

ТЕРБЕЛІСТЕР

- Тербелістердің жалпы сипаттамалары
- Еркін гармоникалық тербелістердің дифференциалдық теңдеуі
- Өшетін тербелістердің дифференциалдық теңдеуі
- Бірбағыттағы тербелістердің қосылуы
- Өзара перпендикуляр тербелістердің қосылуы

Тербеліс түрлері

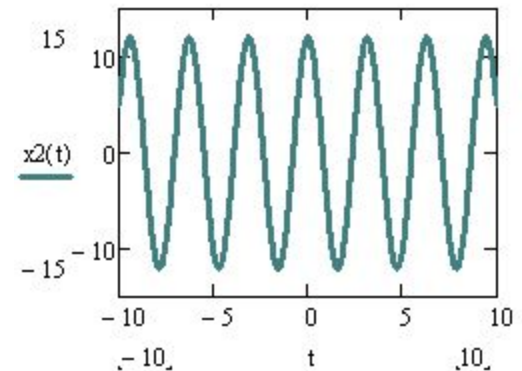
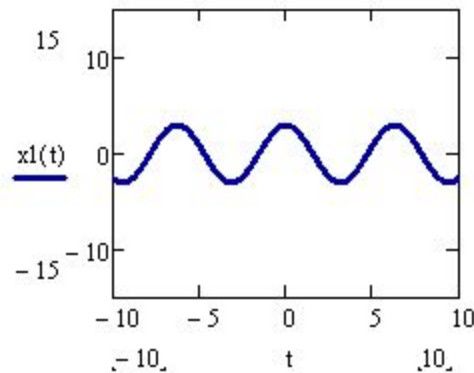
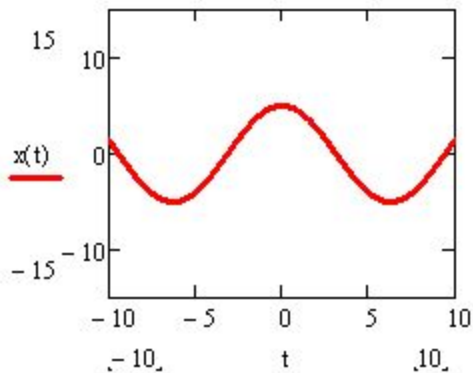
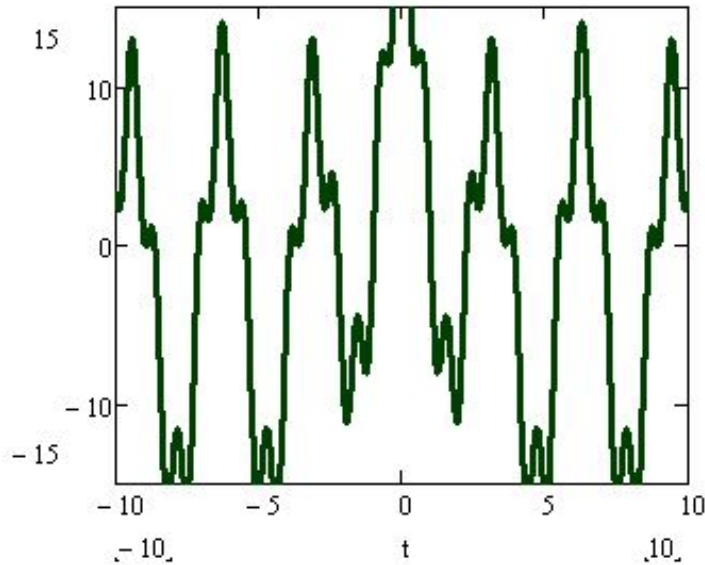
- *Еркін*
- *Еріксіз*
- *Автотербелістер*

Гармоникалық тербелістер деп, синус немесе косинус заңымен жүретін тербелістерді атайды.

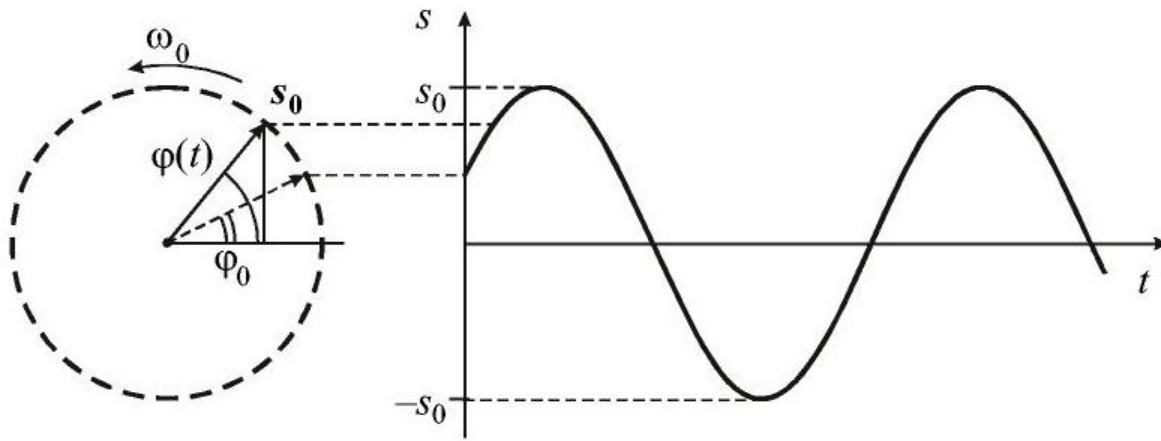
$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

