Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»
Кафедра теоретической механики

Презентация для защиты курсовой работы
по теоретической механике

«ДИНАМИКА КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА»

Вариант 24001610

Студент Шакиров М.С
Группа ММ-240016
Преподаватель Митюшов Е.А

Екатеринбург
2015

Динамика кулисного механизма
Задание на курсовую работу

Кулисный механизм (см. рисунок 1), состоящий из маховика 1, кулисы 2 и катка 3, расположен в горизонтальной плоскости и приводится в движение из состояния покоя вращающим моментом $M_д$, создаваемым электродвигателем. Заданы массы звеньев механизма; величина вращающего момента; радиус инерции катка и радиусы его ступеней; радиус маховика, представляющего собой сплошной однородный цилиндр, R_1 = 0,36 м; OA = 0,24 м. (табл. 1).

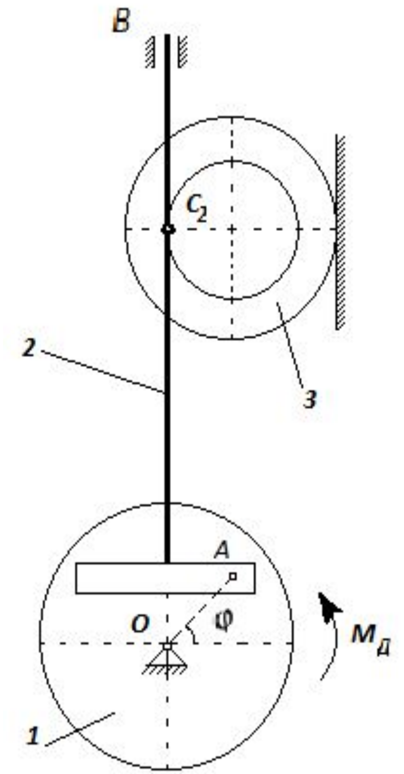


Рис.1

Определить:

- Угловую скорость маховика при его повороте на угол φ=φ* .
- Угловое ускорение маховика при его повороте на угол φ=φ*.
- Силу, приводящую в движение кулису в положении механизма, когда φ=φ* и реакцию подшипника на оси маховика.
- Силу, приложенную в центре катка и уравновешивающую механизм в положении, когда φ=φ*.
- Записать дифференциальное уравнение движения механизма.

Таблица 1.

m1, кг	m2, кг	m3, кг	$M_д$, Н·м	ρ3, м	R3, м	r3, м	φ*, рад
51	20	20	27	0,06	0,09	0,04	π/3

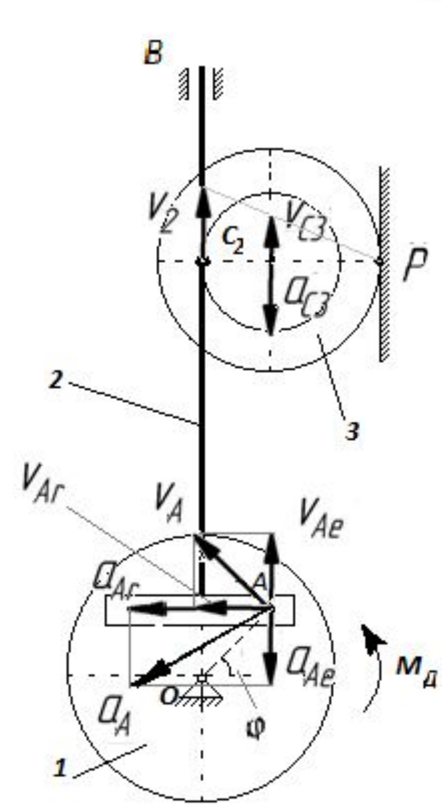
Этап I. Кинематический анализ механизма

1.1. Определение кинематических характеристик.

Так как $\vec{v}_A = \vec{v}_{Ar} + \vec{v}_{Ae}$ и $\vec{a}_A = \vec{a}_{Ar} + \vec{a}_{Ae}$,

То $\left(\vec{v}_A\right)_y = \left(\vec{v}_{Ar}\right)_y + \left(\vec{v}_{Ae}\right)_y$ $\left(\vec{a}_A\right)_y = \left(\vec{a}_{Ar}\right)_y + \left(\vec{a}_{Ae}\right)_y$

Откуда $v_{2y} = \left(\vec{v}_A\right)_y = \dot{\varphi} OA\cos\varphi$ $a_{2y} = \left(\vec{a}_A\right)_y = \ddot{\varphi} OA\cos\varphi - \dot{\varphi}^2 OA\sin\varphi$



Скорость центра катка находим из условия пропорциональности скоростей его точек расстояниям до мгновенного центра скоростей

$$v_{A2y} = v_{C2y} \qquad \frac{v_{C3y}}{v_{C2y}} = \frac{R_3}{r_3 + R_3}.$$

Откуда

$$v_{C3y} = \frac{R_3}{r_3 + R_3}\dot{\varphi} OA\cos\varphi \qquad a_{C3y} = \dot{v}_{C3y} = \frac{R_3}{r_3 + R_3}\ddot{\varphi} OA\cos\varphi - \frac{R_3}{r_3 + R_3}\dot{\varphi}^2 OA\sin\varphi$$

