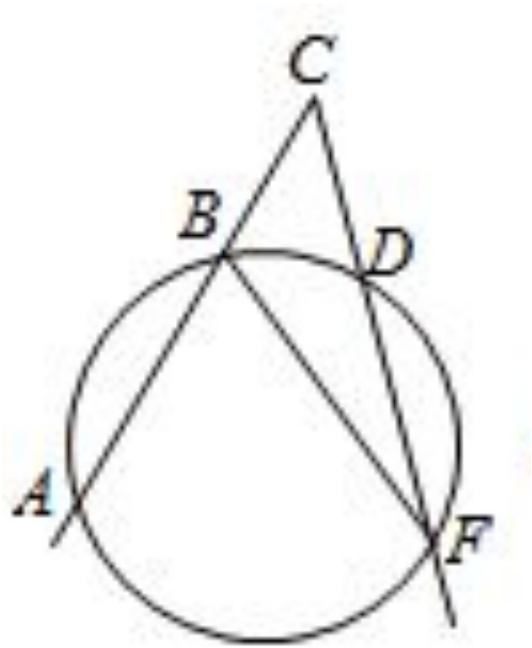
# СВОЙСТВА БИССЕКТРИСЫ УГЛА

**МОУ лицей г. Фрязино**

# СВОЙСТВА БИССЕКТРИСЫ УГЛА

- *Дано:* $AC$, $FC$ – секущие, $\cup\ AF = 140°$, $\cup\ BD = 52°$.
- *Найти:* $\angle\ ACF$.
- $\angle\ ABF = 70°$.
- $\angle BFD = 26°$.
- $\angle\ ACF = 44°$.

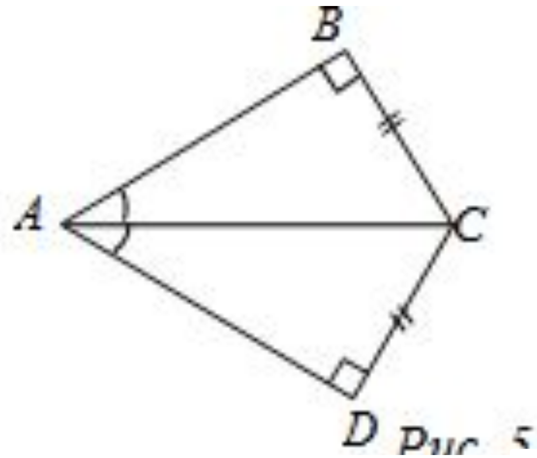


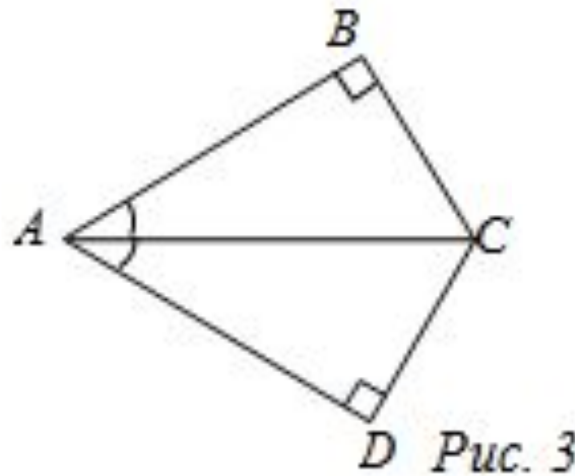

# СВОЙСТВА БИССЕКТРИСЫ УГЛА

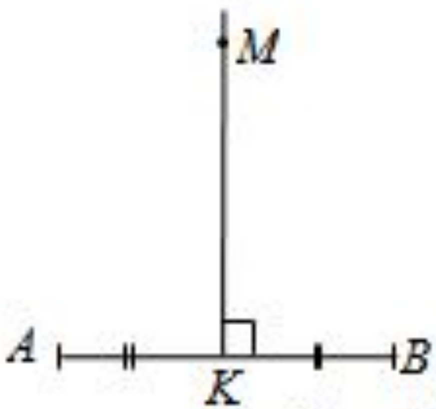
1. Доказать: $BC = DC$

2. Доказать: точка $M$ равноудалена от точек $A$ и $B$

3. Доказать: $AC$ – биссектриса $\angle BAD$




# СВОЙСТВА БИССЕКТРИСЫ УГЛА

**Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от его сторон.**

Обратно: **каждая точка, лежащая внутри угла и равноудаленная от сторон угла, лежит на его биссектрисе.**

