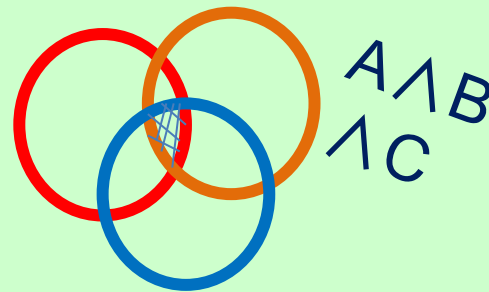
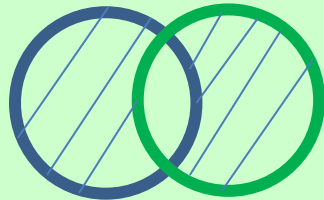


$A \vee B$



Элементы алгебры ЛОГИКИ.

2. Упрощение логических выражений

Законы логики

Закон

Закон тождества
Закон непротиворечия

Закон исключения третьего

Закон двойного отрицания

Законы де Моргана

Правило коммутативности

Правило ассоциативности

Правило

дистрибутивности
Законы включения констант

Закон поглощения

Закон исключения (склеивания)

Другие законы

Примеры

Задания

Закон тождества

Всякое высказывание тождественно самому себе:

$$A = A$$



Закон непротиворечия

Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. Если высказывание A — истинно, то его отрицание $\neg A$ должно быть ложным. Следовательно, логическое произведение высказывания и его отрицания должно быть ложно:

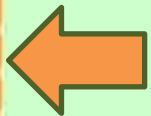
$$A \ \& \ \neg A = 0$$



Закон исключения третьего

Результат логического сложения
высказывания и отрицания его всегда
принимает значение истина:

$$A \vee \neg A = 1$$



Закон двойного отрицания

Двойное отрицание некоторое высказывание, равно исходному высказыванию:

$$\neg \neg A = A$$



Законы де Моргана

Отрицание дизъюнкции высказываний
равнозначно

конъюнкции отрицаний этих высказываний:

$$\neg(A \vee B) = \neg A \ \& \ \neg B$$

Отрицание конъюнкции высказываний
равнозначно

дизъюнкции отрицаний этих высказываний:

$$\neg(A \ \& \ B) = \neg A \ \vee \ \neg B$$



Правило КОММУТАТИВНОСТИ

В алгебре высказываний можно менять местами логические переменные при операциях логического умножения и логического сложения:

$$A \& B = B \& A$$

$$A \vee B = A \vee B$$

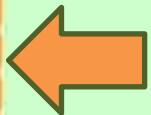
Правило ассоциативности

Можно пренебрегать скобками в логическом выражении, если в нем используются только операция логического умножения или только операция логического сложения:

Логическое умножение Логическое
сложение

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$



Правило

дистрибутивности

В алгебре логики за скобки можно выносить как общий множитель, так и общее слагаемое:

Дистрибутивность умножения
относительно сложения

$$(A \ \& \ B) \vee (A \ \& \ C) = A \ \& \ (B \ \vee \ C)$$

Дистрибутивность сложения относительно
умножения

$$(A \ \vee \ B) \ \& \ (A \ \vee \ C) = A \ \vee \ (B \ \& \ C)$$



Законы исключения констант

$$A \vee 1 = 1, \quad A \vee 0 = A;$$
$$A \wedge 1 = A, \quad A \wedge 0 = 0.$$



Закон поглощения

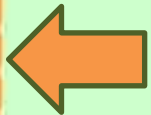
$$A \vee (A \wedge B) = A;$$

$$A \wedge (A \vee B) = A.$$



Закон исключения (склеивания)

$$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B) = B;$$
$$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee B) = B$$



Другие законы

$$A \Rightarrow B = \neg A \vee B;$$

$$\neg (A \Rightarrow B) = A \wedge \neg B$$

$$A \Leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$$

$$A \Rightarrow B = (\neg A \vee B) \wedge (A \Rightarrow B).$$

Примеры

Упростить логическое выражение:

$$(A \& B) \vee (A \& \neg B).$$

1. Воспользуемся правилом дистрибутивности и вынесем за скобки A :

$$(A \& B) \vee (A \& \neg B) = A \& (B \vee \neg B).$$

2. По закону исключенного третьего $B \vee \neg B = 1$, следовательно:

$$A \& (B \vee \neg B) = A \& 1 = A.$$



Примеры

Упростить логическое выражение:

$$(A \vee B) \& (A \vee C).$$

1. Раскроем скобки: $(A \vee B) \& (A \vee C) = A \& A \vee A \& C \vee B \& A \vee B \& C;$

3. Так как $A \& A = A$, следовательно:

$$A \& A \vee A \& C \vee B \& A \vee B \& C = A \vee A \& C \vee B \& A \vee B \& C;$$

4. В высказываниях A и $A \& C$ вынесем за скобки A и используя свойство $A \vee 1 = 1$, получим:

$$A \vee A \& C \vee B \& A \vee B \& C = A \& (1 \vee C) \vee B \& A \vee B \& C = A \vee B \& A \vee B \& C;$$

5. Аналогично предыдущему пункту вынесем за скобки

высказывание A :

$$A \vee B \& A \vee B \& C = A \& (1 \vee B) \vee B \& C = A \vee B \& C.$$

Задание 1

Упростить выражение $\neg(A \vee B) \wedge \neg C$

Преобразуем в соответствии с законом де Моргана:

$$\neg(A \vee B) \wedge \neg C = \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$$



Задание 2

Упростить выражение $\neg(A \vee B) \wedge \neg C$

Преобразуем в соответствии с законом де Моргана:

$$\neg(A \vee B) \wedge \neg C = \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$$



Задание 3

Упростить логическое выражение:

$$\neg(A \vee \neg B) \vee \neg(A \vee B) \vee A \& B$$

1. Раскроем инверсию сложных выражений, используя законы де Моргана:

$$\neg(A \vee \neg B) \vee \neg(A \vee B) \vee A \& B = \neg A \& B \vee \neg A \& \neg B \vee A \& B$$

2. Вынесем за скобки в первых двух слагаемых и используем закон исключения третьего $B \vee \neg B = 1$:

$$\neg A \& B \vee \neg A \& \neg B \vee A \& B = \neg A \& (B \vee \neg B) \vee A \& B = \neg A \vee A \& B$$

3. Применяем распределительный закон для операции «И» и еще раз закон исключения третьего $A \vee \neg A = 1$:

$$\neg A \vee A \& B = (\neg A \vee A) \& (\neg A \vee B) = \neg A \vee B$$

Источники литературы

[Законь логики <http://markx.narod.ru/bool/zaklog.htm>](http://markx.narod.ru/bool/zaklog.htm)

[Упрощение логических выражений](https://sites.google.com/site/marratashalogica/zakony-logiki/uprosenie-logiceskih-vyrazenij)

<https://sites.google.com/site/marratashalogica/zakony-logiki/uprosenie-logiceskih-vyrazenij>

Основы логики и логические основы компьютера http://mir-logiki.ru/log_zakoni

Спасибо за внимание