**Фурье теоремасы
бойынша кез келген
периодтық тербелісті
мына түрде көрсетуге
болады:**

$$x = \sum_{k=1}^N A_k \cos(k\omega + \varphi_k)$$



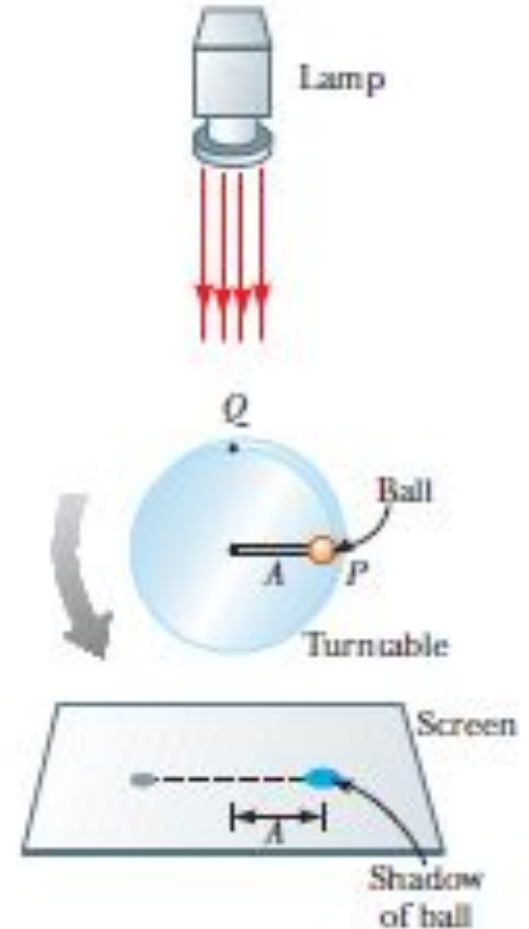
Гармониялық тербелістер



$$s = s_0 \cos \varphi$$

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

$$s = s_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$



ЖАЛПЫ СИПАТТАМАЛАРЫ

амплитуда

циклдік жиілік

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

бастапқы фаза

$(\omega t + \varphi_0) \longrightarrow$ *тербеліс фазасы*

$$\omega = 2\pi\nu$$

тербеліс периоды

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Гармоникалық тербелістердің пайда болу шарттары:

- *Серпімді немесе квазисерпімді қайтарушы күштің әсері;*
- *Үйкелістің өте аз болуы.*

Жылдамдық және үдеу:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = \dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) \quad v_{\max} = A\omega$$

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad a_{\max} = A\omega^2$$

ЕРКІН ГАРМОНИКАЛЫҚ ТЕРБЕЛІСТЕРДІҢ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУІ:

$$F = ma_x$$

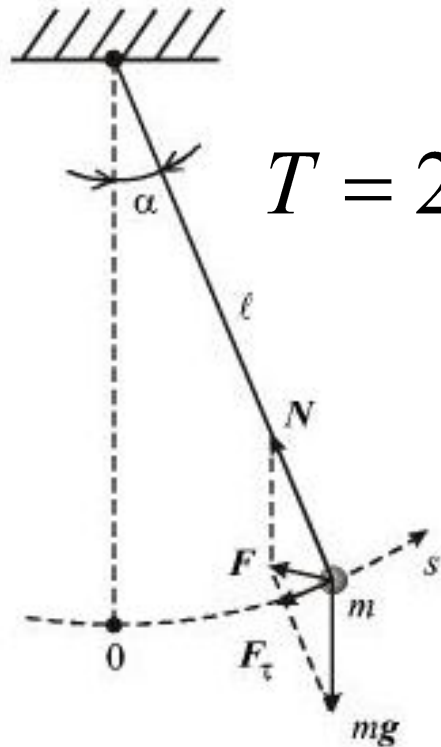
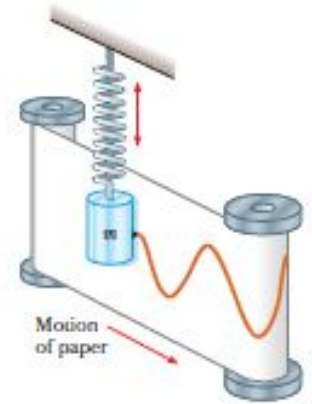
$$\frac{k}{m} = \omega_0^2$$

$$-kx = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\cancel{-kx} + \omega_0^2 x = 0$$

