

**ОБЗОР СОВРЕМЕННОГО
СОСТОЯНИЯ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ**

А.Астапкович

Обобщенная структура системы управления



- ❑ Система управления – это устройство или набор устройств, предназначенных для обеспечения требуемого поведения объекта или объектов управления
- ❑ В общем случае требуется система управления класса ММО (Multiple Inputs – Multiple Outputs)

Система управления авиалайнера

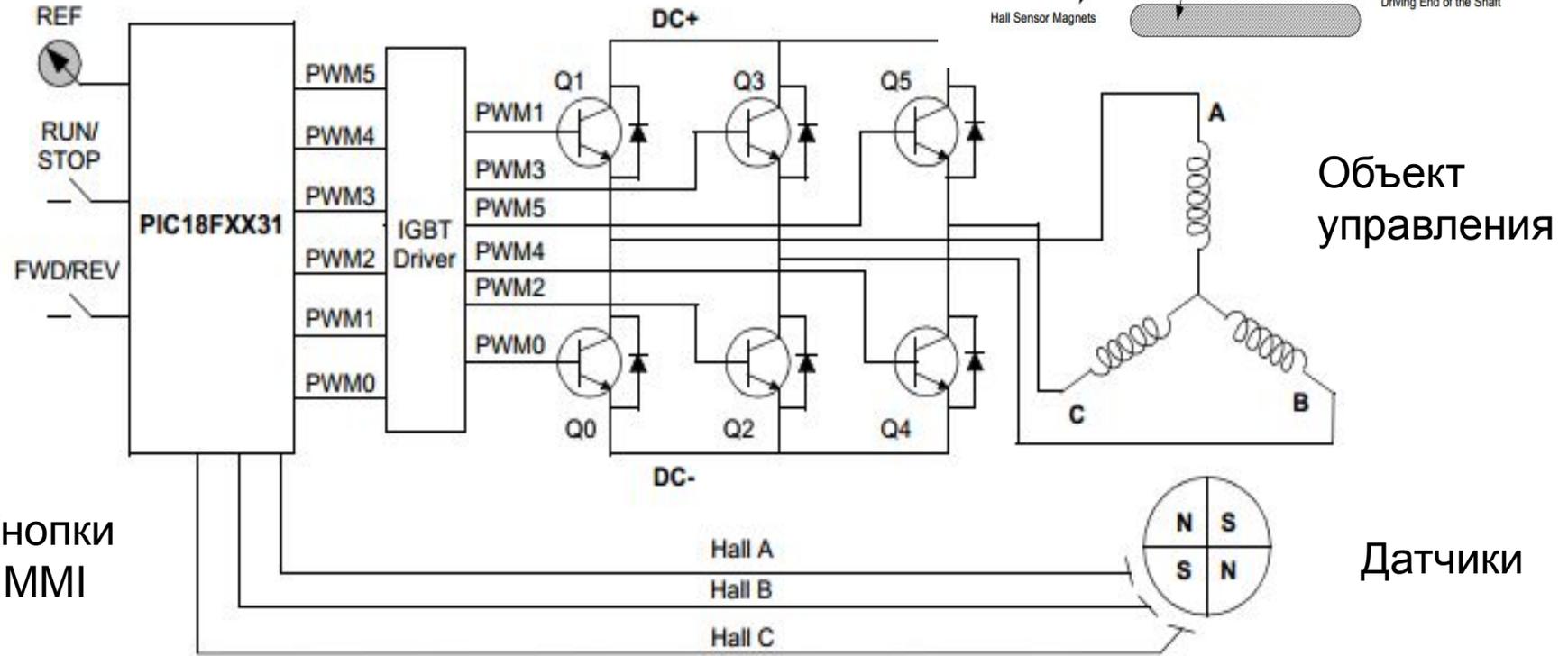
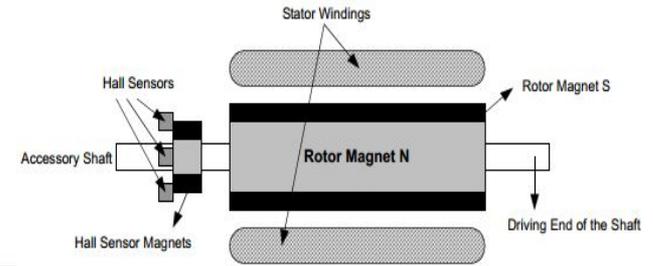


- Подсистема управления продольным наклоном (угол тангажа) пассажирского авиалайнера имеет два входа, два выхода, подвержена внешним случайным воздействиям и должна обеспечить выполнение команды пилота
- Для описания подсистемы требуется не менее 50 переменных
- Параметры подсистемы зависят от погодных условий, режима полета
- Как спроектировать систему управления ?

Управление электродвигателем

Контроллер

Устройство сопряжения
с объектом управления



Объект
управления

Датчики

Кнопки
MMI

- ❑ Летающие насекомые решают проблемы управления отличным от используемых человечества способами
- ❑ Эти решения многократно более эффективны по затратам на реализацию

- ❑ Птицы (и даже некоторые виды бабочек) успешно решают навигационные задачи без использования спутниковых технологий
- ❑ Системы управления адаптируемы на протяжении жизненного цикла



ЮБИЛЕЙНЫЙ КОНГРЕСС IFAC

Следующий этап в развитии теории управления подразумевает продвижение по двум направлениям :

- синтез классических теорий управления, теории информации и связи, теории вычислительных систем с целью решения проблемы синтеза оптимальных архитектурных решений
- разработке методов идентификации и моделирования систем управления при неполной информации о структуре объекта и его информационных потоках в условиях наличия адаптационных механизмов



International Federation of Automatic Control создана в 1957 и представляет собой ассоциацию национальных подразделений, представляющих профессиональные сообщества инженеров и ученых, занятых разработкой систем управления

Направления современных исследований

Многоканальные системы управления (MIMO Control)

*разработка принципов, методов реализации
управления в многоканальных системах*

Робастное управление (Robust Control), стохастическое управление (Stochastic Control)

разработка помехоустойчивых систем

Адаптивное управление (Adaptive Control)

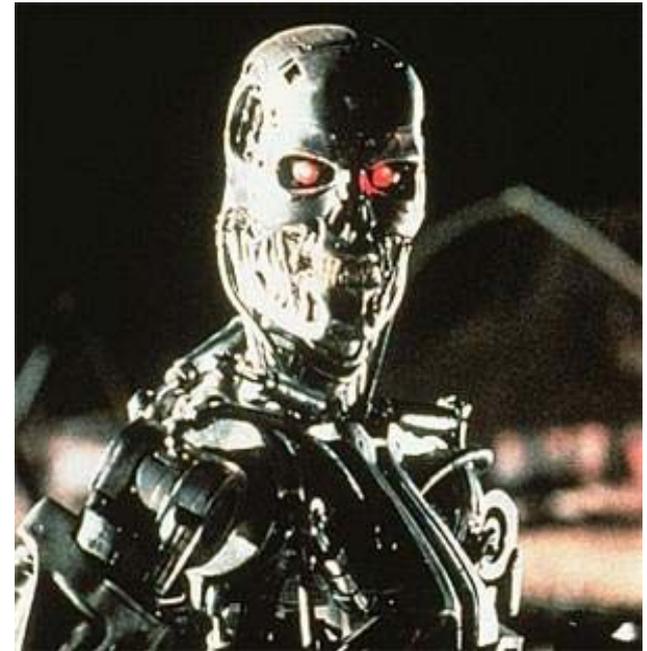
*адаптация системы управления в процессе
эксплуатации к изменению структуры объекта
и/или характера внешних воздействий*

Оптимальное управление (Optimal Control)

*многофакторная оптимизация управления, обеспечивающая как
минимизацию ошибки, так и затрат на реализацию управления*

