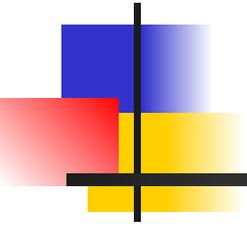
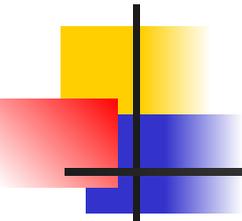


# Передача электромагнитной энергии. Волноводы

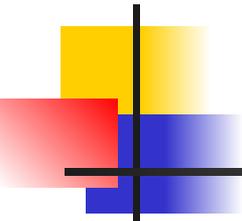




# Линии передачи

---

- Устройства, в которых происходит образование и распространение направляемых электромагнитных волн называют **линиями передачи**.
- Выделяют 2 основные группы линий передач:
  - **Открытые линии передачи** – в них поле не экранировано снаружи и частично существует в пространстве, окружающем линию.
  - **Волноводные (закрытые) линии передачи** – имеют одну или несколько проводящих поверхностей с поперечным сечением в виде замкнутого проводящего контура, охватывающего область распространения электромагнитной волны. Поле в волноводе полностью экранировано его внешней оболочкой.



# Общие понятия

- При передаче энергии электромагнитной волны от источника к приемнику возможны потери энергии двух видов:

- На излучение энергии в окружающее пространство
- На тепловые потери

- Потери энергии зависят от частоты передаваемого сигнала.

## ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ СТРЕМЯТСЯ УМЕНЬШИТЬ

- В зависимости от частоты изменения электромагнитного поля для передачи энергии применяют :

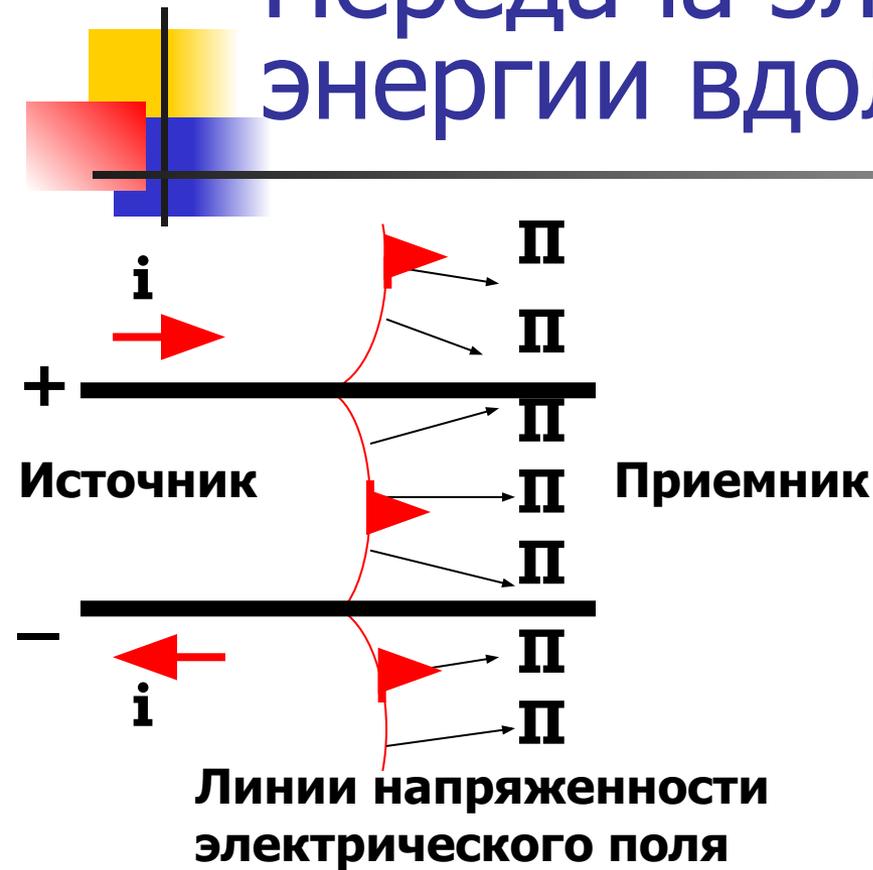
- Двухпроводные (открытые) линии
- Коаксиальные (закрытые) линии

