

# Метод средних величин

Тема 5



# В общем виде степенная средняя рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum x^m}{n}}$$

$\bar{x}$  - средняя величина;

$m$  – показатель степени;

$n$  – количество вариантов (признаков).

В зависимости от  $m$  в статистике различают следующие виды средних:

1.  $m = 1$ , то  $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$  - средняя арифметическая.

2.  $m = 2$ , то  $\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$  - средняя квадратическая.

3.  $m = -1$ , то  $\bar{x} = \sqrt[-1]{\frac{\sum x^{-1}}{n}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$  - средняя гармоническая.

**Если статистические данные не сгруппированы, а имеются только отдельные значения, то в этом случае применяется средняя арифметическая простая:**

Варианты

$$\underbrace{x_1; x_2; x_3; \dots; x_n}$$

Число вариантов

$n$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_n}{n}.$$

**Если данные представлены в виде рядов распределения или в группировках, то в этом случае применяется средняя арифметическая взвешенная.**

**Она рассчитывается по формуле:**

$$\bar{x} = \frac{\sum x f}{\sum f}, \text{ где } f - \text{ частоты.}$$

**Пример.** В таблице представлено распределение продавцов по месячной з/плате

З/п в мес., руб. $x$	Количество продавцов, $f$	$xf$
1700	2	3400
1720	4	6880
1750	10	17500
1770	20	35400
1800	4	7200
<b>Итого:</b>	<b>40</b>	<b>70380</b>

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

Из рабочей таблицы значения подставим в формулу

$$\bar{x} = \frac{70380}{40} = 1759,5 \text{ (руб.)}$$



# Средняя арифметическая обладает рядом свойств:

1) Произведение средней арифметической на сумму частот равно сумме произведений отдельных вариантов на их частоты:

$$\bar{x} \sum f = \sum x_i \cdot f_i;$$

2) Сумма отклонений индивидуальных значений признака от средней арифметической равна нулю:

$$\sum (x_i - \bar{x}) f_i = 0;$$

3) Если все осредняемые варианты уменьшить или увеличить на постоянное число  $A$ , то средняя арифметическая соответственно уменьшится или увеличится на ту же величину:

$$\frac{\sum (x_i \pm A) f_i}{\sum f_i} = \bar{x} \pm A;$$

4) Если все варианты уменьшить или увеличить в  $A$  раз, то средняя соответственно увеличится или уменьшится во столько же раз;

5) если все частоты уменьшить или увеличить на постоянное число, то средняя арифметическая не изменится.

# Например, имеются данные о распределении рабочих цеха по стажу работы

Стаж работы, лет Кол-во рабочих

до 5 10

5-10 15

свыше 10 8

Определить средний стаж работы.



Стаж работы, лет	Кол-во рабочих, f	x	xf
до 5 (0 – 5)	10	2,5	25
5 – 10	15	7,5	112,5
свыше 10 (10 – 15)	8	12,5	100
Итого	33	-	237,5

Определяем средний стаж рабочего:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{237,5}{33} = 7,2 \text{ лет}$$

Произведение  $xf$  дает объем осредняемого признака  $x$  для совокупности единиц и обозначается  $w$ . Например, если осредняется заработная плата рабочих цеха, а  $f$  – число рабочих, то  $w=xf$  – фонд заработной платы цеха.



**Средняя гармоническая** представляет собой обратную величину средней арифметической из обратных величин и вычисляется по следующим формулам:

**а) простая**  $\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$ ;

**б) взвешенная**  $\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$ .

**Пример.** Четыре швей-  
надомницы заняты  
пошивом головных уборов  
одной модели. Первая  
швея тратит на  
изготовление одного  
головного убора 30 мин.,  
вторая – 40, третья – 50 и  
четвертая – 60 мин.  
Необходимо определить  
средние затраты времени  
на пошив одного  
головного убора при  
условии, что каждая  
надомница работает по 10





Внимание  
это  
важно!

- Попытка решить задачу с помощью средней арифметической простой  $(30+40+50+60)/4=45$  мин., оказалась бы успешной, если бы каждая надомница шила по 1 головному убору в день.

В данном случае средние затраты времени на пошив одного головного убора можно подсчитать путем деления общих затрат времени на пошив всех головных уборов  $(600+600+600+600\text{мин.})$  на количество сшитых головных уборов.

Количество головных уборов, сшитых каждой надомницей, равно: 1)  $600:30=20$  шт.; 2)  $600:40=15$  шт.; 3)  $600:50=12$  шт.; 4)  $600:60=10$  шт.

Средние затраты времени ВЫЧИСЛИМ ПО формуле **средней гармонической взвешенной**:

$$\bar{t} = \bar{x} = \frac{600 + 600 + 600 + 600}{\frac{600}{30} + \frac{600}{40} + \frac{600}{50} + \frac{600}{60}} = \frac{2400}{57} = 42 \text{ МИН.}$$

т.е. на пошив одного головного убора тратиться 42 мин.

В качестве веса в этой задаче был принят показатель общих затрат времени на пошив всех головных уборов одной надомницей.

Так как общие затраты у всех надомниц одинаковы, то к аналогичному результату приводит и расчет по **средней гармониче**

$$\bar{t} = \bar{x} = \frac{1+1+1+1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50} + \frac{1}{60}} = 42 \text{ мин.}$$

Таким образом, **выбор вида средней величины необходимо начинать с построения логической формулы исходя из качественного содержания осредняемого показателя.**

**Пример.** Известна цена реального изделия в различных городах: А, Б, В.

Определить среднюю цену изделия.

Город	Цена, руб., x	Σ реализации, w	$\frac{w}{x}$ количество проданных изделий
А	30	600	20
Б	20	1000	50
В	35	350	10
Итого		1950	80

$$\text{Средняя цена изделия} = \frac{\sum \text{реализации}}{\text{количество изделий}} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

$$\bar{x} = \frac{600 + 1000 + 350}{\frac{600}{30} + \frac{1000}{20} + \frac{350}{35}} = \frac{1950}{20 + 50 + 10} = \frac{1950}{80} = 24,38.$$

**Спасибо за внимание!**