

ФИЗИКА

лекция

8



Уравнения Максвелла

1. *Ток смещения. Закон полного тока.*
2. *Вихревое электрическое поле.*
3. *Уравнения Максвелла для электромагнитного поля*
 - *уравнения Максвелла в интегральной форме;*
 - *материальные уравнения;*
4. *Свойства уравнений Максвелла.*
5. *Заключение*

Теория Максвелла

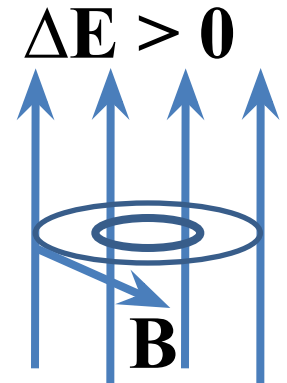
Анализируя связь между величинами электрического и магнитного поля и обобщая результаты опытов Эрстеда и Фарадея,

*Максвелл создал теорию
электромагнитного поля.*

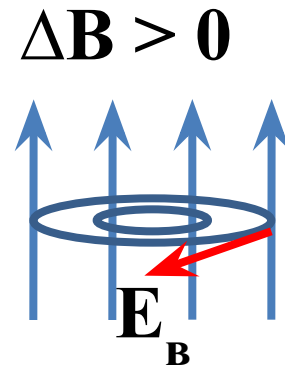
Теория Максвелла – теория близкодействия, согласно которой электрические и магнитные взаимодействия распространяются со скоростью, равной скорости света в данной среде.

В основе теории Максвелла
лежат два положения.

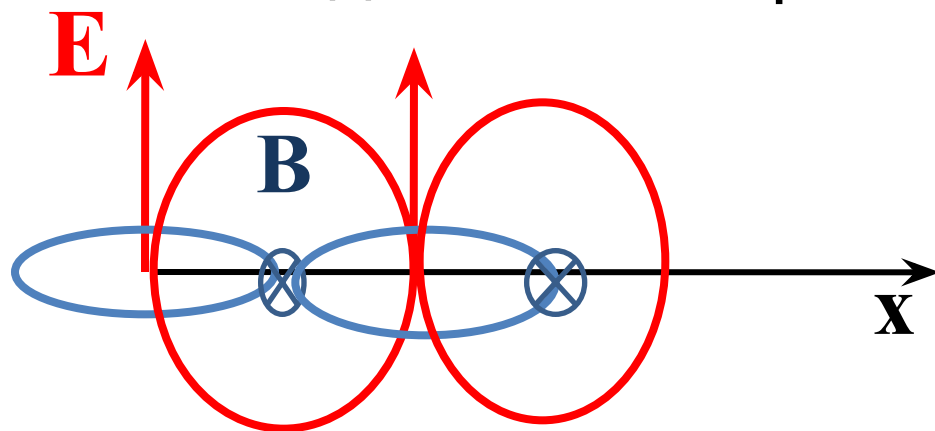
*1. Всякое переменное электрическое поле
порождает вихревое магнитное поле.*



*2. Всякое переменное магнитное поле
порождает вихревое
электрическое поле*



Силловые линии порождающего поля охвачены силовыми линиями порождаемого поля, в результате возникает система переменных электрических и магнитных полей. Это поле – проявление единого электромагнитного поля.



$$W_{\text{э/м}} = W_{\text{э}} + W_{\text{м}} \quad w_{\text{э/м}} = w_{\text{э}} + w_{\text{м}} = \frac{E^2 \epsilon_0 \epsilon}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}$$

В системе Максвелла решается основная задача электродинамики - по заданному распределению зарядов и токов определяются характеристики их электрических и магнитных полей

Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля в интегральной форме имеет вид:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon}$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \int_S \left(\vec{j} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

Электрическое поле создают.