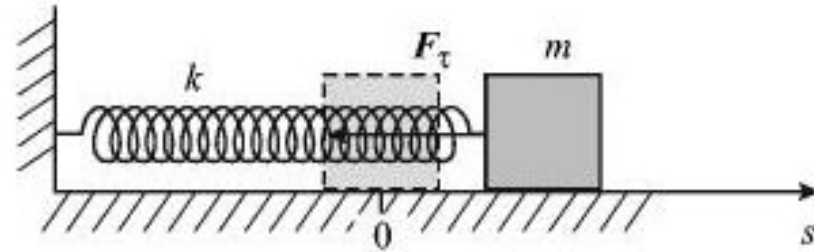
$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ СЕРПІМДІ МАЯТНИК

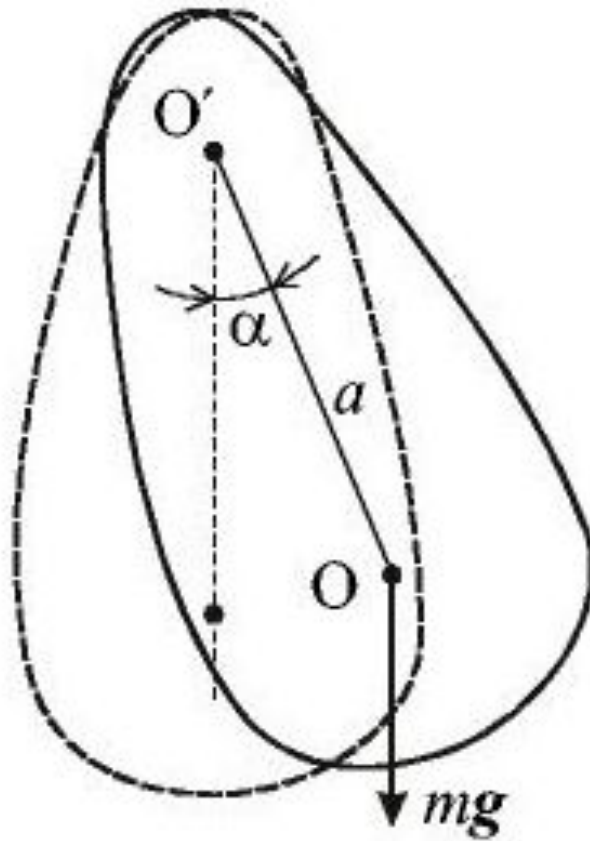


$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

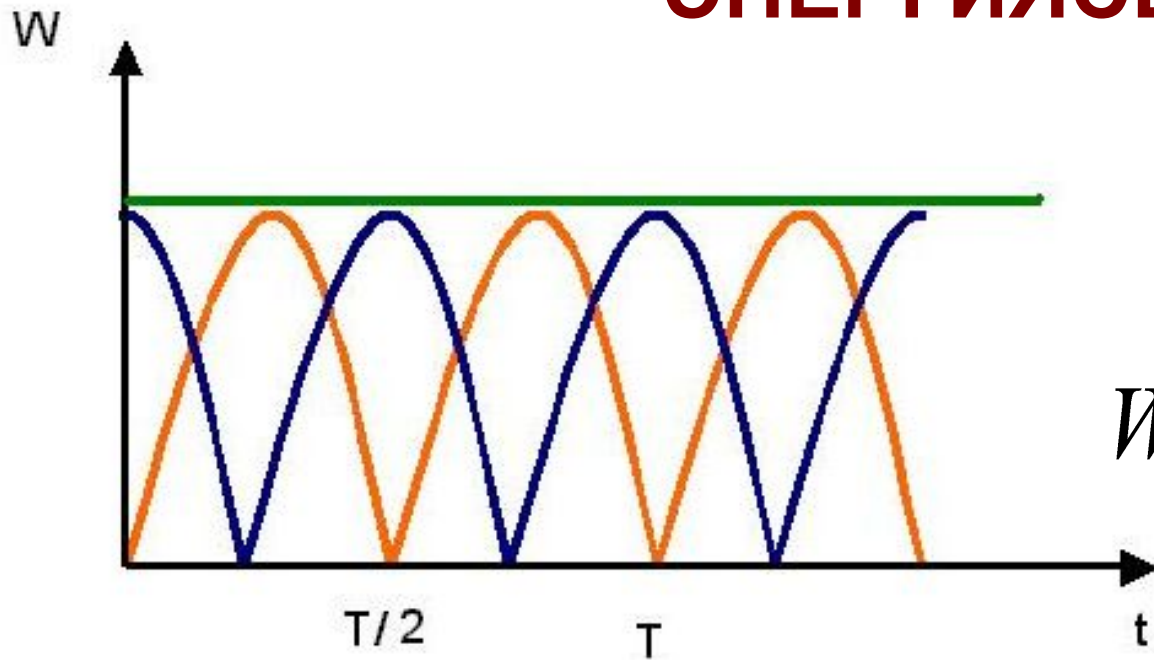


ФИЗИКАЛЫҚ МАЯТНИК



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}$$

МЕХАНИКАЛЫҚ ТЕРБЕЛІСТЕРДІҢ ЭНЕРГИЯСЫ



$$W = W_k + W_p$$

$$W = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$$W = \frac{m v_{\max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

- полная энергия
- потенциальная энергия
- кинетическая энергия

$$W = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$$

ТЕРБЕЛМЕЛІ КОНТУР

$$\sum_i U_i = \sum_k \varepsilon_k$$

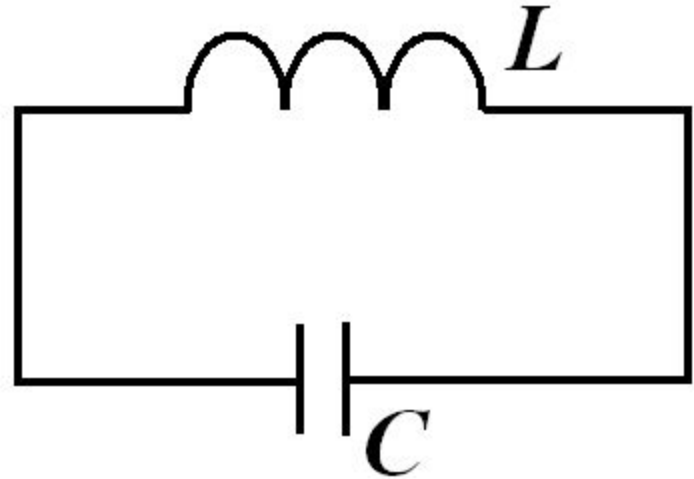
$$\frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \quad \frac{dI}{dt} = \ddot{q}$$

$$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$$