Системы с нечеткой логикой, нейронные системы управления

настраиваемые и обучаемые системы



Классы систем управления

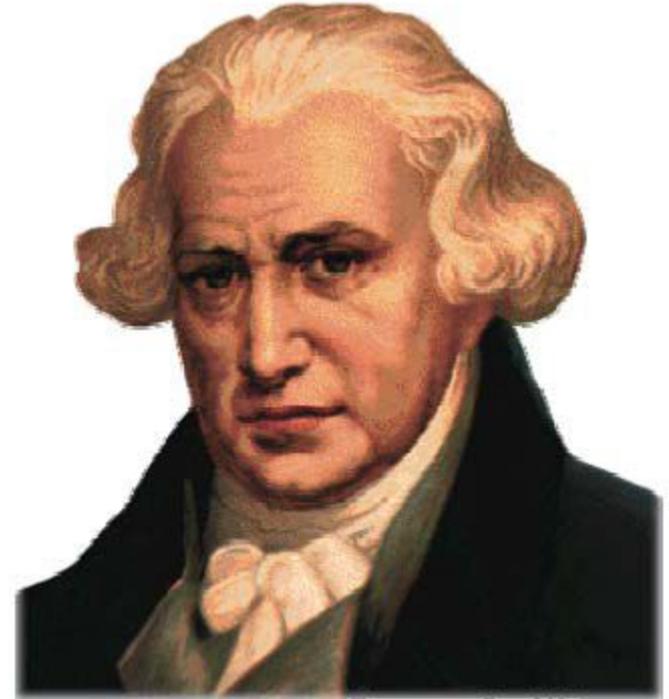
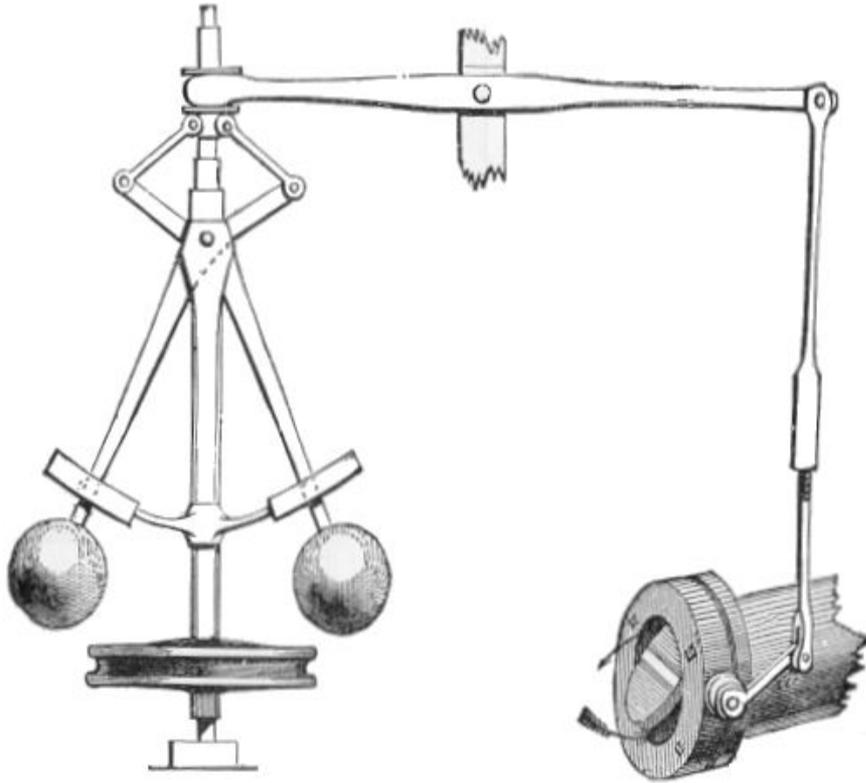


Системы управления
без обратной связью
(архаизм: системы
программного управления)



Системы управления
с обратной связью

Регулятор с обратной связью

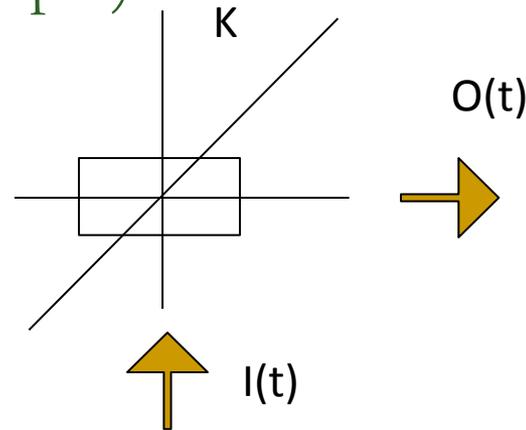


James Watt

- регулятор числа оборотов паровой машины с обратной связью

Линейная SISO система

- К настоящему времени хорошо изучены линейные системы с одним входом и одним выходом (SISO - single input single output)



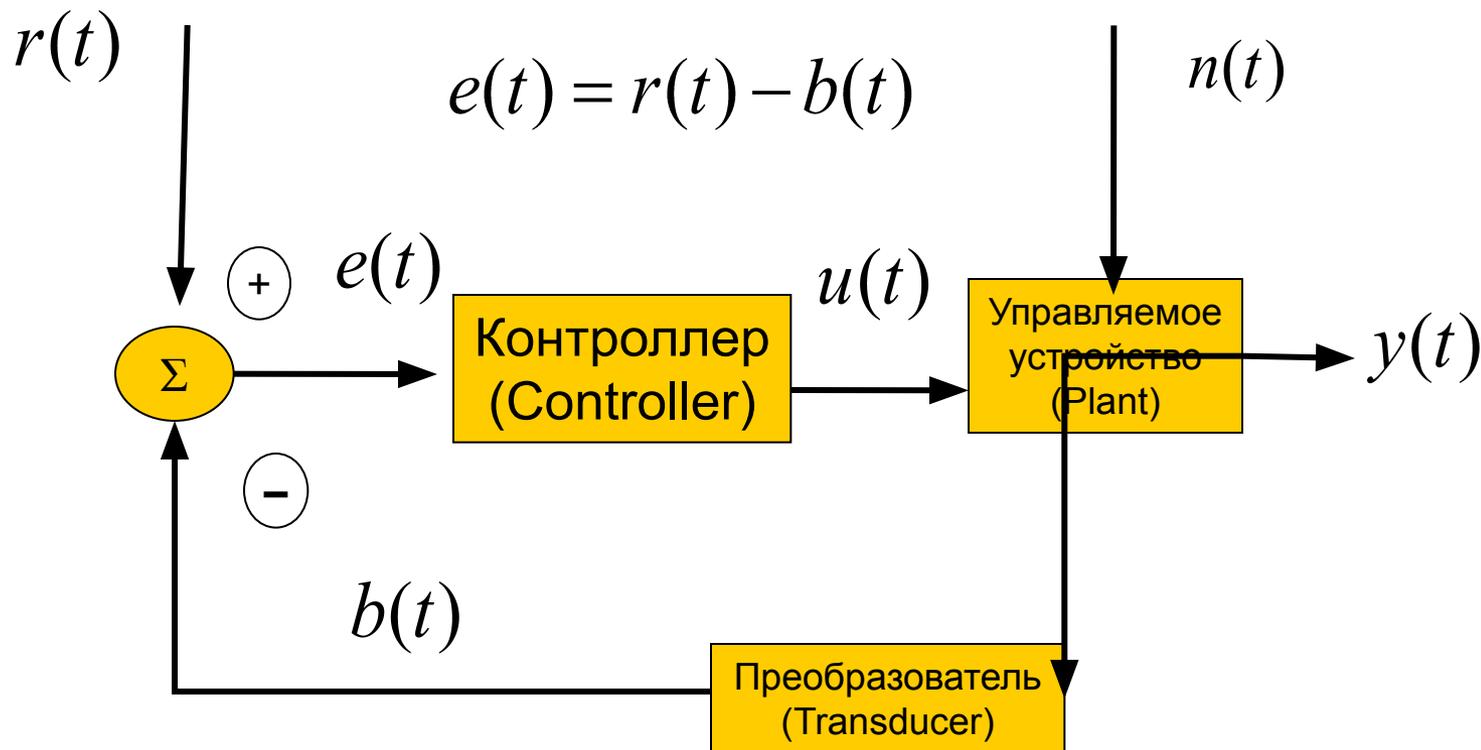
- Принципиально важным свойством таких систем является постоянство коэффициентов преобразования и возможность применения суперпозиции

