения составляет

$\delta_U = \pm \Delta_U / U = \pm 3, / 90 = \pm 0{,}033$В$=0{,}03$В

9) мощность и сопротивление резистора:

$P = U \cdot I = 90 \cdot 0{,}6 = 54$ Вт, $R = U / I = 90 / 0{,}6 = 150$ Ом;

10) относительная погрешность измерения мощности (наибольшая ожидаемая, то же и для измерения сопротивления) равна

$$\delta_{P} = \delta_{R} = \delta_{U} + \delta_{I} = \pm (0{,}03 + 0{,}04) = \pm 0{,}07$$

т. к. и при умножении, и при делении двух измеренных значений относительная погрешность результата измерения равна сумме относительных погрешностей измерения каждого значения

11) абсолютная погрешность и результат измерения мощности составят

$\Delta P = \delta p \cdot P = \pm(0{,}07 \cdot 54) = 3{,}78 \approx 4$ Вт, $P = (54 \pm 4)$ Вт;

12) абсолютная погрешность и результат определении сопротивления:

$\Delta R = \delta R \cdot R = \pm(0{,}07 \cdot 150) = 10{,}5 \approx 11$ Ом, $R = (150 \pm 11)$ Ом.