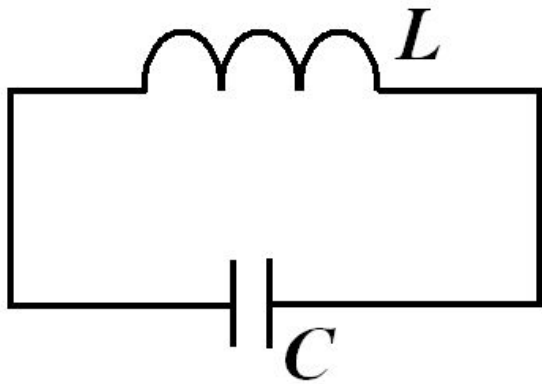
$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$



$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$$

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

ЭЛЕКТРОМАГНИТТІК ТЕРБЕЛІСТЕРДІҢ ЭНЕРГИЯСЫ



$$W = W_{\text{э}} + W_{\text{м}}$$

$$W = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}$$

$$W = \frac{CU_{\text{max}}^2}{2} = \frac{LI_{\text{max}}^2}{2}$$

ӨШЕТІН ТЕРБЕЛІСТЕР

$$F_{\hat{e}\hat{a}\hat{a}} = -r\nu$$

$$-kx - r\nu = ma$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

$$\cancel{x} + \frac{r}{m} \cancel{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\frac{r}{m} = 2\beta$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2$$

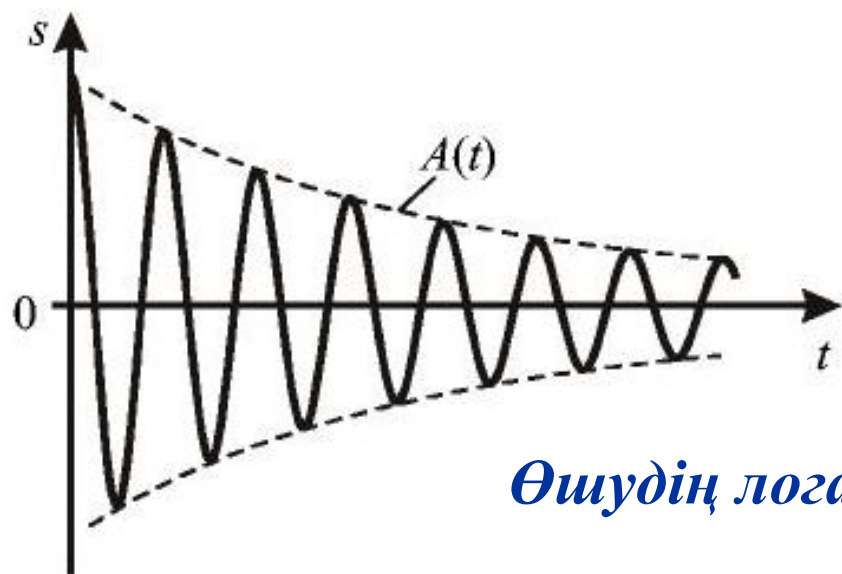
$$\cancel{x} + 2\beta \cdot \cancel{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0$$