$$I(t) = (I_1(t) + I_2(t)) \quad O(t) = k_1 * I_1(t) + k_2 * I_2(t)$$

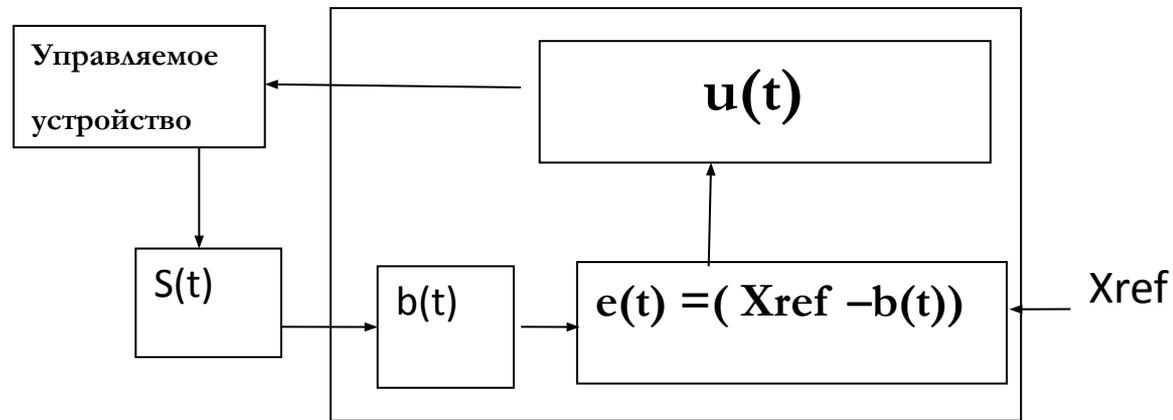
Системы управления с обратной связью

Требуемое значение
(Reference Value)

Возмущающее воздействие
(Disturbance)



PID - регулятор



□ Пропорционально-интегрально-дифференциальный (Proportional-Integral – Differential) регулятор — устройство в цепи обратной связи для формирования управляющего сигнала в SISO системах управления

□ ПИД-регулятор формирует управляющий сигнал, являющийся суммой трёх слагаемых,

$$u(t) = P + I + D = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de}{dt}$$

где K_p , K_i , K_d — настраиваемые коэффициенты

Пропорциональная составляющая

- Пропорциональная составляющая вырабатывает выходной сигнал, противодействующий отклонению регулируемой величины от заданного значения, наблюдаемому в данный момент времени. Он тем больше, чем больше это отклонение. Если входной сигнал равен заданному значению, то выходной равен нулю.
- Однако при использовании только пропорционального регулятора значение регулируемой величины никогда не стабилизируется на заданном значении. Существует так называемая статическая ошибка, которая равна такому отклонению регулируемой величины, которое обеспечивает выходной сигнал, стабилизирующий выходную величину именно на этом значении.
- Чем больше коэффициент пропорциональности между входным и выходным сигналом (коэффициент усиления), тем меньше статическая ошибка, однако при слишком большом коэффициенте усиления, при наличии задержек в системе, могут начаться автоколебания, а при дальнейшем увеличении коэффициента система может потерять устойчивость.

Интегральная составляющая

Интегральная составляющая пропорциональна интегралу от отклонения регулируемой величины. Её используют для устранения статической ошибки. Она позволяет регулятору со временем компенсировать статическую ошибку.

Если система не испытывает внешних возмущений, то через некоторое время регулируемая величина стабилизируется на заданном значении, сигнал пропорциональной составляющей будет равен нулю, а выходной сигнал будет полностью обеспечивать интегральная составляющая.

Интегральная составляющая также может приводить к автоколебаниям.

Дифференциальная составляющая

Дифференциальная составляющая пропорциональна темпу изменения отклонения регулируемой величины и предназначена для противодействия отклонениям от целевого значения, которые прогнозируются в будущем. Отклонения могут быть вызваны внешними возмущениями или запаздыванием воздействия регулятора на систему.

Модель электрического привода

- Основным инструментом исследования закономерностей поведения сложных систем является численное решение задачи Коши для системы ОДУ описывающих динамику объекта

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{k1}{Jr} * w + \frac{k2}{Jr} * I$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{k3}{Lm} * w - \frac{Rm}{Lm} * I + \frac{V(t,w,I)}{Lm}$$

Модель привода виртуального
мобильного робота SOFA-2009

$$k1 = 75 \quad k2 = 10 \quad k3 = 1.5$$

$$Rm = 0.1 \quad Lm = 0.01 \quad Jr = 25$$

$$V(t,w,I) \leq V_{max} = 12$$

- Решение задачи Коши требует задания начальных условий $w(0)=w_0$ $I(0)=I_0$ и функции действующего напряжения $V(t,w,I)$

- Результатом численного решения является таблица описания поведения вектора состояния моделируемой системы, как функции времени

Верификация модели

Условие стационарности при $V=V_{max}$

$$\frac{dw}{dt} = \mathbf{0} = -\frac{k1}{Jr} * w + \frac{k2}{Jr} * I$$

$$\frac{dI}{dt} = \mathbf{0} = -\frac{k3}{Lm} * w - \frac{Rm}{Lm} * I + \frac{Vmax}{Lm}$$

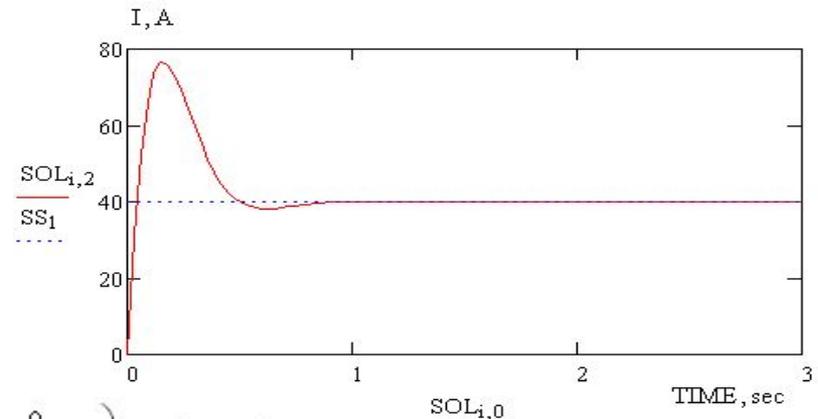
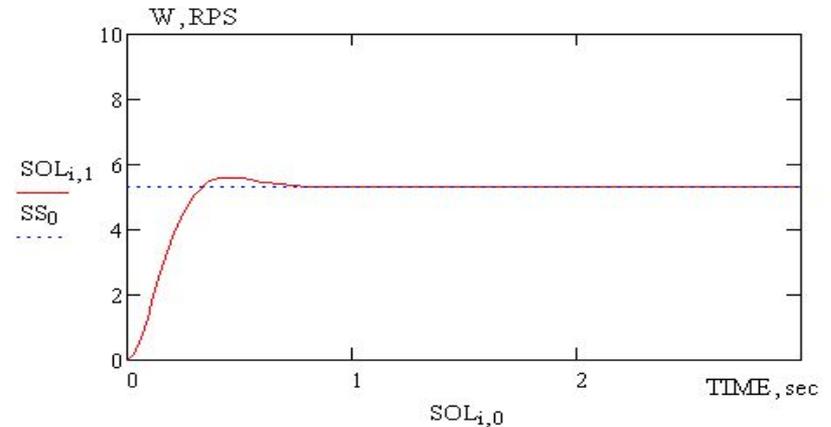
$$\begin{pmatrix} -k1/Jr & k2/Jr \\ -k3/Lm & -Rm/Lm \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -Vmax/Lm \end{pmatrix}$$

Моделирование в Mathcad 14

$$SM := \begin{pmatrix} \frac{-K11}{Jr} & \frac{K12}{Jr} \\ \frac{-K13}{Lm} & \frac{-Rm}{Lm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0.4 \\ -150 & -10 \end{pmatrix}$$

$$SM^{-1} = \begin{pmatrix} -0.111 & -4.444 \times 10^{-3} \\ 1.667 & -0.033 \end{pmatrix}$$

$$SS := SM^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{-VMAX}{Lm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.333 \\ 40 \end{pmatrix}$$



