

Практика прогрессии

Занятие 3

Задачи с решениями

14.

В арифметической прогрессии найдите:

а) a_1 , если $a_{30} = 205$, $d = 7$;

б) a_1 , если $a_{12} = 54$, $d = 4$;

в) d , если $a_1 = 9$, $a_{15} = 79$;

г) d , если $a_7 = 47$, $a_{12} = 82$.

$$\begin{aligned} \text{а) } a_{30} &= a_1 + 29d \\ 205 &= a_1 + 29 \times 7 \\ a_1 &= 205 - 203 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } a_{15} &= a_1 + 14d \\ 14d &= a_{15} - a_1 \\ d &= (79 - 9) / 14 = 5 \end{aligned}$$

$$\text{б) } a_1 = 10$$

$$\begin{aligned} \text{г) } a_7 &= a_1 + 6d \\ a_{12} &= a_1 + 11d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{12} - a_7 &= 11d - 6d \\ 82 - 47 &= 5d \\ d &= 35 / 5 = 7 \end{aligned}$$

Задачи с решениями

15

Найдите первый член и разность арифметической прогрессии (c_n) , если: а) $c_5 = 27$, $c_{27} = 60$; б) $c_{20} = 0$, $c_{66} = -92$.

$$\begin{aligned} \text{а) } c_5 &= c_1 + 4d \\ c_{27} &= c_1 + 26d \end{aligned}$$

$$\text{б) } d = -2; c_1 = 38$$

$$\begin{aligned} c_{27} - c_5 &= 22d \\ d &= (60 - 27) / 22 \\ d &= 1,5 \\ c_1 &= c_5 - 4d = 27 - 6 = 21 \end{aligned}$$

Задачи с решениями

16.

Между числами 2,5 и 4 вставьте четыре таких числа, которые вместе с данными числами образуют арифметическую прогрессию.

Дано: $a_1 = 2,5$; $a_k = 4$

Найти: a_2, a_3, a_4, a_5

Решение:

$$k = 4 + 2 = 6$$

$$a_6 = a_1 + 5d \quad 4 = 2,5 + 5d \quad \text{отсюда} \quad d = (4 - 2,5)/5 = 0,3$$

По рекуррентной формуле найдем $a_2 = 2,5 + 0,3 = 2,8$ и далее

$$a_3 = 3,1; a_4 = 3,4; a_5 = 3,7$$

17. Содержит ли арифметическая прогрессия 2; 9; ...
число: а) 156; б) 295?

Дано: $a_1 = 2$, $a_2 = 9$

Решение:

$$d = 9 - 2 = 7$$

$$a_n = a_1 + 7(n-1)$$

Необходимо найти номера n , при которых члены прогрессии будут принимать значения 156 или 295

$$\text{а) } 156 = 2 + 7n - 7$$

$$7n = 161$$

$$n = 23$$

так как получилось натуральное число, то 156 является 23-им членом прогрессии

$$\text{б) } 295 = 7n - 5$$

$$n = 300/7 = 42,8$$

Получилось дробное число, значит число 295 не является членом прогрессии.

Задачи с решениями

18.

Дана арифметическая прогрессия (a_n) , у которой $a_1 = 32$ и $d = -1,5$. Является ли членом этой прогрессии число:
а) 0; б) -28 ?

Ответ: а) – нет, б) $n = 42$,

20.

Докажите, что в арифметической прогрессии a_1, a_2, a_3 сумма крайних членов равна удвоенному среднему члену прогрессий.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_2 = a_1 + d; \quad a_3 = a_1 + 2d \quad \text{- по формуле } n\text{-ного члена}$$

Найдем сумму a_1 и a_3 :

$$a_1 + a_3 = a_1 + a_1 + 2d = 2(a_1 + d) = 2a_2, \quad \text{ч.т.д.}$$

Задачи с решениями

21 В арифметической прогрессии $a_1 = 9$, $d = 7$. Найдите номер члена, который равен: а) 128; б) 247.

а) $n=18$ б) $n=35$

22 Между числами 23 и 47 вставьте пять таких чисел, которые вместе с данными числами образуют арифметическую прогрессию.