өшетін тербелістер

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$$

$$A = A_0 e^{-\beta t}$$



Өшудің логарифмдік декременті

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T$$

ӨШЕТІН ТЕРБЕЛІСТЕР

$$\frac{A_2}{A_1} = e^{\beta\tau} = e^1 \quad \tau = \frac{1}{\beta} \quad \text{Релаксация уақыты}$$

Өшу коэффициенті – амплитуда e рет кішірейетін уақытқа кері шама.

Өшудің логарифмдік декременті – амплитуда e рет кішірейетін тербеліс санына кері шама.

$$\delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}$$

Тербелмелі контурдың жұмысының сапалылығын (төзімділігін) сипаттау – серпімділік күшінің үйкеліс күшінен қанша есе үлкен екенін көрсететін жүйедегі тербеліс өшуінің сандық сипаттамасы.

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi N$$

ЕРІКСІЗ ТЕРБЕЛІСТЕР

Сыртқы периодтық күш әсерінен пайда болатын тербелістерді еріксіз тербеліс деп атайды.

$$F = F_0 \cos \omega t$$

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$F_0 \cos \omega t - kx - r\dot{x} = ma$$

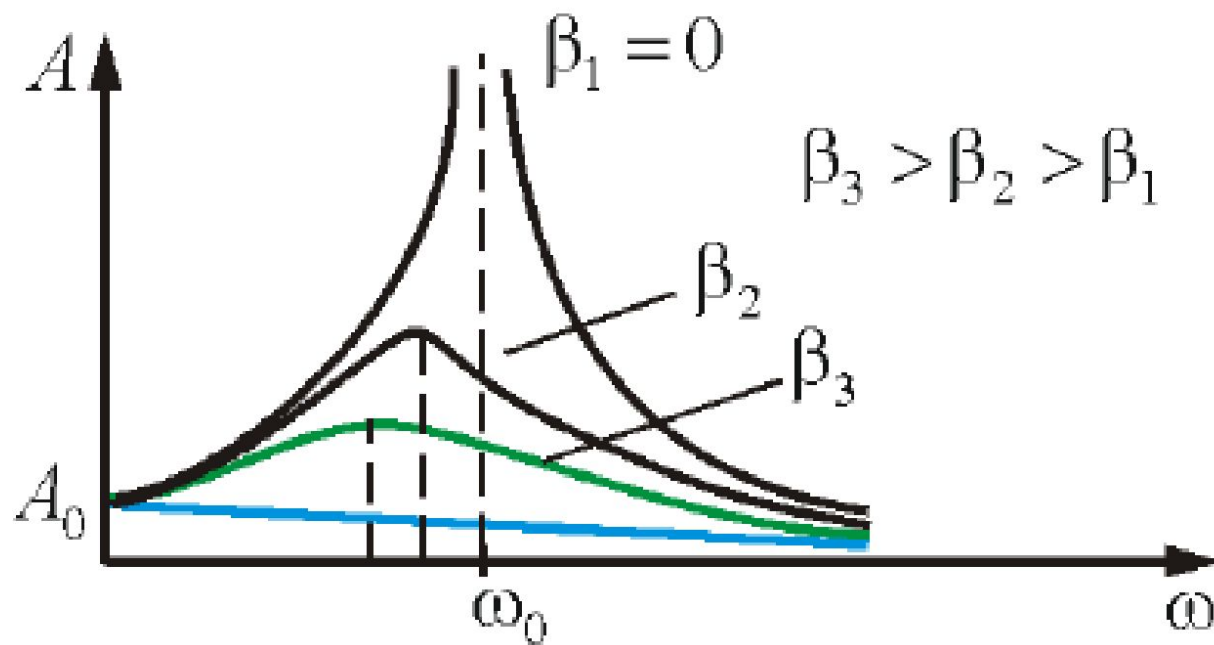
$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$$

$$\ddot{x} + \frac{r}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\beta\omega}$$

Еріксіз тербелістер еріксіз күш жиілігі әсерінен пайда болады.