1. Электрические заряды $\oint_S \vec{E} dS = \frac{q}{\epsilon_0}$
2. Меняющиеся со временем магнитное поле.

$$\oint_L \vec{E}_B dl = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dS$$

• Магнитное поле создают:

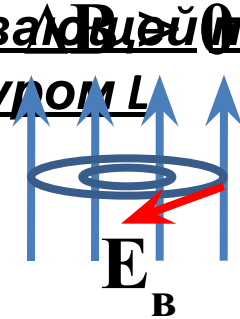
1. Проводники с током $\oint_L \vec{B} dl = \mu_0 \mu I$
2. Меняющиеся со временем электрическое поле

$$\oint_L \vec{B} dl = \mu_0 \int_S (\vec{j}_{\text{пр}} + \dot{\vec{D}}) dS \quad \vec{j}_{\text{см}} = \epsilon_0 \dot{\vec{E}} = \dot{\vec{D}}$$

Меняющееся со временем магнитное поле

ведет себя как вихревое электрическое поле, циркуляция которого E по замкнутому контуру равна потоку скорости изменения магнитной индукции B , пронизывающей площадь S , ограниченную замкнутым контуром L

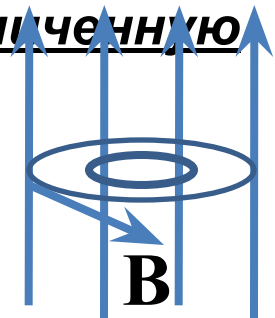
$$\oint_L E_B dl = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} dS$$



Меняющееся со временем электрическое поле

- ведет себя как вихревое магнитное поле, циркуляция которого B по замкнутому контуру равна потоку скорости изменения E , через площадь S , ограниченную замкнутым контуром L

$$\oint_L H dl = \int_S \left(j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS$$



Вихревое электрическое поле

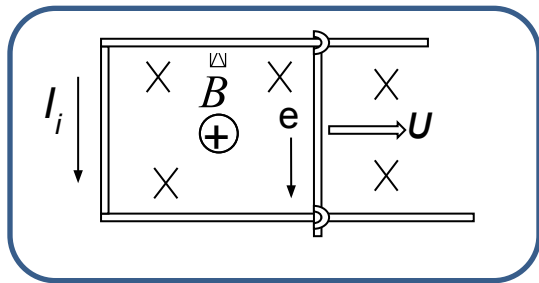
Из закона Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

следует: любое изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции приводит к возникновению электродвижущей силы индукции и вследствие этого появляется индукционный ток.

Природа возникновения ЭДС

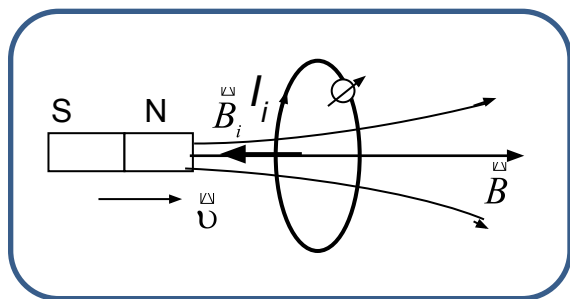
1. Возникновение ЭДС в подвижном контуре



При движении перемычки в магнитном поле на электроны будет действовать сила Лоренца. Возникает разность потенциалов

Причиной возникновения индукционного тока в подвижных проводниках является сила Лоренца.

2. неподвижный контур находится в переменном магнитном поле



Причиной возникновения ЭДС не может быть сила Лоренца, т.к. она не действует на неподвижные заряды

Сторонние силы не связаны ни с тепловыми, ни с химическими процессами в контуре.

Всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве переменное электрическое поле

Первое положение теории Максвелла

Первое положение уравнения Максвелла в интегральной форме является обобщенным законом электромагнитной индукции Фарадея в форме

$$\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{Bl} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Этот закон справедлив не только для проводящего контура, но и для любого замкнутого контура, мысленно выбранного в переменном магнитном поле.

Таким образом, с переменным магнитным полем, независимо от того, находятся в нем проводники или нет, неразрывно связано вихревое индуцированное электрическое поле.

$$\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

По Максвеллу, изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле (вихревое поле, циркуляция которого E по замкнутому контуру равна потоку скорости изменения B через площадь S , ограниченную контуром L

Свойства вихревого электрического поля

- Вихревое поле имеет совершенно иную структуру, нежели поле, создаваемое зарядами. Так как оно не создается зарядами, то силовые линии не могут начинаться и заканчиваться на зарядах, как это было в электростатике.
- Силовые линии вихревого поля замкнуты.
- Так как это поле перемещает заряды, вихревое поле - силовое поле
- Работа вихревого поля на замкнутом пути не равна нулю

Вихревое электрическое поле

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Циркуляция вектора напряженности *электростатического* поля

$$\oint_L \vec{E}_q d\vec{l} = 0$$

Циркуляция вектора напряженности *вихревого* поля

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = \varepsilon_i$$

$$\vec{E} = \vec{E}_B + \vec{E}_q$$



$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Первое уравнение
Максвелла

Это уравнение показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля

Второе положение теории

Максвелла

Меняющееся со временем электрическое поле

ведет себя как вихревое магнитное поле, циркуляция которого $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ по замкнутому контуру равна потоку скорости изменения \mathbf{E} , через площадь S , ограниченную замкнутым контуром L

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$$

Максвелл обобщил закон полного тока, предположив, что переменное электрическое поле, также, как и электрический ток, является

переменного электрического поля служит ток смещения $j = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$. Плотность тока смещения j – это скорость изменения вектора E в данной точке.