PD-регулятор

Моделирование в среде MathCad 14

P controller

$$X0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Wref := 5.33$$

$$Kp := 5$$

+

PD controller

$$Kd := -0.1$$

$$UP(T, X, Wref, Kp) := \begin{bmatrix} 0 \\ Kp \cdot \frac{(Wref - X_0)}{Lm} \end{bmatrix}$$

$$UPD(T, X, Wref, Kp, Kd) := \begin{bmatrix} 0 \\ Kp \cdot \frac{(Wref - X_0)}{Lm} + Kd \cdot \frac{(K11 \cdot X_0 - K12 \cdot X_1)}{Jr \cdot Lm} \end{bmatrix}$$

$$FUNP(T, X) := \begin{pmatrix} \frac{-K11}{Jr} \cdot X_0 + \frac{K12}{Jr} \cdot X_1 \\ \frac{-K13}{Lm} \cdot X_0 - \frac{Rm}{Lm} \cdot X_1 \end{pmatrix} + UP(T, X, Wref, Kp)$$

$$FUNPD(T, X) := \begin{pmatrix} \frac{-K11}{Jr} \cdot X_0 + \frac{K12}{Jr} \cdot X_1 \\ \frac{-K13}{Lm} \cdot X_0 - \frac{Rm}{Lm} \cdot X_1 \end{pmatrix} + UPD(T, X, Wref, Kp, Kd)$$

SIMULATION_1

$$T0 := 0$$

$$T1 := 2$$

$$NP := 100$$

$$SOL := Rkadapt(X0, T0, T1, NP, FUNP)$$

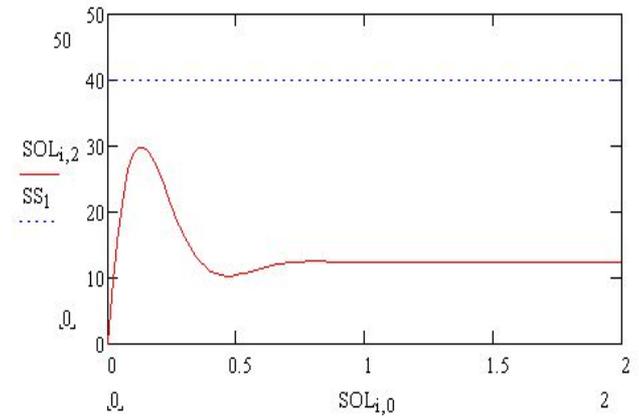
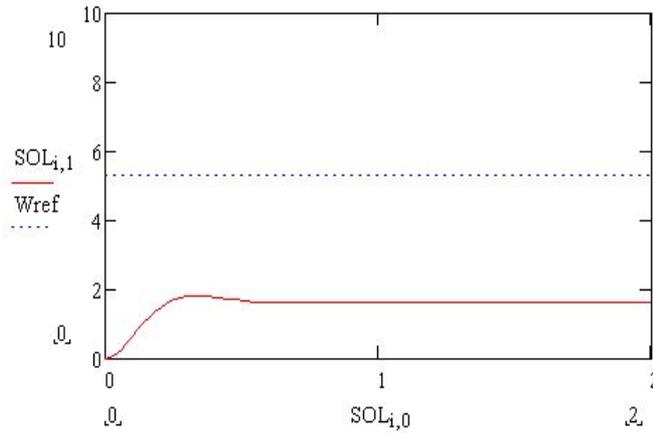
$$SOLPD := Rkadapt(X0, T0, T1, NP, FUNPD)$$

Статическая ошибка Р-регулятора

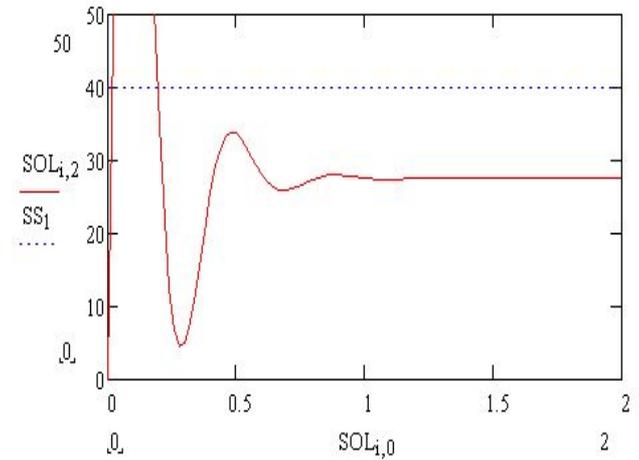
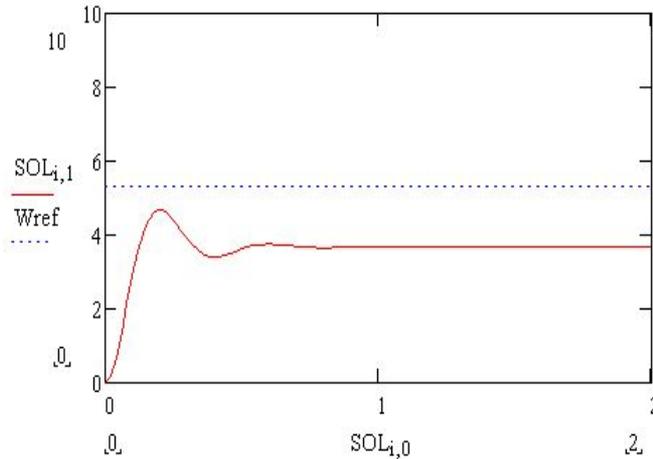
$W_{ref} = 5.33$

$I_{max} = 40$

$K_p = 1$



$K_p = 5$



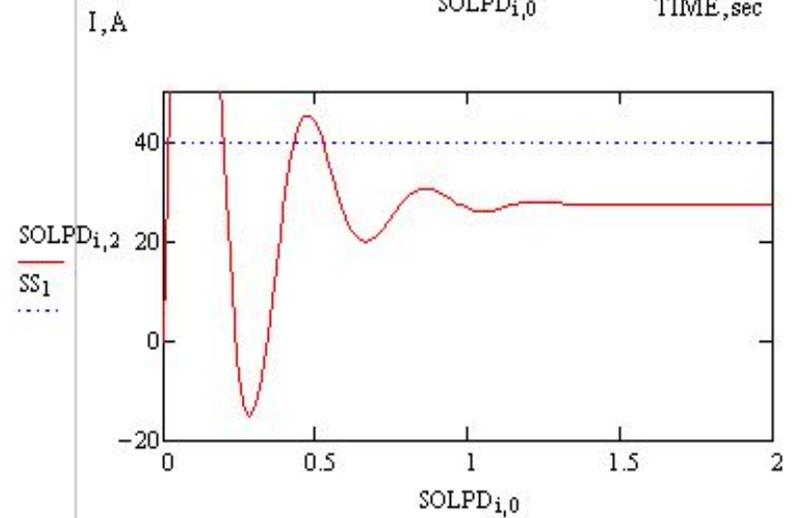
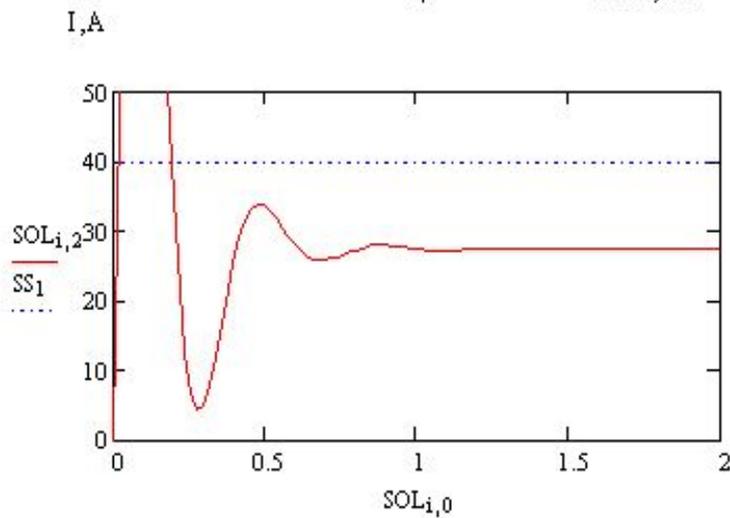
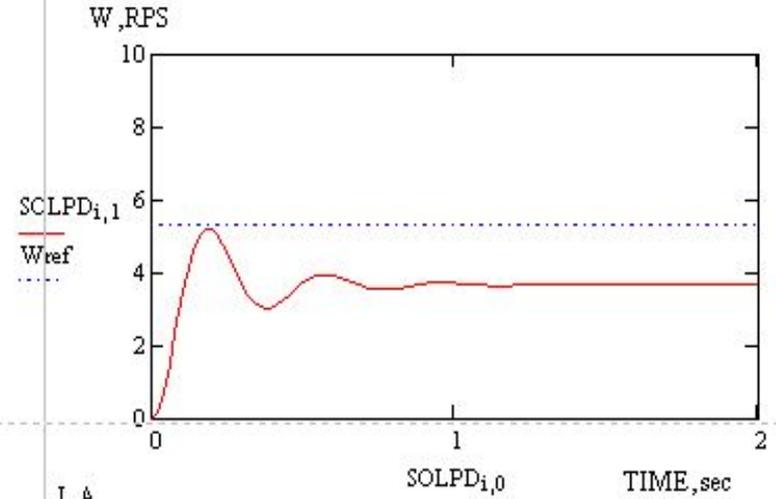
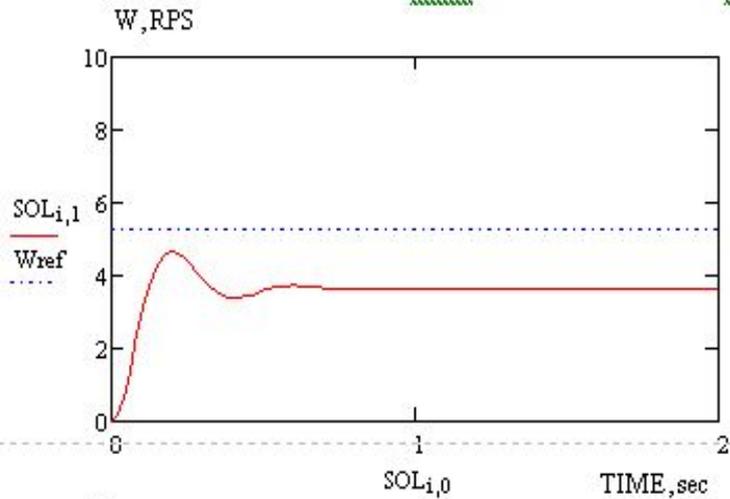
Сравнение P и PD регуляторов