$d=4$

27, 31, 35, 39, 43

24 Являются ли членами арифметической прогрессии 7, 13, 19, ... числа 37, 50, 61?

37 и 61 - являются, а 50 – не является.

Объясните почему.

Задачи с решениями

25

Будет ли арифметической прогрессией последовательность, заданная формулой:

а) $a_n = 5n - 3$; б) $a_n = 2n - 1$;

в) $a_n = 3 + n^2$; г) $a_n = 10n$?

Ответ: а), б), г) Объясните, почему

26

Можно ли составить арифметическую прогрессию из величин, которые выражают длины сторон треугольника и его периметр?

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Допустим, что стороны треугольника образуют арифметическую прогрессию, тогда они равны a_1 , $a_1 + d$, $a_1 + 2d$.

Найдем периметр треугольника: $P = 3a_1 + 3d$

Насколько отличается периметр от третьего члена прогрессии?

$$P - a_3 = 2a_1 + d$$

Если a_1 не равно 0, то эта разность всегда будет больше d , следовательно, эти 4 числа не могут образовать

Задача 27

Дана арифметическая прогрессия. Заполните таблицу:

№ п/п	a_1	d	n	a_n	S_n
1	7			39	207
2	2			20	77
3	8		7		14
4	-5		12		72
5			17	50	442
6		-7	10		-235
7		6	12	71	
8	40		12		282
9	12	4			252
10		3		31	164

Решить задачи

28

Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 3n + 2$. Найдите сумму двадцати первых ее членов.

29

Найдите сумму:

- а) всех натуральных чисел, не превосходящих 150;
- б) всех натуральных чисел от 20 до 120 включительно;
- в) всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 300;
- г) всех натуральных чисел, кратных 7 и не превосходящих 130.

30

Найдите первые пять членов геометрической прогрессии (b_n) , если:

а) $b_1 = 6, q = 2;$

в) $b_1 = -24, q = -1,5;$

б) $b_1 = -16, q = \frac{1}{2};$

31

● 389. Последовательность (x_n) — геометрическая прогрессия. Найдите:

а) x_7 , если $x_1 = 16, q = \frac{1}{2};$

б) x_8 , если $x_1 = -810, q = \frac{1}{3};$

Решить задачи

32 Найдите седьмой и n -й члены геометрической прогрессии:

а) $2; -6; \dots;$ в) $-0,125; 0,25; \dots;$
б) $-40; -20; \dots;$ г) $-10; 10; \dots$

33 Найдите знаменатель геометрической прогрессии (c_n) , если:

а) $c_5 = -6, c_7 = -54;$ б) $c_6 = 25, c_8 = 9.$

34 Срочный вклад, положенный в сберегательный банк, ежегодно увеличивается на 3% . Каким станет вклад через 3 года, если вначале он был равен 800 р.?

Решить задачи

35

Между числами 2 и 162 вставьте такие три числа, которые вместе с данными числами образуют геометрическую прогрессию.

36

Найдите шестой член геометрической прогрессии (b_n) , если известно, что $b_2 = 6$, $b_4 = 24$.

37

Найдите сумму членов геометрической прогрессии, у которой:

а) $b_1 = 3$, $b_6 = 96$, $n = 6$;

б) $b_1 = 2$, $b_5 = 162$, $n = 5$;

в) $b_1 = 6$, $b_6 = 1458$, $n = 4$;

г) $b_1 = -3$, $b_5 = -243$, $n = 4$.

Решить задачи

38

Найдите сумму членов геометрической прогрессии, у которой:

а) $q=2$, $b_5=48$, $n=5$;

б) $q=3$, $b_6=243$, $n=6$;

в) $q=-2$, $b_6=96$, $n=7$;

г) $q=\frac{1}{2}$, $b_6=2$, $n=5$.

39

Найдите первый и последний члены геометрической прогрессии, у которой:

а) $q=2$, $n=5$, $S_5=155$;

б) $q=3$, $n=4$, $S_4=160$;

в) $q=\frac{1}{2}$, $n=6$, $S_6=126$;

г) $q=\frac{2}{3}$, $n=4$, $S_4=130$.