# СВОЙСТВА БИССЕКТРИСЫ УГЛА

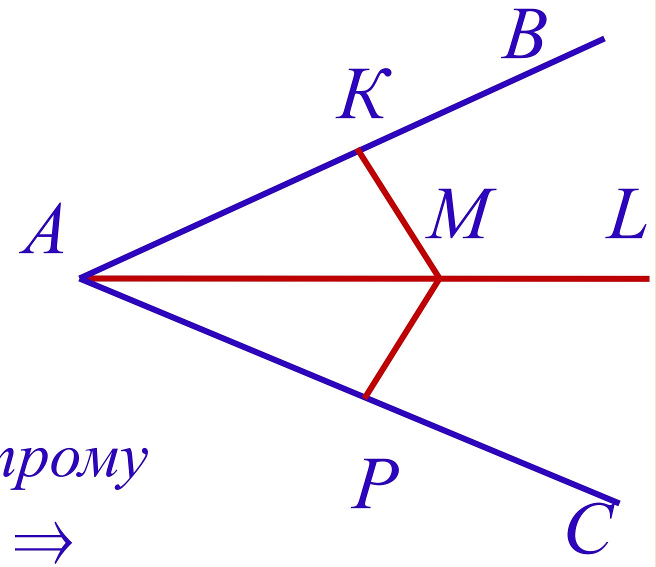
1) $\angle BAC$, $AL$ – *биссектриса угла*

$M \in AL$

$MK \perp AB$,

$MP \perp AC$

$\Delta AKM = \Delta APM$ *по гипотенузе и острому углу* ($AM$ – *общая*, $\angle KAM = \angle PAM$) $\Rightarrow$ $KM = PM$




2) $M$, $MK \perp AB$, $MP \perp AC$, $KM = PM$

$\Delta AKM = \Delta APM$ *по гипотенузе и катету* $\angle KAM = \angle PAM$, $AL$ – *биссектриса угла* $BAC$

# СВОЙСТВА БИССЕКТРИСЫ УГЛА

*БИССЕКТРИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА ПЕРЕСЕКАЮТСЯ В ОДНОЙ ТОЧКЕ.*

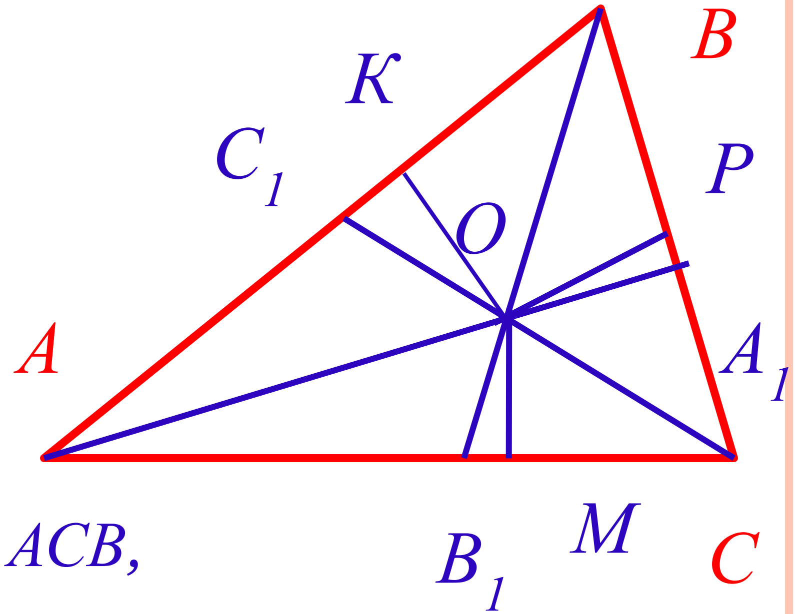
*$AA_1$ и $BB_1$ – биссектрисы углов,*
$AA_1 \cap BB_1 = O$