$i := 0..NP$

$W_{ref} := 5.33$

$K_p := 5$

$K_d := -0.1$



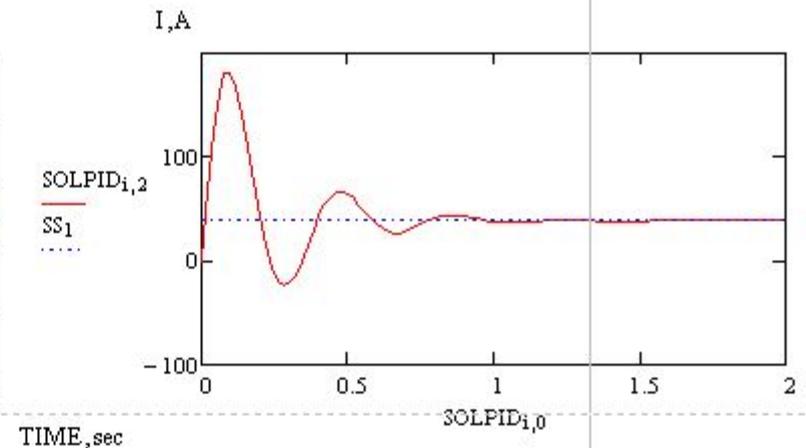
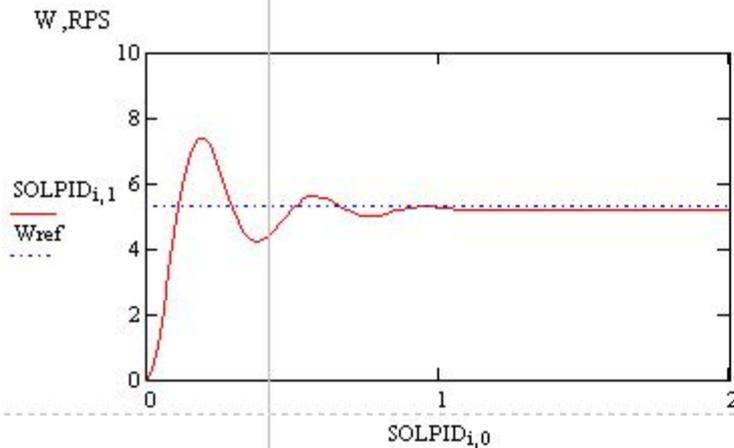
PID регулятор

$$\underline{Wref} := 5.33 \quad \underline{Kp} := 5 \quad \underline{Kd} := -0.1 \quad \underline{Ki} := 2$$

$$UPID(T, X, Wref, Kp, Kd, Ki) := \begin{bmatrix} 0 \\ Kp \cdot \frac{(Wref - X_0)}{Lm} + Kd \cdot \frac{(K11 \cdot X_0 - K12 \cdot X_1)}{Jr \cdot Lm} + Ki \cdot \frac{X_2}{Lm} \\ 0 \end{bmatrix} \quad XOPID := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Wref \end{pmatrix}$$

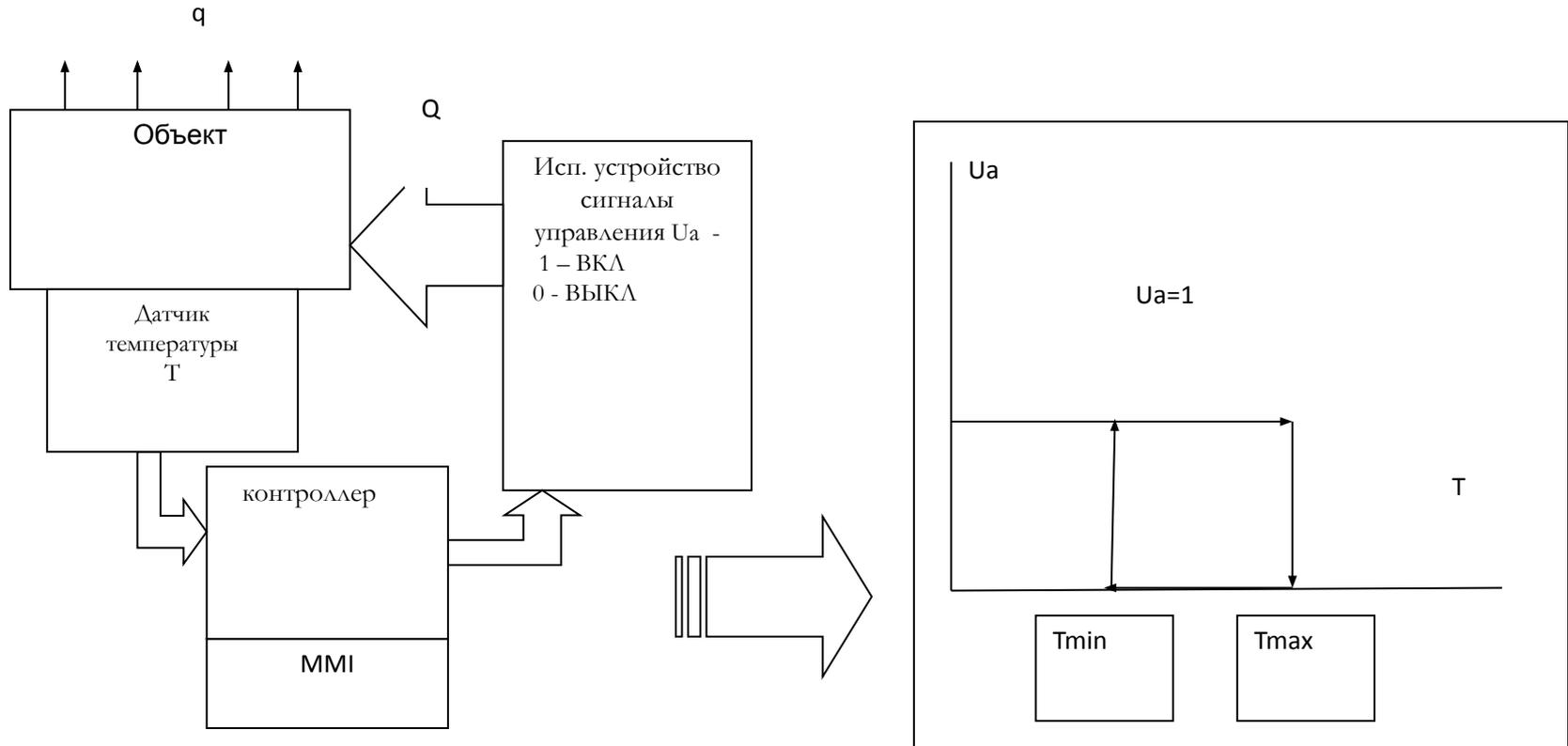
$$FUNPID(T, X) := \begin{pmatrix} \frac{-K11}{Jr} \cdot X_0 + \frac{K12}{Jr} \cdot X_1 \\ \frac{-K13}{Lm} \cdot X_0 - \frac{Rm}{Lm} \cdot X_1 \\ Wref - X_0 \end{pmatrix} + UPID(T, X, Wref, Kp, Kd, Ki)$$

$$SOLPID := Rkadapt(XOPID, T0, T1, NP, FUNPID)$$



Система климат контроля

- Даже простейшие SISO системы нелинейны !