РЕЗОНАНС



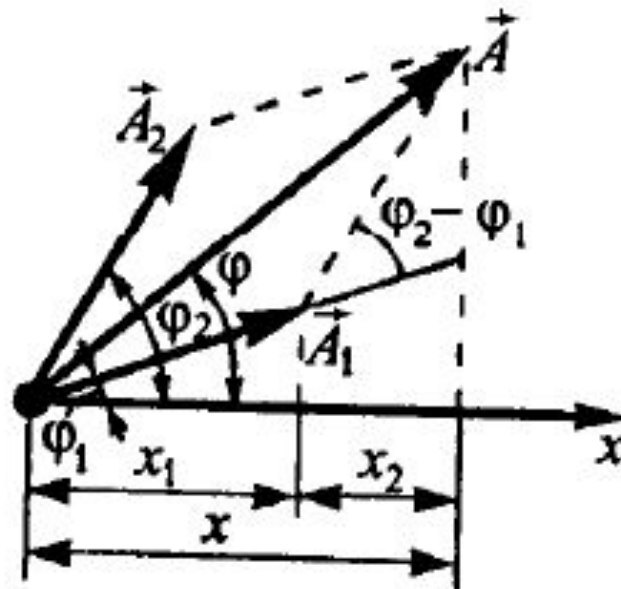
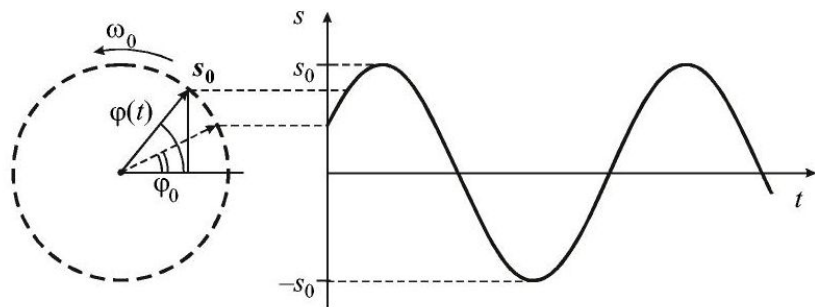
$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

БІРБАҒЫТТАҒЫ ТЕРБЕЛІСТЕРДІ ҚОСУ

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

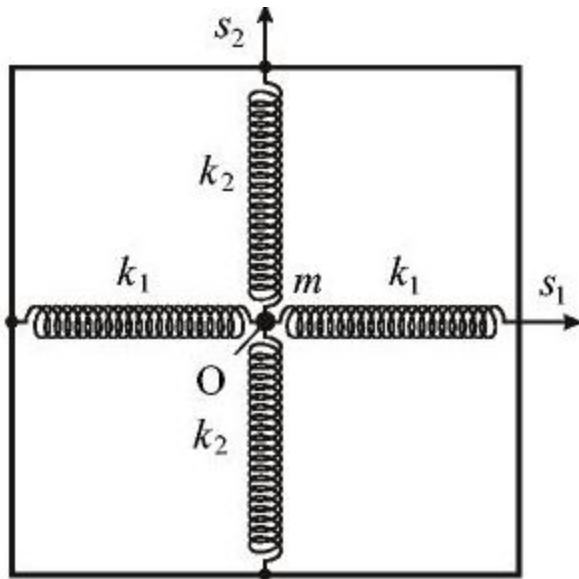


$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

ӨЗАРА ПЕРПЕНДИКУЛЯР ТЕРБЕЛІСТЕР



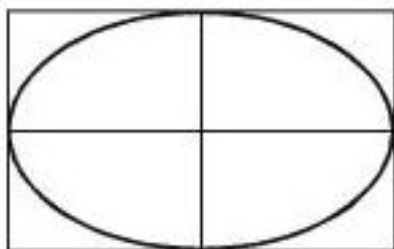
$$x = A_1 \cos(\omega t)$$
$$y = A_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi)$$

$$\Delta\varphi = 0$$

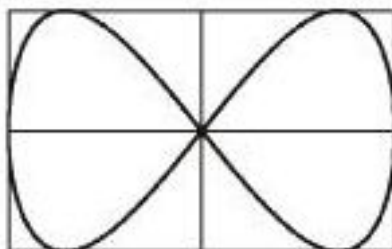
$$y = \frac{A_2}{A_1} x$$

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t) = \left(\frac{x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_2}\right)^2 = 1$$