$AA_1$ : $OK \perp AB$, $OM \perp AC$

$BB_1$ : $OK \perp AB$, $OP \perp BC$

$OM = OK = OP$,

$OM = OP \Rightarrow CC_1$ – биссектриса $\angle ACB$,
$O \in CC_1$




***Вывод: точка пересечения биссектрис треугольника равноудалена от его сторон.***

## СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

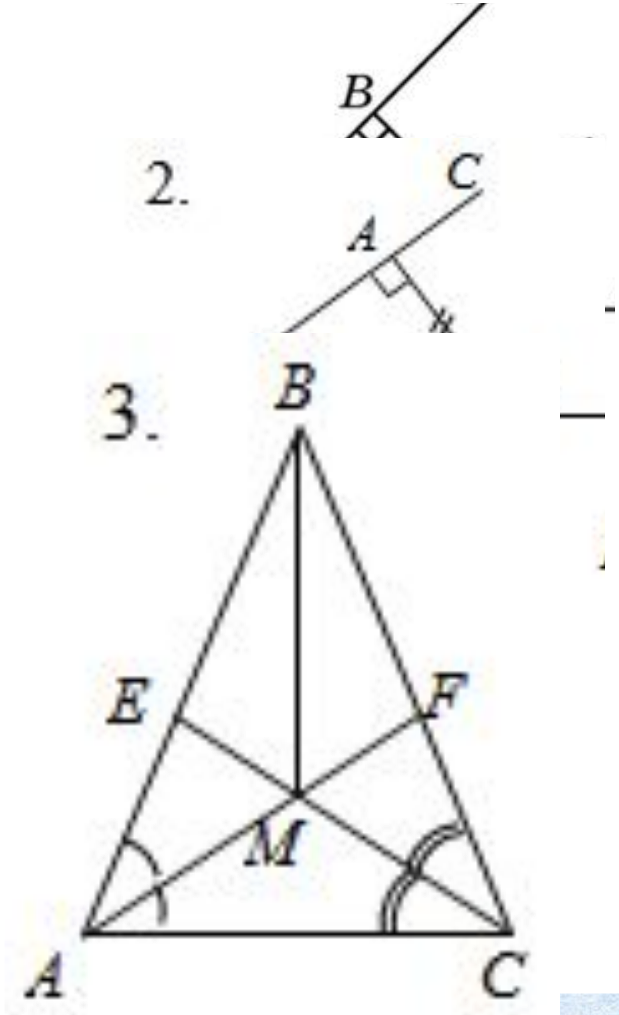
***1) Дано: BO = 4, OC = 5.***

***Найти: AC.***

***2) Найти: ∠ ADB.***

***3) Дано: AB = BC.***

***Доказать: BM ⊥ AC.***



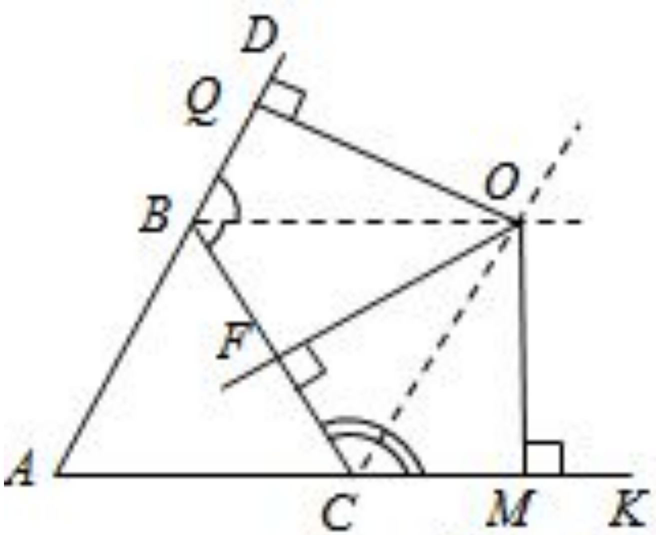

# СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

**№ 1.** *Дано:* $\Delta ABC$; $BO$, $CO$ – биссектрисы.

*Доказать:* $O$ – центр окружности;