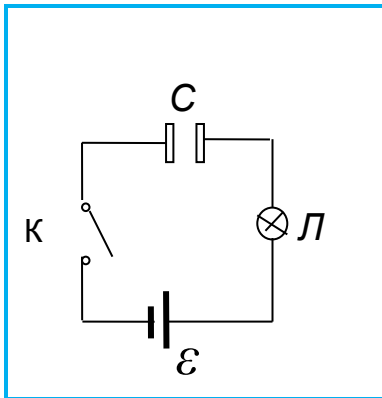
Ток смещения через произвольную поверхность S –

это физическая величина, равная потоку вектора плотности тока смещения через эту поверхность.

Ток смещения проходит через те участки, где нет проводников, например, между обкладками разряженного или заряжающегося конденсатора. Ток смещения не сопровождается выделением тепла (по закону Джоуля-Ленца) $Q = I^2 R \Delta t$, имеется везде, где есть переменное электрическое поле.

Ток смещения

Согласно Максвеллу, **если всякое магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля.**

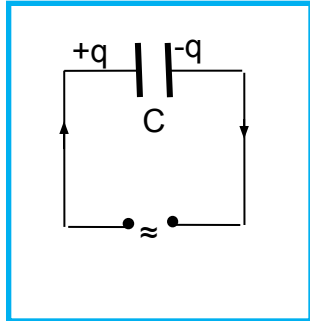


*Для установления количественных отношений между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем Максвелл ввел в рассмотрение так называемый **ток смещения**.*

Рассмотрим цепь постоянного тока, содержащую конденсатор.

Если замкнуть ключ, то лампа гореть не будет. Зазор между обкладками конденсатора – разрыв в цепи **постоянного** тока. Но в момент выключения лампа вспыхивает. Если взять прибор, регистрирующий магнитное поле, то в промежутке между обкладками обнаружится магнитное поле. Источником магнитного поля, как известно, является ток. Переменное электрическое поле порождает вихревое магнитное поле.

Ток смещения



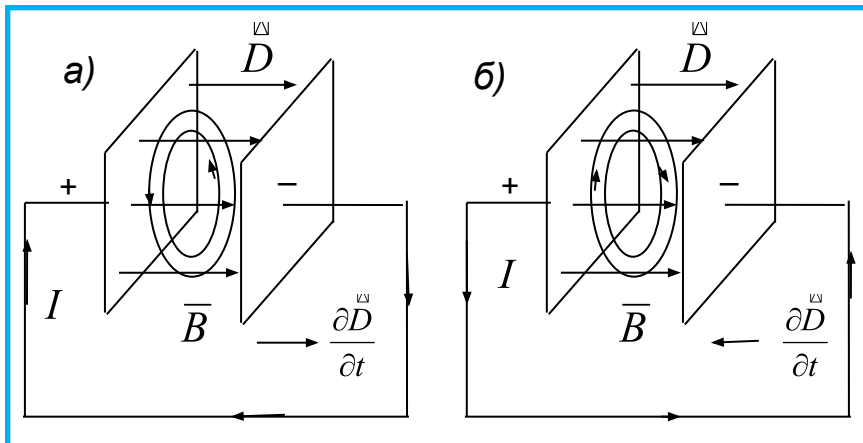
Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую конденсатор. *Между пластинами конденсатора заряды не могут перемещаться.*

Согласно Максвеллу, через конденсатор “протекают” **токи смещения**, причем в тех участках, где отсутствуют проводники.