Угловую скорость катка находим как отношение скорости его центра к расстоянию до мгновенного цента скоростей, угловое ускорение дифференцированием угловой скорости

$$\omega_3 = \frac{v_{C3y}}{R_3} = \frac{1}{r_3 + R_3}\dot{\varphi} OA\cos\varphi \qquad \varepsilon = \dot{\omega}_3 = \frac{1}{r_3 + R_3}\ddot{\varphi} OA\cos\varphi - \frac{1}{r_3 + R_3}\dot{\varphi}^2 OA\sin\varphi$$

1.2. Уравнения геометрических связей

$$x_A = OA\cos\varphi \qquad x_{C2} = 0 \qquad x_{C3} = r_3$$

$$y_A = OA\sin\varphi \qquad y_{C2} = y_{C20} + OA\sin\varphi \qquad y_{C3} = y_{C30} + \frac{R_3}{r_3 + R_3} OA\sin\varphi \qquad \varphi_3 = \frac{1}{r_3 + R_3} OA\sin\varphi$$

Этап II. Определение угловой скорости и углового ускорения маховика

2.1. Кинетическая энергия системы

$$T = T_1 + T_2 + T_3$$

Кинетические энергии звеньев механизма:

Вращающийся маховик $T_1 = \frac{I_1\omega_1^2}{2}$ и его момент инерции относительно оси вращения $I_1 = \frac{m_1 R_1^2}{2}$

Поступательно движущаяся кулиса $T_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2}{2}\left(\dot{\varphi} OA\cos\varphi\right)^2$

Каток, совершающий плоское движение $T_3 = \frac{m_3 v_{C3}^2}{2} + \frac{I_3\omega_3^2}{2} = \frac{m_3}{2}\left(\frac{R_3}{r_3+R_3}\dot{\varphi} OA\cos\varphi\right)^2 + \frac{I_3}{2}\left(\frac{1}{r_3+R_3}\dot{\varphi} OA\cos\varphi\right)^2$

И его момент инерции $I_3 = m_3\rho_3^2$

Следовательно кинетическая энергия системы

$$T = \frac{m_1 R_1^2 \dot{\varphi}_1^2}{4} + \frac{m_2}{2}\left(\dot{\varphi} OA\cos\varphi\right)^2 + \frac{m_3}{2}\left(\frac{R_3}{r_3+R_3}\dot{\varphi} OA\cos\varphi\right)^2 + \frac{m_3\rho_3^2}{2}\left(\frac{1}{r_3+R_3}\dot{\varphi} OA\cos\varphi\right)^2$$

Преобразовав получаем

$$T = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1 R_1^2}{2} + \frac{\left(m_2\left(r_3+R_3\right)^2 + m_3\left(\rho_3^2+R_3^2\right)\right)}{\left(r_3+R_3\right)^2}\left(OA\cos\varphi\right)^2\right)\dot{\varphi}^2 = \frac{I_{\text{пр}}(\varphi)\dot{\varphi}^2}{2}$$

Откуда при $\varphi = \frac{\pi}{3}$

$$I_{\text{пр}} = \frac{m_1 R_1^2}{2} + \frac{\left(m_2\left(r_3+R_3\right)^2 + m_3\left(\rho_3^2+R_3^2\right)\right)}{\left(r_3+R_3\right)^2}\left(OA\cos\varphi\right)^2 = 3.7918\_кг*м2$$

2.2. Производная кинетической энергии по времени

По правилу вычисления производной сложной функции

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi}\dot{\varphi}\,\dot{\varphi}^2 + I_{\text{пр}}(\varphi)\dot{\varphi}\,\ddot{\varphi}$$

И получаем

$$\frac{dI_{\text{пр}}}{d\varphi} = -\frac{\left(m_2\left(r_3+R_3\right)^2 + m_3\left(\rho_3^2+R_3^2\right)\right)}{\left(r_3+R_3\right)^2}OA^2\sin 2\varphi$$

2.3. Элементарная работа и мощность внешних сил и работа внешних сил на конечном перемещении (механизм в горизонтальной плоскости)

Так как механизм расположен в горизонтальной плоскости, то $dA^e = M_Д\, d\varphi$,

где dA^e элементарная работа, зная что мощность $N^e = \frac{dA^e}{dt} = M_Д \dot{\varphi}$, то работа при повороте на угол φ

$$A = \int_0^{\varphi^*} M_Д\, d\varphi = M_Д \varphi^*$$

2.4. Определение угловой скорости маховика при его повороте на угол φ*

Полагая, что механизм в начальный момент времени находился в покое применим теорему об изменении кинетической энергии $T - T_0 = A^e + A^i$, где $T_0 = 0$ $A^i = 0$