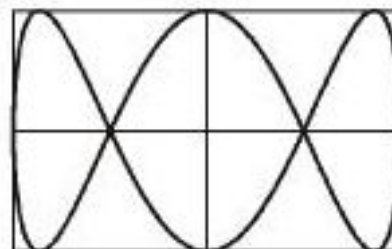
ЛИССАЖУ ФИГУРАЛАРЫ



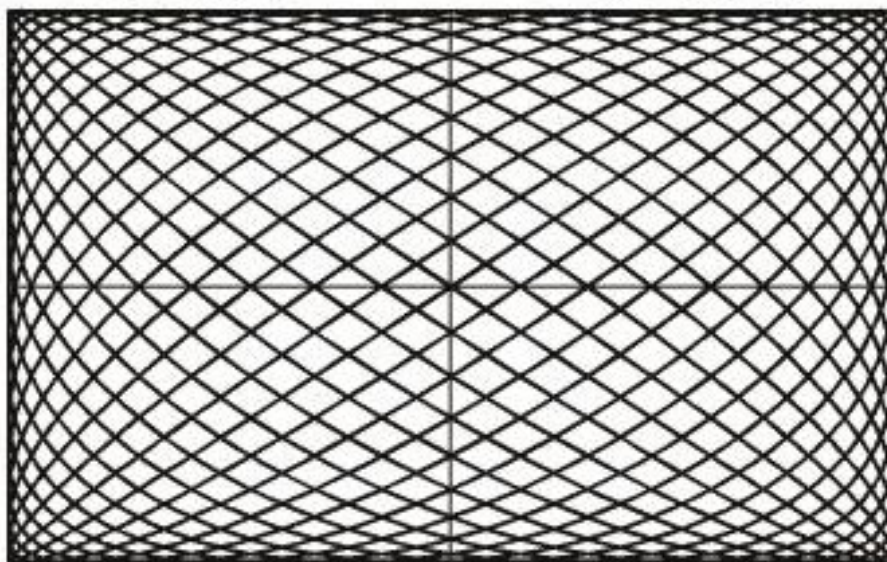
$m = 1, n = 1$



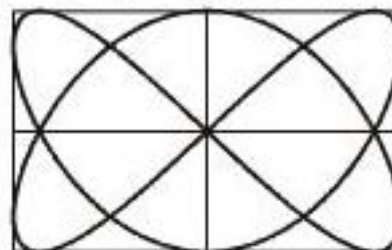
$m = 1, n = 2$



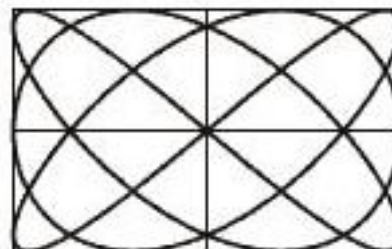
$m = 1, n = 3$



$m = 19, n = 20$



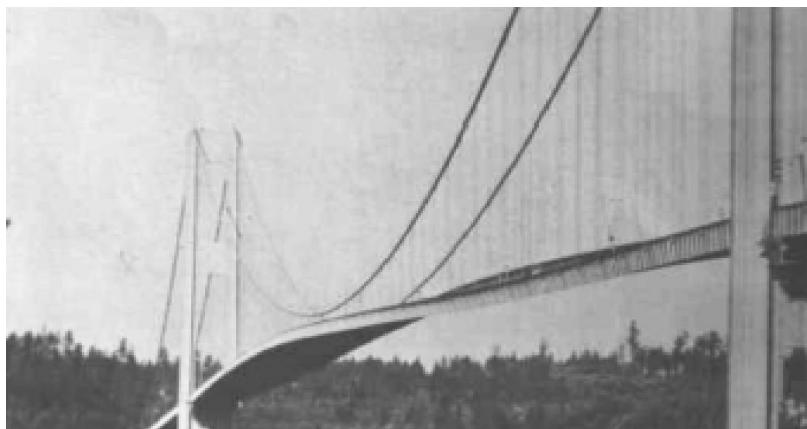
$m = 2, n = 3$



$m = 3, n = 4$



Толқын-тербелістің ортада таралу процесі



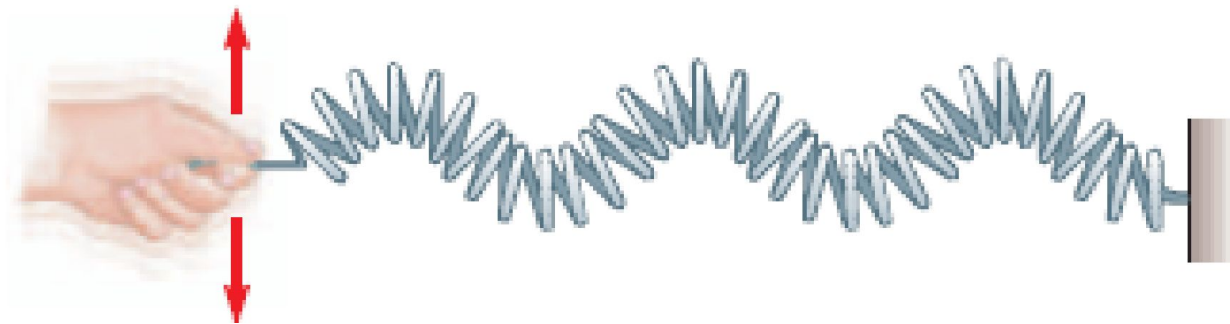


Толқынның негізгі қасиеті – зат тасымалынсыз энергия тасымалдануы

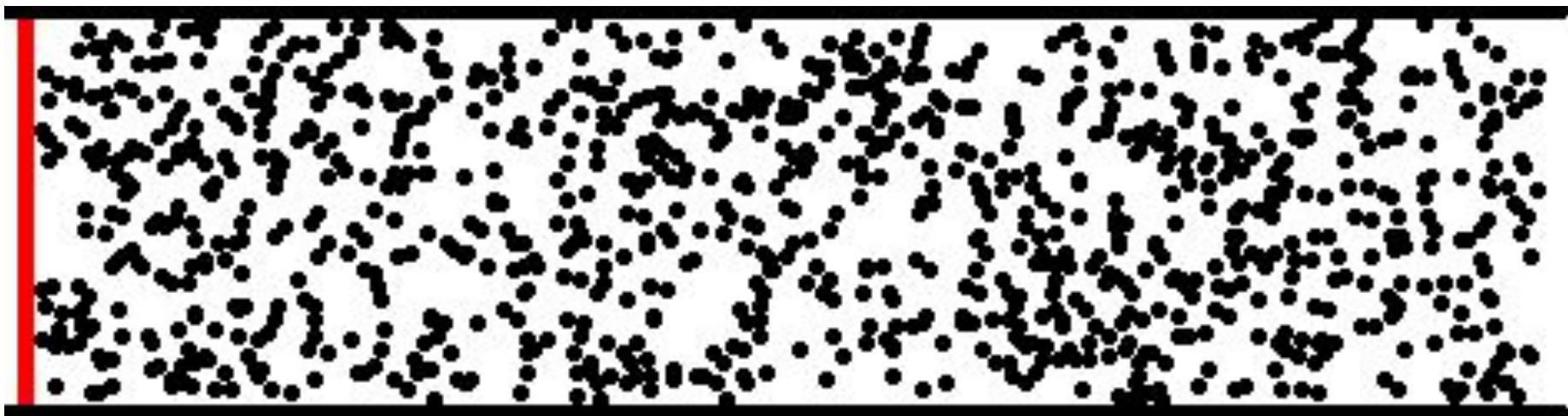
$$\lambda = \nu T = \frac{\nu}{\nu}$$



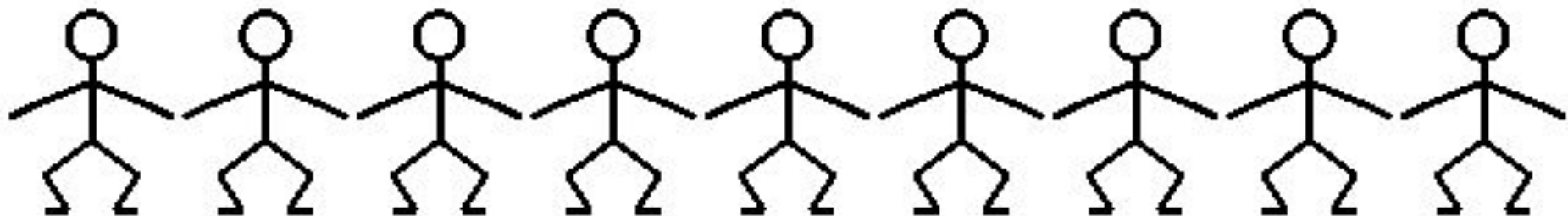
Толқындар көлденең және қума болады



Көлденең толқындар деп, тербеліс бағыты
толқынның таралу бағытымен сәйкес келетін
толқындарды атайды.



Қума толқындар деп, тербеліс бағыты толқын бағытына перпендикуляр болатын толқындарды атайды.



© 2002, Dan Russell

ТОЛҚЫН ТЕҢДЕУІ

Толқын теңдеуі – тербелетін нүктенің оның координаталары мен уақытының функциясы ретінде анықтайтын қатынас.

$$\xi = A \cos \omega t$$

$$\xi(x, t) = A \cos \omega(t - \Delta t)$$

$$\Delta t = \frac{x}{v}$$

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

ТОЛҚЫН ТЕНДЕУІ

$$\xi(x, t) = A \cos\left(\omega t - \omega \frac{x}{v}\right) = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{x}{v}\right)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = k$$

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

$$k = \frac{\omega}{v}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} n$$

ТОЛҚЫНДЫҚ ТЕНДЕУ

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$