- Неверный выбор параметров терморегулятора или неправильная работа гарантировано приводит к выходу объекта из строя

Способы описания систем

МАКРОПОДХОД

- ❑ АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ (ЛИНЕАРИЗУЕМЫХ) СИСТЕМ СО СЛОЖНОЙ СТРУКТУРОЙ, БАЗИРУЮЩИЙСЯ НА СООТНОШЕНИИ: ВХОДНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ – ВЫХОДНАЯ РЕАКЦИЯ СИСТЕМЫ.

 - ❑ СИСТЕМА РАССМАТРИВАЕТСЯ КАК ЧЕРНЫЙ ЯЩИК И ТРЕБУЕТСЯ РАЗРАБОТАТЬ ЕЕ МОДЕЛИ:
 - СТРУКТУРНУЮ
 - ПАРАМЕТРИЗОВАННУЮ
 - ПРИКЛАДНУЮ.

 - ❑ ЭТИ ЗАДАЧИ ОТНОСЯТСЯ К ЗАДАЧАМ ИДЕНТИФИКАЦИИ, ПРИ ЭТОМ, КАК ПРАВИЛО, РЕЧЬ ИДЕТ ОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ.
-

Микро описание систем

- Микро описание систем базируется на детальном описании внутренней структуры управляемого объекта и системы управления.
- Для описания системы используют, так называемые переменные состояния системы, обеспечивающие возможность определения состояния компонент системы и реакций на управляющее воздействие при разных моделях возмущающих условий.
- На практике широко применяются :
 - Таблицы описания вход-выход (теория автоматов – для стационарных систем)
 - Для динамических систем со сосредоточенными параметрами основным инструментом является использование систем дифференциальных уравнений, для которых формулируются задача Коши, краевая задача, задача оптимального управления . Эти задачи решаются численными методами
 - Для анализа сложные систем требующие учета внутренней структуры необходимо использовать системы уравнений в частных производных и альтернативы использованию численных методов для их решения нет

МИКРОПИСАНИЕ СИСТЕМ

- Общий вид описания системы в пространстве состояний

$$\dot{x} = f(x, u, p)$$

$$y = g(x, u, p, n)$$

$x(t)$ - вектор описания состояния объекта управления

$p(x, t)$ – вектор описания параметров объекта

$u(x, C)$ - вектор управляющих воздействий

$n(x)$ – вектор возмущающих воздействий

$y(t)$ – вектор состояния объекта

C - высокоуровневая команда, задающая режим

регулирования

- Варианты канонических линеаризованных моделей для описания системы в пространстве состояний

$$\dot{x} = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t)$$

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(x)$$

$$y = C(t)x(t) + D(t)u(t)$$

$$y = Cx(t) + Du(t)$$

УПРАВЛЯЕМОСТЬ

Понятие наблюдаемости и управляемости было впервые введено Кальманом в 1960 г. :

- Система является управляемой, если она может быть переведена из любого состояния X_0 ($t=t_0$) в любое другое желаемое состояние X_1 ($t=t_1$) за конечный интервал времени $DT = (t_1 - t_0)$ путем приложения кусочно-непрерывного входного воздействия $U(t)$ на этом интервале
- Система является наблюдаемой, если имеется возможность получать данные о состоянии компонент системы

Задачу идентификации объекта управления можно рассматривать как сопряженную по отношению к задаче управления, так как нельзя управлять системой без наличия хотя бы приближенной модели описания реакции объекта на входное воздействие

Численное моделирование систем

Даже сильно упрощенные линеаризованные системы для которых имеются аналитические решения требуют использования численных методов для решения и применения компьютеров

В силу практической важности значительные усилия были потрачены на разработку численных методов решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Наиболее распространенные математические пакеты MathCad и MathLab имеют в своем составе компоненты для решения этой задачи

Явный метод Эйлера решения задачи Коши для системы ОДУ

$$\dot{x} = f(x, u(t)) \quad x(0) = x_0$$

$$x(k+1) = x(k) + h * f(x(k), u(t(k)))$$

$$t(k+1) = t(k) + h$$

Виртуальный мобильный робот SOFA-2009

$$\begin{cases} \left. \frac{dR_c}{dt} \right|_x = \frac{D_w(\omega_1 + \omega_2)}{4} [-\sin \varphi] \\ \left. \frac{dR_c}{dt} \right|_y = \frac{D_w(\omega_1 + \omega_2)}{4} [\cos \varphi] \\ \frac{d\varphi}{dt} = \frac{D_w}{2Lr} \cdot (\omega_2 - \omega_1) \\ \frac{d\omega_1}{dt} = -\frac{k_{11}}{J_r} \omega_1 + \frac{k_{12}}{J_r} I_1 \\ \frac{d\omega_2}{dt} = -\frac{k_{22}}{J_r} \omega_2 + \frac{k_{21}}{J_r} I_2 \\ \frac{dI_1}{dt} = -\frac{R_m}{L_m} I_1 - \frac{k_{13}}{L_m} \omega_1 + \frac{1}{L_m} U_1(t) \\ \frac{dI_2}{dt} = -\frac{R_m}{L_m} I_2 - \frac{k_{23}}{L_m} \omega_2 + \frac{1}{L_m} U_2(t), \end{cases}$$

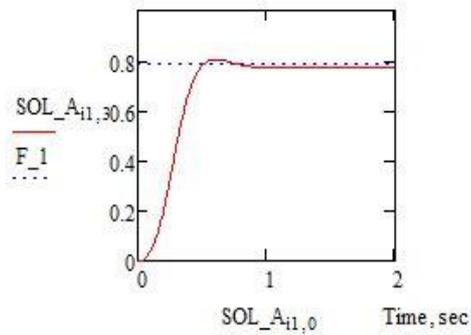
SOFA-2009 определяется параметрами :

Dw = 0.3 // диаметр колеса
Lr = 0.5 // расстояние между колесами
Jr = 0.25 // момент инерции колеса
k11 = k22 = 75
k12 = k21 = 10
Rm = 0.1 // сопротивление мотора
Lm = 0.01 // индуктивность мотора
k13 = k23 = 1.5
Vmax = 12 // максимальное напряжения
// питания моторов

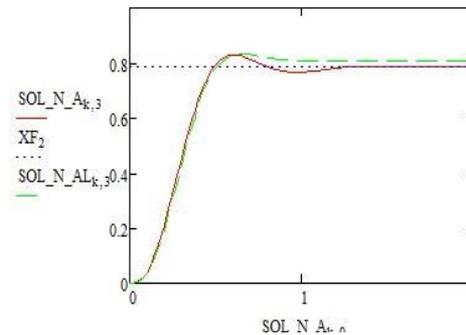
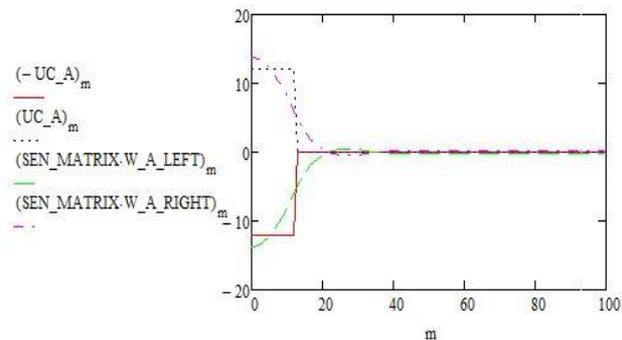
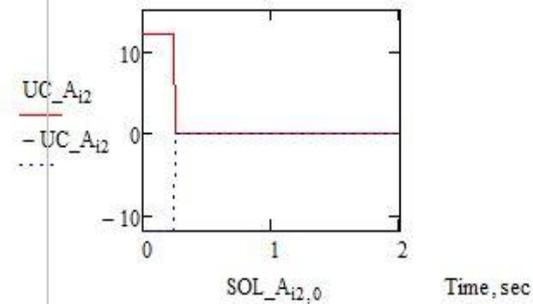
- ❑ Моделирование представляет собой решение задачи Коши $\frac{dx}{dt} = f(x) + U(t)$, $x(0) = x_0$
- ❑ Переменные состояния описывают текущее состояние компонентов системы, соответственно, если управление переменными состояниями, обеспечивает возможность управления системой

Поворот влево на $\pi/4$

ANGLE



CONTROL VOLTAGE FOR LEFT AND RIGHT MOTORS



Моделирование нейроконтроллера

Экспериментальная отработка систем управления

- Теория вещь необходимая, но
- Разработка, отработка и сопровождение реальных систем невозможны без экспериментальных исследований и соответствующей стендовой базы.