Максвелл ввел **понятие плотность тока смещения**

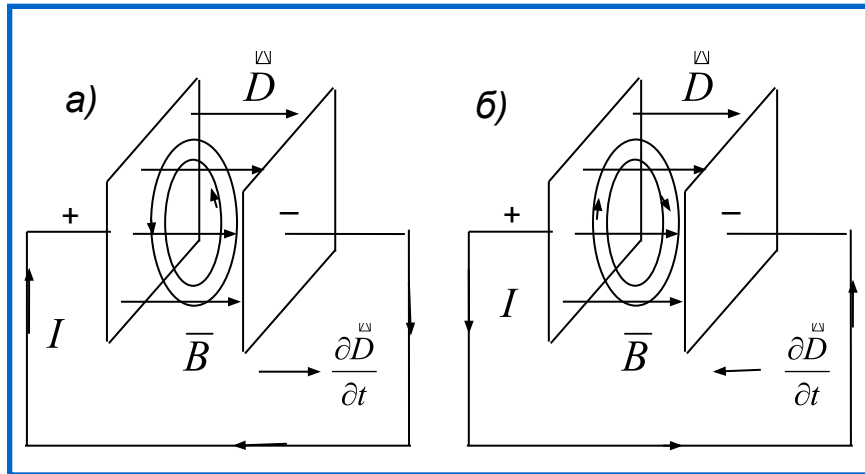
$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Рассмотрим, каково направление векторов плотностей токов проводимости и смещения.



При зарядке конденсатора (рис.а) ток течет от правой обкладки к левой, поле в конденсаторе усиливается ($\frac{\partial D}{\partial t} > 0$), направления векторов $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ и $\vec{j}_{см}$ совпадают.

Плотность тока смещения



При разрядке конденсатора (рис.б) ток течет от правой обкладки к левой, поле в конденсаторе ослабляется ($\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} < 0$), т.е. вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен против вектора \vec{D} . Однако вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен опять так же, как \vec{j} .

Таким образом, ток смещения (в вакууме или веществе) создает в окружающем пространстве магнитное поле (на рис. – штриховые линии)

$$\vec{j}_{см} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

$\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ - Плотность тока смещения в вакууме

$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ - Плотность тока поляризации

Закон полного тока

Так как числовые значения плотности тока смещения $j_{см}$ и плотности тока проводимости j равны, то линии плотности тока проводимости *внутри* проводника непрерывно переходят в линии плотности тока смещения *между обкладками* конденсатора.

Для того, чтобы ток был замкнут, вводится понятие *полного тока*, который включает в себя сумму тока проводимости и тока смещения

$$j_{полн} = j + \frac{dD}{dt} \quad \longrightarrow \quad \boxed{j}_{полн} = \boxed{j} + \frac{d\boxed{D}}{dt}$$

Плотность полного тока

Ток смещения – переменное электрическое поле;

Ток смещения, подобно току проводимости, порождает магнитное поле, силовые линии которого всегда замкнуты.

Теорема о циркуляции вектора \vec{H}

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции \vec{B}

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \mu I$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$$

$$I_{\text{полн}} = \int_S \vec{j}_{\text{полн}} d\vec{S}$$

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

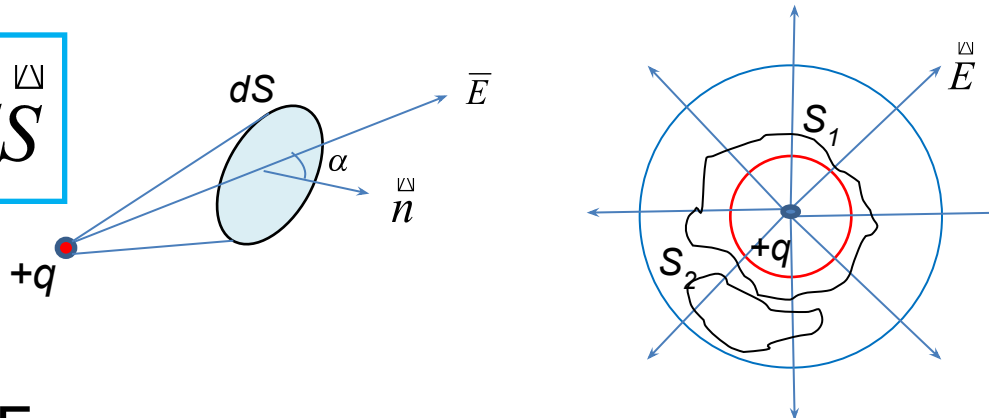
Второе уравнение
Максвелла

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями

Теорема Гаусса для вектора \vec{E}

Поток вектора напряженности электрического поля

$$d\Phi = \vec{E} d\vec{S}$$



$$[\Phi] = B\delta$$

Теорема Гаусса для электростатического поля

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon}$$

Третье уравнение
Максвелла

$$q = \oint_V \rho dV$$

Это – постулат Максвелла, выражающий закон создания электрических полей действием зарядов в произвольных средах.