$AB$, $AC$ и $BC$ – ее касательные.

*Доказательство:*




1) $BO$ – биссектриса $\angle\ CBD$

то $OQ \perp BD$ и $OF \perp BC$ и

$OQ = BD$ и $OF = BC$

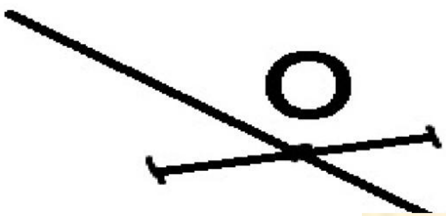
2) $CO$ – биссектриса $\angle\ BCK$, то $OF \perp BC$ и $OM \perp CK$ $OF = BC$ и $OM = CK$

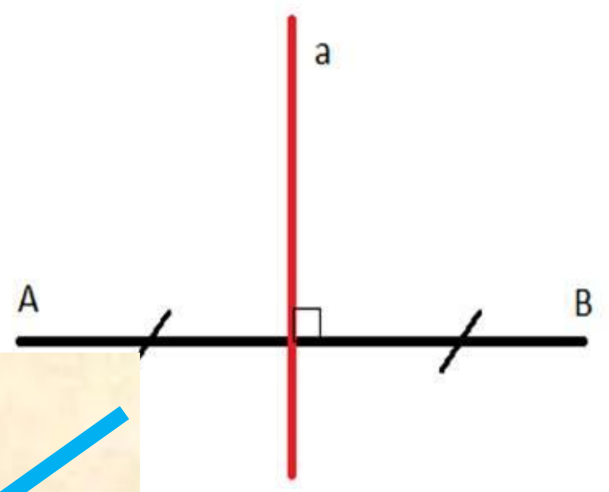
3) **Вывод:** $OQ = OF$ и $OF = OM \Rightarrow OQ = OF = OM$ – радиусы окружности с центром в точке $O$,

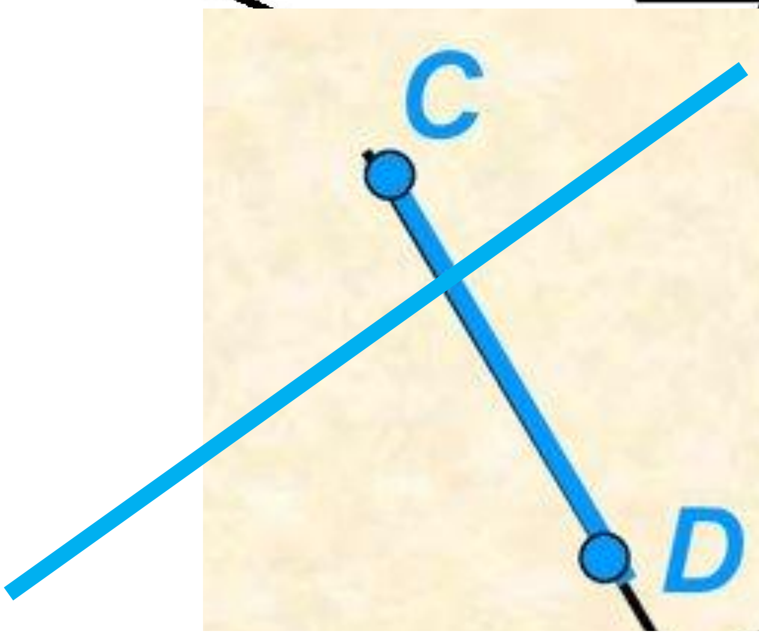
$AB$, $BC$, $AC$ – касательные (по определению)

# СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярная к нему.



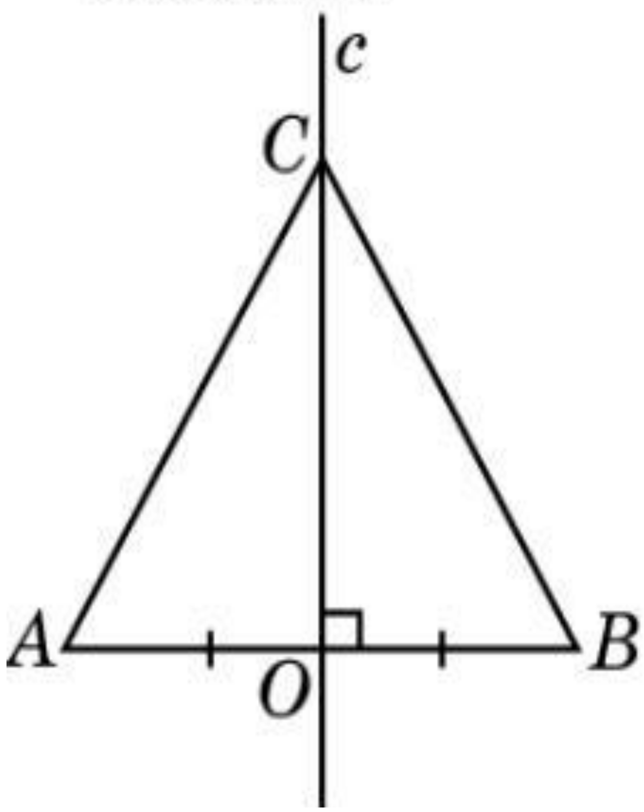




## СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка.

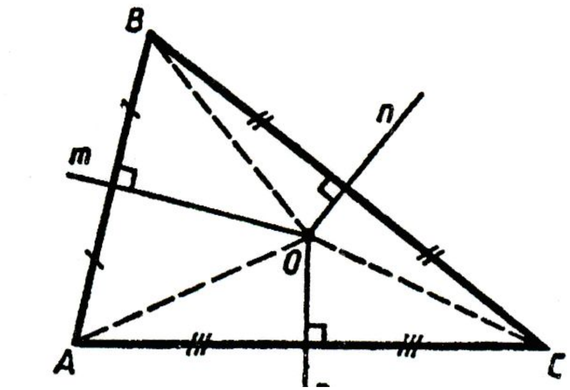
Обратно:  каждая точка равноудаленная от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.