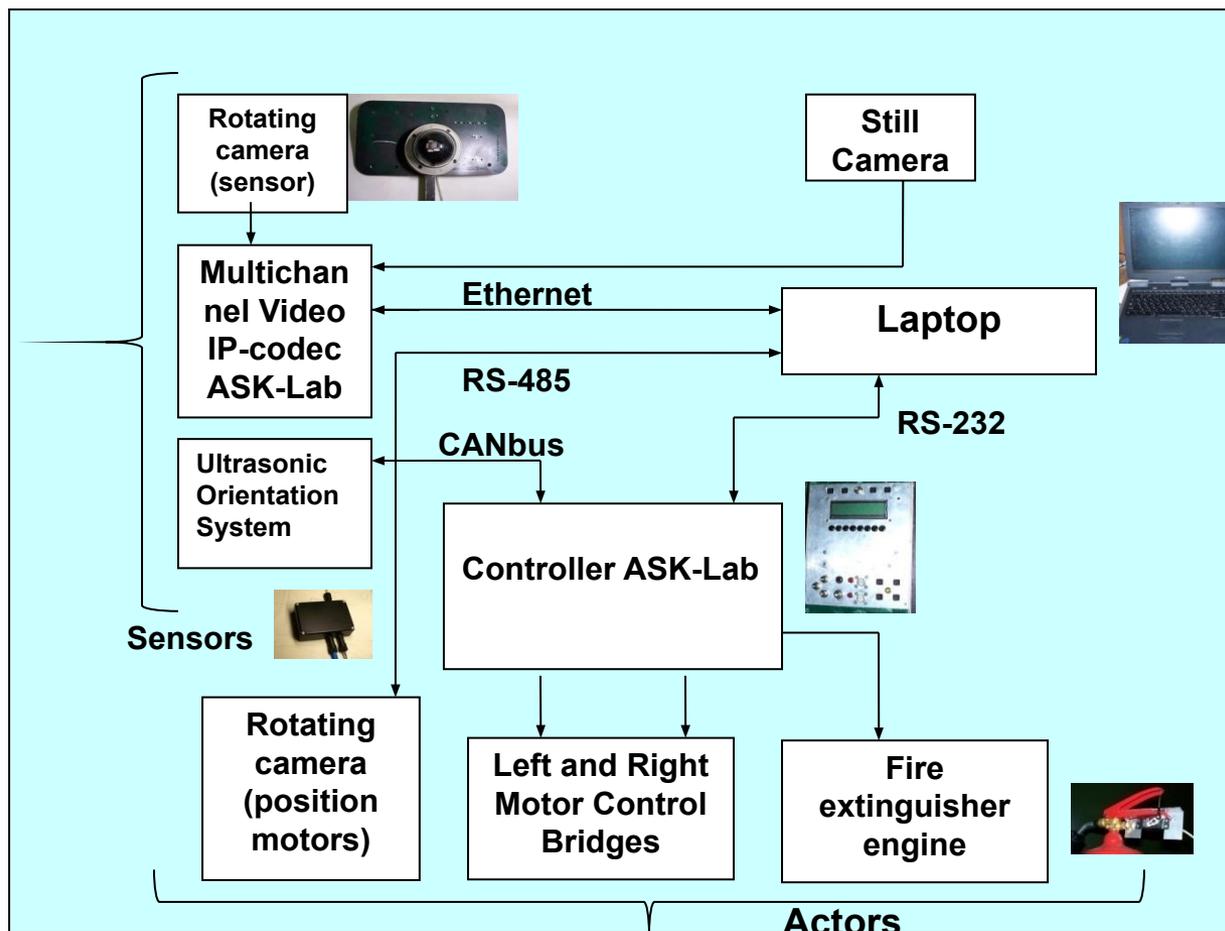


Экспериментальный робот Феникс-3



Автономный робот "PHOENIX-3"

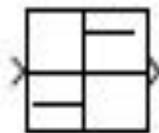
Структура системы управления



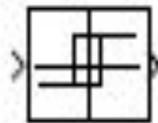
НЕЛИНЕЙНЫЕ ФУНКЦИИ SIMULINK

□ Реальные системы являются нелинейными всегда !

Nonlinear Library



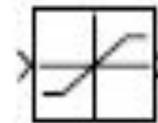
Sign



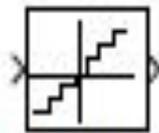
Relay



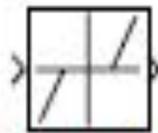
Backlash



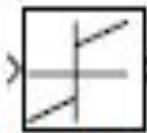
Saturation



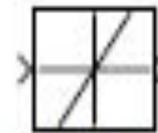
Quantizer



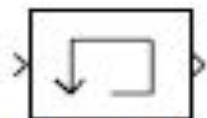
Dead Zone



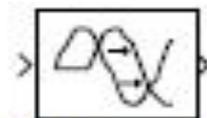
Coulombic
Friction



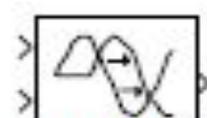
Rate Limiter



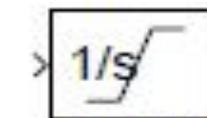
Memory



Transport
Delay



Variable
Transport Delay

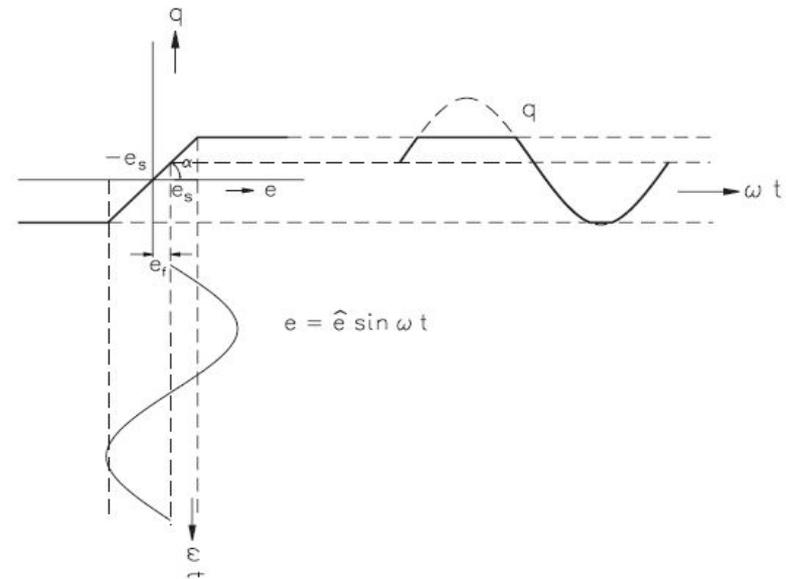
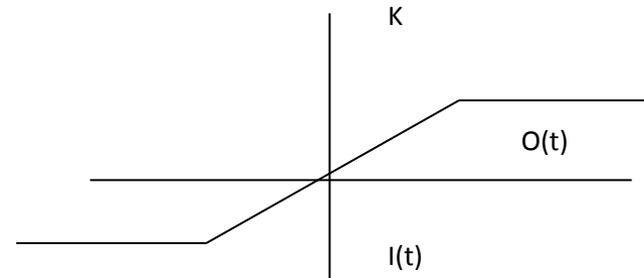
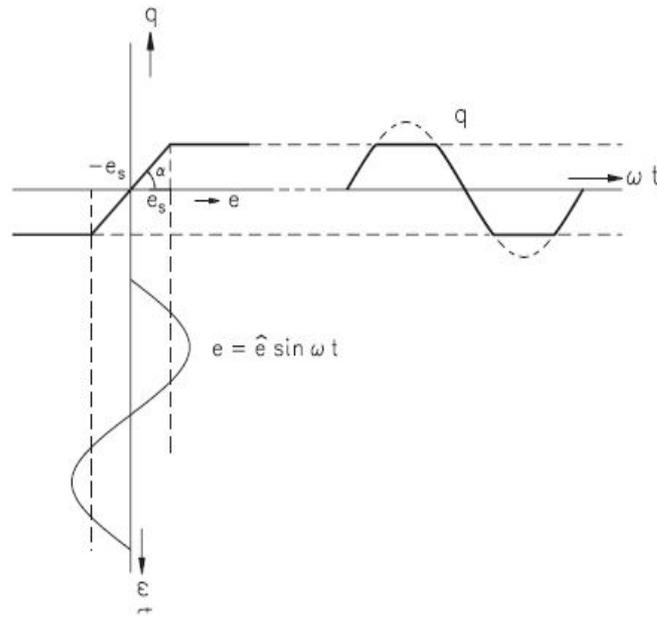