Теорема Гаусса для вектора \vec{B}

$$\oint_S \vec{B} dS = 0$$

Четвертое уравнение
Максвелла

Четвертое уравнение отражает тот факт, что магнитных зарядов в природе нет.

Магнитное поле называют соленоидальным или вихревым.

Уравнения Максвелла в интегральной форме

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Первое уравнение показывает, что источником электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

Уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

Это – постулат Максвелла, выражающий закон создания электрических полей действием зарядов в произвольных средах.

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Магнитное поле не имеет стоков и истоков, линии поля не имеют ни начала ни конца. Магнитное поле называют соленоидальным или вихревым.

Уравнения Максвелла – материальные уравнения

В систему уравнений Максвелла помимо указанных четырех входят еще три уравнения, которые называются материальными уравнениями.

Материальные уравнения описывают характеристики среды, в которой распространяется электромагнитная волна, а именно – наличие диэлектриков (ϵ) ферромагнетиков (μ), удельной проводимости (γ).

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

где ϵ_0 и μ_0 – соответственно электрическая и магнитная постоянные;
 ϵ и μ – соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости;
 γ - удельная проводимость вещества.

Уравнения Максвелла для стационарных полей

$(E = const; B = const)$

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Т.е. источниками электрического поля в данном случае являются только электрические заряды, а источниками магнитного — только токи проводимости. В данном случае электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что позволяет изучать отдельно *постоянные* электрические и магнитные поля.

Свойства уравнений Максвелла

Уравнения Максвелла линейны. Свойство линейности уравнений Максвелла непосредственно связано с принципом суперпозиции: если два каких-нибудь поля удовлетворяют уравнениям Максвелла, то это относится и к сумме этих полей.

Уравнения Максвелла содержат уравнение непрерывности, выражающее закон сохранения электрического заряда.

Уравнения Максвелла выполняются во всех инерциальных системах

отсчета. Уравнения Максвелла инвариантны по отношению к преобразованиям Лоренца. Вид уравнений не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Из принципа относительности Эйнштейна вытекает, что отдельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет относительный смысл.

Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это обусловлено тем, что в природе существуют электрические заряды, но не обнаружены магнитные.

Из уравнений Максвелла следует, что электромагнитное поле способно существовать самостоятельно – без электрических зарядов и токов. Изменение состояния этого поля имеет волновой характер. Поля такого рода называют **электромагнитными волнами.** В вакууме они всегда распространяются со скоростью, равной скорости света.

Заключение

Какие выводы можно сделать, рассмотрев электрические и магнитные поля? Во многом эти поля сходны – выполняется принцип суперпозиции, силовое действие, влияние среды и др. Однако имеются принципиальные различия:

- *Электрическое поле создается как неподвижными, так и подвижными зарядами. Магнитных зарядов в природе нет. Магнитное поле создается только движущимися электрическими зарядами и действует только на движущиеся заряды.*
 - *Характер поля: электростатическое поле – потенциальное (силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных). Магнитное поле - вихревое. Силовые линии замкнуты.*
- *Электрическое поле изменяет энергию заряженной частицы, магнитное поле – нет (изменяется только направление движения).*

Взаимодействие между электрическими зарядами в электрических и магнитных полях, а также между электрическими и магнитными полями является одним из четырех фундаментальных видов взаимодействия – *электромагнитного взаимодействия.*

Переменное электрическое и магнитное поля связаны друг с другом, образуя единое электромагнитное поле.

Направления векторов $d\mathbf{E}/dt$ и \mathbf{B} образуют правовинтовую систему, а $d\mathbf{B}/dt$ и \mathbf{E} - левовинтовую. Это различие является необходимым условием существования устойчивого электромагнитного поля.

Если бы знаки были одинаковы, то даже бесконечно малое увеличение одного из них вызвало бы неограниченное возрастание обоих полей, а бесконечно малое их уменьшение, привело бы к полному исчезновению обоих полей.

Таким образом, меняющееся со временем магнитное поле уже не является чистым магнитным полем, а содержит в себе еще и электрическое поле, неразрывно с ним связанное, им созданное.