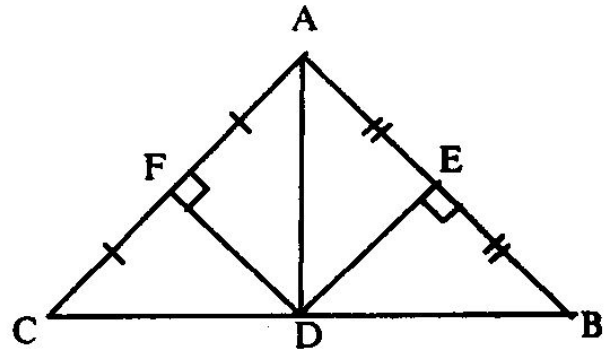


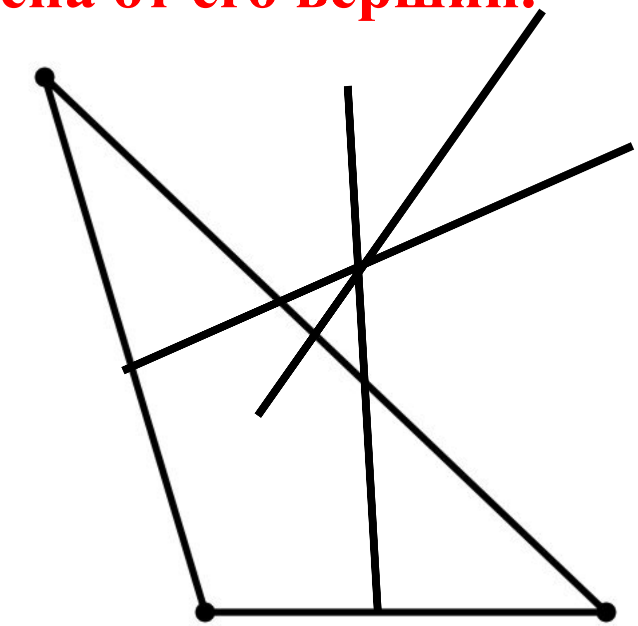

# СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

Следствие: серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.

**Точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника равноудалена от его вершин.**



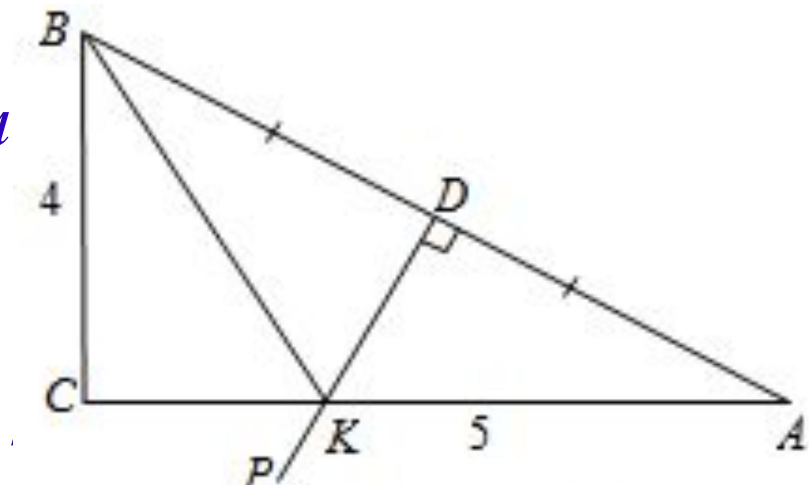



# ВЫСОТЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

*1) Дано: BC = 4см, AK = 5см*

*Найти: $P_{BKC}$, $P_{ABC}$.*

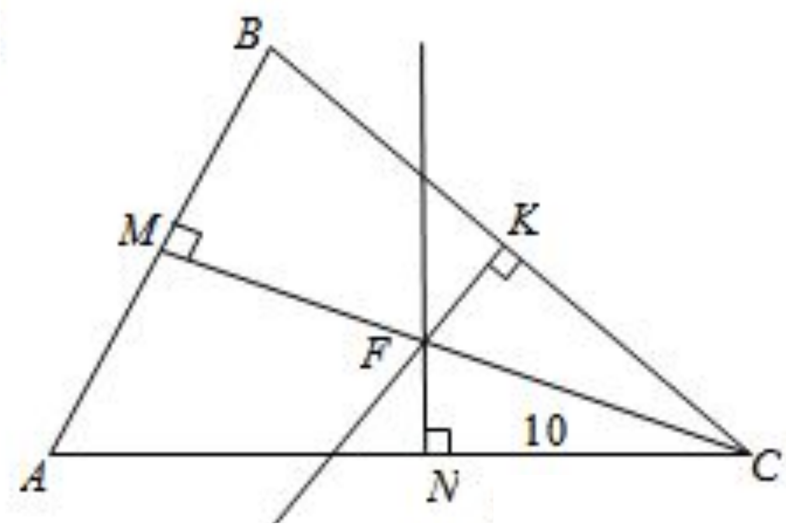
Ответ: 12; $12 + 4\sqrt{5}$.