**Описываются телеграфными уравнениями**

- Волноводы  
(полые трубы различного сечения) –

**Распространение электромагнитных волн не может быть описано телеграфными уравнениями**

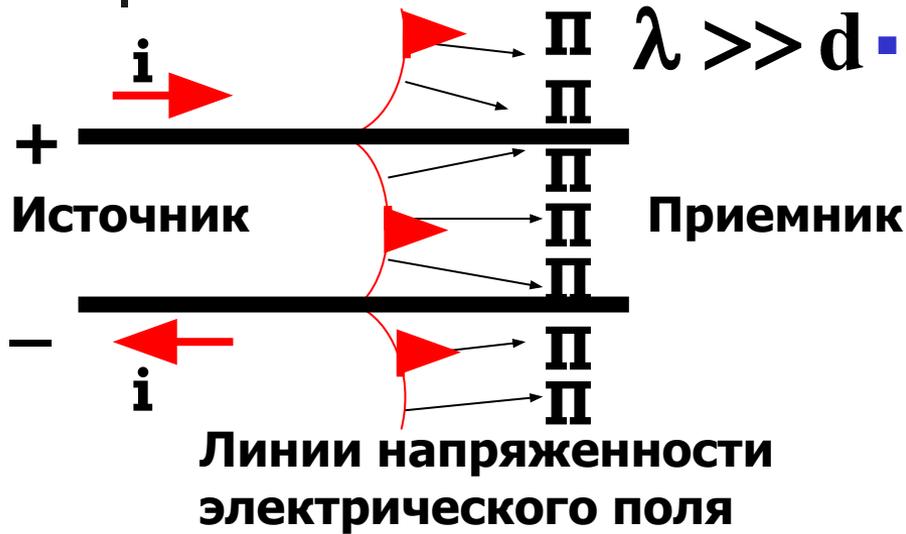
# Передача электромагнитной энергии вдоль проводов линии



- Передача энергии вдоль проводов линии осуществляется электромагнитным полем, распространяющемся в диэлектрике вдоль проводов линии.
- Провода служат только направляющими для электромагнитного поля.

- Линии напряженности электромагнитного поля несколько изогнуты, так как из-за наличия активного сопротивления самих проводов вектор  $\mathbf{E}$  имеет касательную составляющую.
- Вектор Пойнтинга направлен от источника к приемнику и частично внутрь провода (так как имеется активное сопротивление проводов).

# Передача электромагнитной энергии вдоль проводов линии



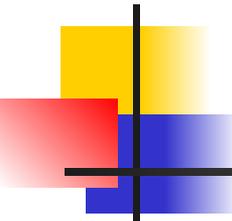
Скорость движения волн электрического тока и напряжения вдоль линии равна скорости движения электромагнитной волны в диэлектрике:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Индуктивность и емкость линии передачи:

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad \text{и} \quad C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad \rightarrow \quad LC = \mu\epsilon$$

- Провода могут выполнять направляющую роль только при условии, что длина электромагнитной волны в диэлектрике во много раз больше, чем расстояние между проводами.

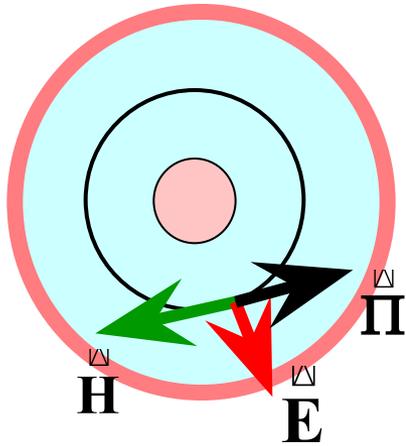


# Передача электромагнитной энергии вдоль проводов линии

---

- Передача энергии высокой частоты по обычным двухпроводным линиям передачи невозможна по двум причинам:
  - Провода линии играют роль антенн и излучают электромагнитную энергию в окружающее пространство (этот эффект сильно проявляется уже при дециметровых волнах).
  - Активное сопротивление проводов линии резко возрастает из-за сильного поверхностного эффекта. Поэтому большая часть энергии затрачивается на нагрев.
- Двухпроводные линии применяют для передачи энергии на частоте до 50 Гц .