Limited
Integrator

Системы с насыщением

□ В теории систем выделен класс ВІВО (Bounded Input– Bounded Output)

□ Ограничения по выходу



ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

- Целью управления является перевод системы из состояния $x_0(t_0)$ в требуемое состояние, описываемое вектором состояния в конечной точке $x_1(t_1)$, что за счет использования соответствующих управляющих воздействий $U(t)$
- В реальной практике существует набор ограничений технического, технологического и экономического плана, которые требуют учета стоимости реализации $U(t)$
- В широком смысле оптимальное управление подразумевает реализацию системы управления и выбор управляющих воздействий таким образом, чтобы были учтены некоторый набор выбранных критериев оптимальности

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

□ В узком смысле оптимальное управление речь идет о выборе такого варианта управления из всех возможных, который минимизирует функцию оценки стоимости реализуемого варианта

$$\begin{aligned} \min_p J(x(t, p), U(t, p)) \\ dx/dt = f(x, p) + U(t, p) \\ x(0) = x_0 \\ x(t_1) = x_1 \end{aligned}$$

$J(x(t), U(t))$ - критерий оптимальности

p вектор параметров, описывающих вариант реализации

□ При этом требуется учет явных или неявных ограничений как на динамику объекта, так и на доступные способы реализации оптимальных управлений, так как оптимальное решение, которое невозможно реализовать по разумной цене никого не заинтересует

- Этот направление в теории систем было заложено Ляпуновым в его диссертации, защищенной в начале прошлого века
- Новизна его подхода заключалась в переходе от рассмотрения точки в пространстве состояния к рассмотрению всей траектории эволюции системы в пространстве состояний :
- система относится к классу устойчивых, если для заданных начальных условий и управляющих воздействий ее траектория меняется незначительно при малых изменениях (возмущениях) начальных условий и управляющих воздействий

Математическая формулировка критерия устойчивости по Ляпунову

Пусть

$x(t)$ решение задачи Коши для системы $dx/dt = f(x, u(t))$
при заданных начальных условиях $x(0) = x_0$ и управлении $u(t)$

и

$x_1(t)$ решение задачи Коши для системы $dx_1/dt = f(x_1, u_1(t))$
при возмущенных начальных условиях $x_1(0) = x_{10}$ и управлении $u_1(t)$

Система считается устойчивой, если из условий

$$\| x_0(t_0) - x_1(t_0) \| < \varepsilon_0$$

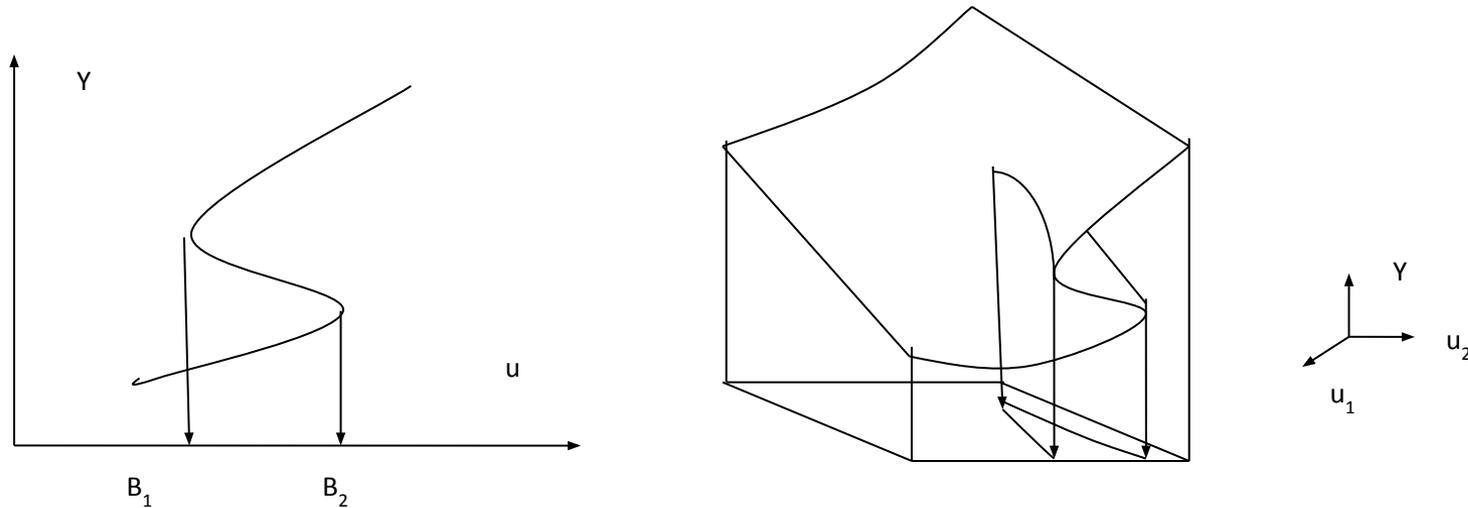
$$\| u(t) - u_1(t_0) \| < \varepsilon_u$$

вытекает выполнение соотношения

$$\| x(t) - x_1(t) \| < \varepsilon$$

Теория катастроф

Теория катастроф разработана для автономных динамических систем, зависящих от малого числа управляющих параметров



Основополагающее утверждение теории катастроф (теорема Тома)
В системах с числом каналов управления до 4 практически важного класса нелинейности (гладкая сингулярность для поверхностей отклика не превышающих 2) набор возможных бифуркаций описывается всего 7 характерными типами

Элементарные катастрофы

□ Элементарная теория катастроф качественно описывает каким образом состояние равновесия $\varphi(\mathbf{c})$ потенциальной функции системы $V(\varphi, \mathbf{c})$ изменяется при изменении управляющих параметров \mathbf{c}

N	c	d	Элементарная катастрофа
1	1	1	$Y^2 - u_1 = 0$
2	2	1	$Y^3 - u_1 - u_2 Y = 0$
3	3	1	$Y^4 - u_1 - u_2 Y - u_3 Y^2 = 0$
4	4	1	$Y^5 - u_1 - u_2 Y - u_3 Y^2 - u_4 Y^3 = 0$
5	3	2	$3(Y_2)^2 + u_2 - u_3 Y_1 = 0$ $3(Y_1)^2 - (Y_2)^2 + u_1 + 2u_3 Y_1 = 0$
6	3	2	$Y_1 Y_2 - u_2 - 2u_3 Y_2 = 0$ $2Y_1 Y_2 + u_1 + 2u_3 Y_1 = 0$
7	4	2	$(Y_1)^2 + 4(Y_2)^3 + u_2 + 2u_4 Y_2 = 0$

c - количество каналов управления

d - размерность функции описания поведения объекта

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- ❑ Летающие насекомые решают проблемы управления отличным от используемых человечества способами
- ❑ Эти решения многократно более эффективны по затратам на реализацию

- ❑ Птицы (и даже некоторые виды бабочек) успешно решают навигационные задачи без использования спутниковых технологий
- ❑ Системы управления адаптируемы на протяжении жизненного цикла конкретной особи и популяции в целом