Подставив ранее полученные T и A

$$\frac{I_{пр}\left(\frac{\pi}{3}\right)\dot{\varphi}^2}{2} = M_Д \frac{\pi}{3}$$

И выразив

$$\dot{\varphi}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{\frac{\frac{2\pi}{3} M_Д}{I_{пр}}} = \sqrt{\frac{2*\pi*27}{3*3.7918}} = 3.8617\_рад/с$$

Этап III. Определение углового ускорения маховика при его повороте на угол φ*

Из дифференциальной формы теоремы об изменении кинетической энергии $\frac{dT}{dt} = N^e + N^i$,

где $N^i = 0$ получаем $\frac{1}{2}\frac{dI_{пр}}{d\varphi}\dot\varphi^2\dot\varphi + I_{пр}(\varphi)\dot\varphi\ddot\varphi = M_Д\,\dot\varphi$ подставив полученные данные и тогда получаем уравнение $I_{пр}(\varphi)\ddot\varphi + \frac{1}{2}\frac{dI_{пр}}{d\varphi}\dot\varphi^2 = M_Д$

Подставивв уравнение выше, получаем дифференциальное уравнение

$$\left(\frac{m_1R_1^2}{2} + \frac{\left(m_2(r_3+R_3)^2 + m_3(\rho_3^2+R_3^2)\right)}{(r_3+R_3)^2}(OA\cos\varphi)^2\right)\ddot\varphi - \frac{\left(m_2(r_3+R_3)^2 + m_3(\rho_3^2+R_3^2)\right)}{2(r_3+R_3)^2}OA^2\sin 2\varphi(\dot\varphi)^2 = M_Д.$$

Которое является:

- **Нелинейным,** так как в уравнение входит производная во второй степени;
- **Неоднородным,** так как имеет слагаемое, не зависящее от функций;
- **Второго порядка,** так как высший порядок производной равен двум;
- **С непостоянными коэффициентами,** так как коэффициенты перед угловой скоростью и ускорением изменяются в зависимости от угла.

Это **нелинейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с непостоянными коэффициентами** описывает движение кулисного механизма. Оно может быть проинтегрировано только численно, а также использовано для нахождения углового ускорения маховика в произвольном его положении.

Выражаем из него

$$\varepsilon_1(\varphi^* = \frac{\pi}{3}) = \frac{M_Д + \frac{\left(m_2(r_3+R_3)^2 + m_3(\rho_3^2+R_3^2)\right)}{2(r_3+R_3)^2}OA^2\sin 2\varphi(\dot\varphi)^2}{I_{пр}(\varphi)} = 10{,}4485\_\,рад/с^2.$$

Этап III. Определение сил

4.1. Определение реакций подшипника и кулисы в положении φ*

Определим реакцию подшипника на оси маховика и силу, приводящую в движение кулису с помощью принципа д`Аламбера, рассматривая движение маховика отдельно от других тел системы.

Маховик совершает вращательное движении. Внешними силами, помимо пары сил с моментом , на него действуют реакция подшипника и реакция кулисы (рис.3). Система сил инерции приводится к паре с моментом , направленным против вращения, т.к. оно ускоренное (рис.3).

Записывая условие уравновешенности плоской системы внешних сил

$$\sum F_{kx} = 0; \qquad X_O = 0,$$
$$\sum F_{ky} = 0; \qquad Y_O + N_A = 0,$$
$$\sum m_O\left(\vec{F}_k\right) = 0; \quad M_Д - M^Ф + N_{Ay} x_A = 0;$$

Находим

$$N_{Ay} = \frac{M^Ф - M_Д}{x_A} = \frac{I_1\ddot{\varphi} - M_Д}{x_A} = \frac{I_1\ddot{\varphi} - M_Д}{OA * \cos\varphi}.$$

При угле $\varphi^* = \dfrac{\pi}{3}$

$N_{Ay} = 62{,}7517;$

$X_O = 0;$

$Y_O = -N_{Ay} = -62{,}7517.$

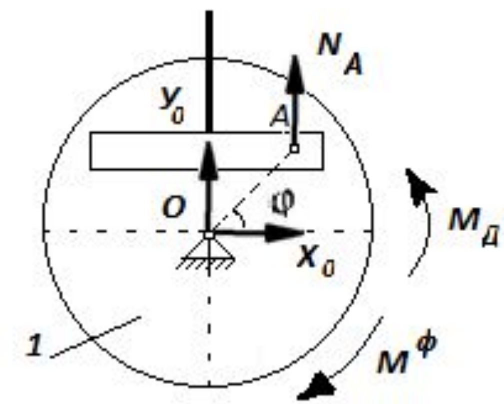


Рис.3

4.2. Определение силы, приводящей в движение кулису

Сила , приводящая в движение кулису, по третьему закону динамики равна реакции кулисы и направлена в противоположную сторону.

Таблица 2.

ω_1, рад/с	ε_1, рад/с^2	F_A, Н	X_O, Н	Y_O, Н
3,8617	10,4485	-62,7517	0	-62,7517