# Коаксиальные линии

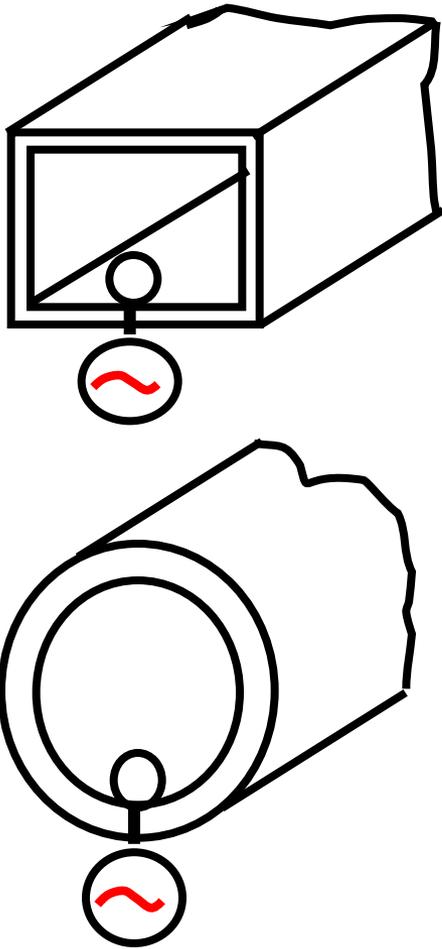


- Коаксиальные линии применяют в дециметровом диапазоне.
- Эти линии не излучают электромагнитную энергию в окружающее пространство, так как электромагнитное поле распространяется в диэлектрике между центральным проводом и оболочкой. Глубина проникновения волны в центральный провод и оболочку мала.

- Основная электромагнитная волна является поперечной Т-волной (ТЕМ-волна). Вектора  $E$  и  $H$  взаимно перпендикулярны, расположены в поперечных плоскостях и совпадают по фазе.
- Волновое число не зависит от линейных размеров поперечного сечения:

$$k = \frac{\omega}{v}$$

# Волноводы

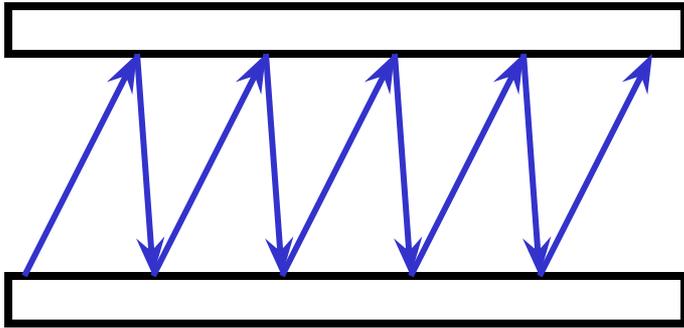


- При частотах больше  $10^9$  Гц электромагнитную энергию передают по волноводам.
- Волновод представляет собой полую трубу прямоугольного или круглого сечения.
- Энергия внутрь волновода доставляется с помощью небольшого стержня или петли, помещенной в волноводе. Петля с помощью коаксиального кабеля соединяется с генератором высокой частоты.
- С другого конца волновода отводят энергию с помощью такого же устройства.

# Конструкции волноводов



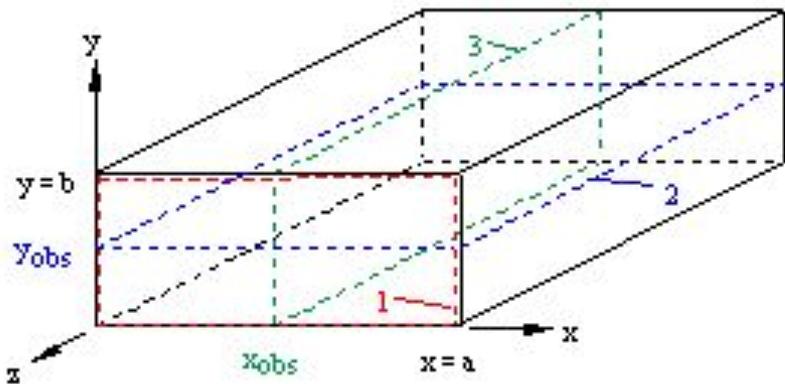
# Волноводы



- Энергия передается вдоль волновода, отражаясь от его стенок.
  - Стенки являются направляющими для потока энергии.
- 
- Небольшая часть энергии проникает в стенки волновода и выделяется в виде теплоты.
  - Для уменьшения потерь энергии внутренние стенки волновода полируют и покрывают слоем хорошо проводящего металла.

**В волноводах возможно создание большого числа электрических и магнитных полей различной структуры.**

# Прямоугольный волновод

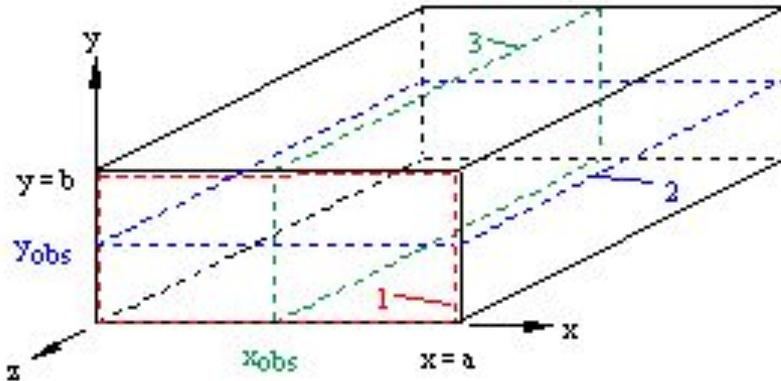


- Будем считать волновод идеальным:
  - Проводимость металлических стенок  $\gamma_m \rightarrow \infty$
  - Проводимость диэлектрика (воздух)  $\gamma_d \rightarrow 0$