*2) Дано: FK, FN серединные*

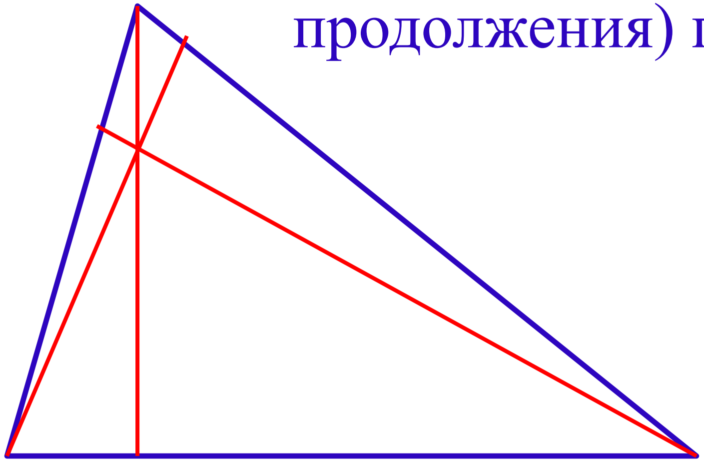
*AB = 16, CF = 10. Найти: расстояние от точки F до стороны AB.*

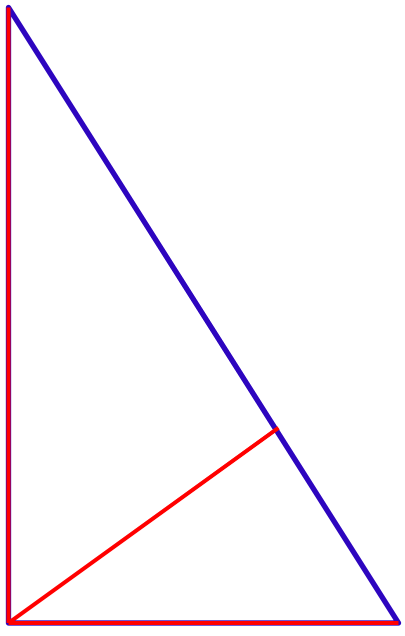
Ответ: 6

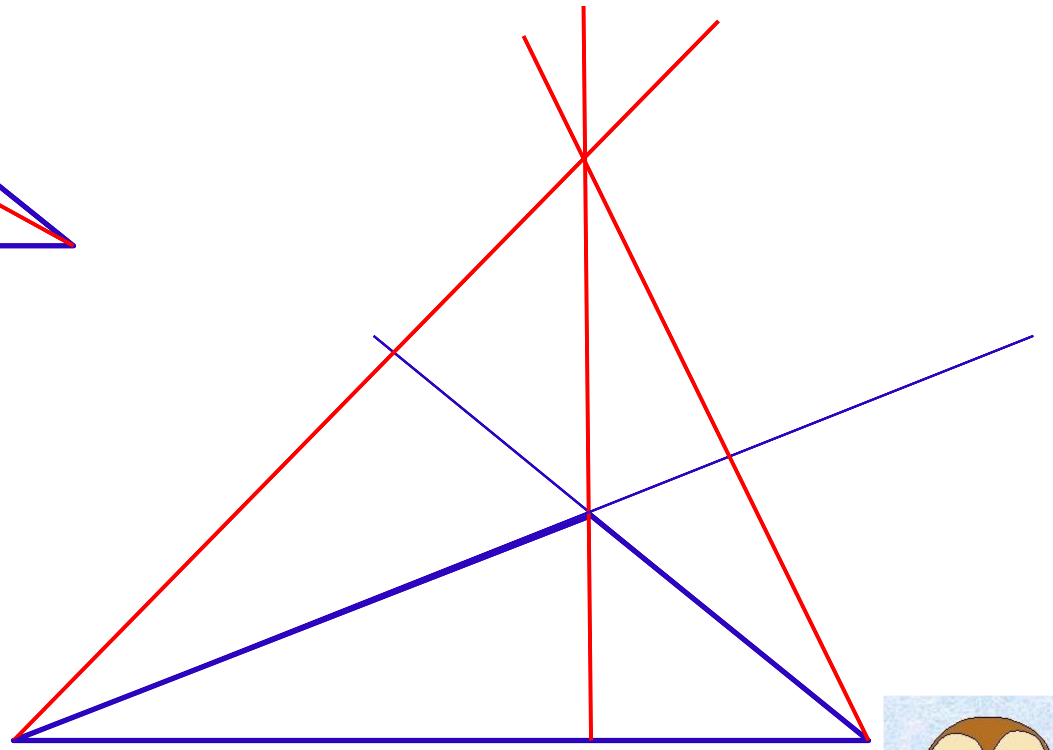



# ВЫСОТЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

***Теорема*.** Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке.







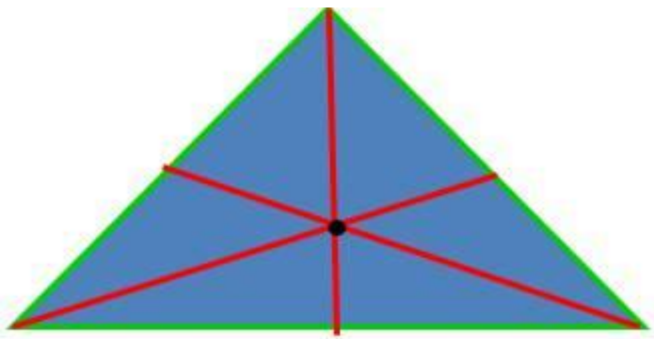
## *Четыре замечательные точки треугольника.*

1) Точка пересечения медиан треугольника.

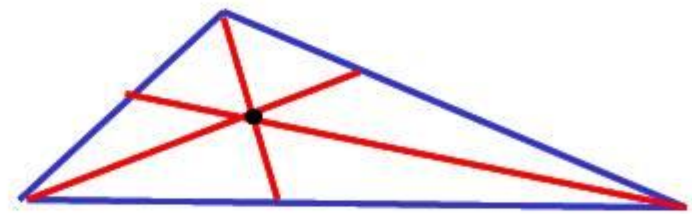
2) Точка пересечения биссектрис треугольника.

3) Точка пересечения серединных перпендикуляров.

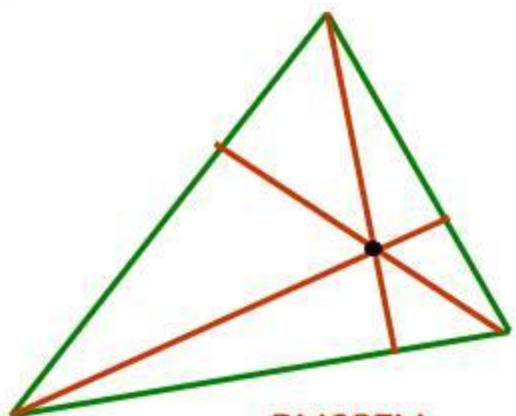
4) Точка пересечения высот треугольника



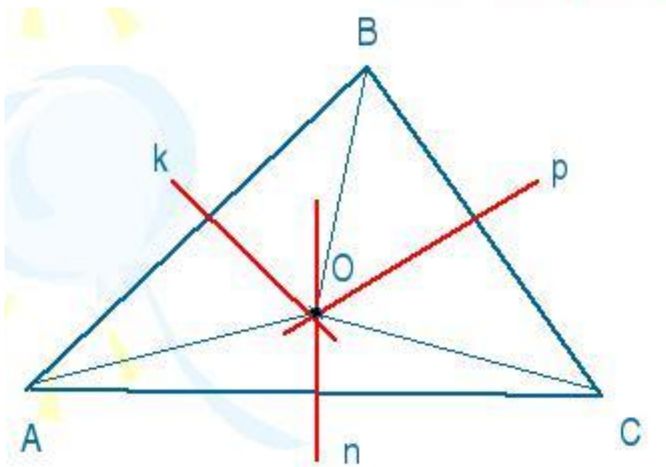
медианы



биссектрисы



высоты




# ***Спасибо за урок***