- Диэлектрическая проницаемость –  $\epsilon$
- Магнитная проницаемость –  $\mu = 1$
- Уравнения Максвелла для диэлектрика в волноводе:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

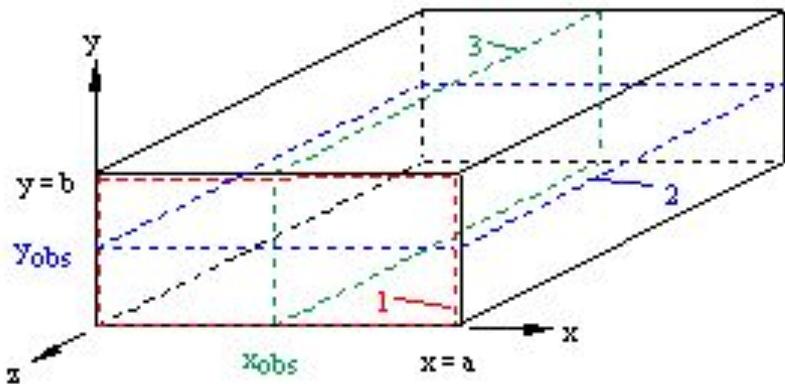
# Прямоугольный волновод



$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

- Будем считать волновод бесконечно длинным и однородным. Тогда электромагнитные волны в нем будут распространяться без отражения.
- Будем считать, что электромагнитные волны, возбуждаемые в волноводе изменяются по синусоидальному закону (частота  $\omega = 2\pi f$ ).

# Прямоугольный волновод



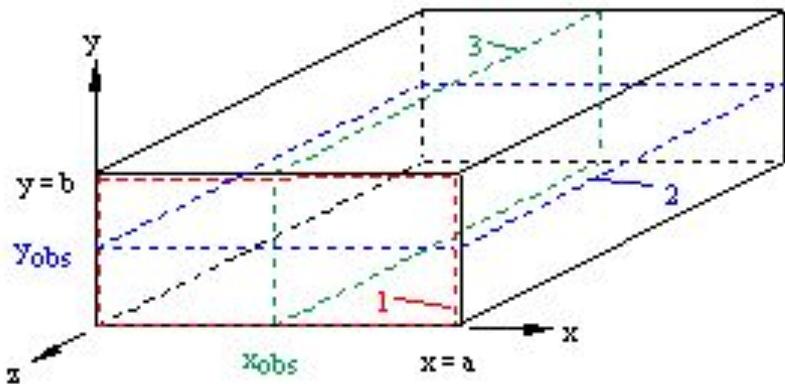
$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

- Распространяющиеся в волноводе электромагнитные волны являются бегущими вдоль оси Z (оси волновода).
- Вдоль осей X и Y волны являются стоячими из-за многократных отражений от стенок.
- Как в линиях с распределенными параметрами, можно считать, что мгновенное значение любой проекции векторов поля по оси Z запишется в виде:

$$f(x, y) \sin(\omega t - \beta z + \xi) = \text{Im} \left\{ \vec{f}_m e^{-\Gamma z} e^{j\omega t} \right\},$$

где  $f(x, y)$  – модуль комплексной амплитуды  $\vec{f}_m$ ;  
 $\xi$  – ее аргумент, зависящий от  $x$  и  $y$ .

# Прямоугольный волновод



$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

- Комплексные выражения мгновенных значений составляющих напряженностей электрического и магнитного поля:

<i>Ось x</i>	<i>Ось y</i>	<i>Ось z</i>
$\vec{E}_x = E_{mx} e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$	$\vec{E}_y = E_{my} e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$	$\vec{E}_z = 0$
$\vec{H}_x = H_{mx} e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$	$\vec{H}_y = H_{my} e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$	$\vec{H}_z = H_{mz} e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$

где  $\Gamma = \alpha + j\beta$  – коэффициент распространения

# Прямоугольный волновод

Раскроем уравнения  
Максвелла в  
прямоугольной системе  
координат:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

$$e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$$

$$\frac{\partial H_{zm}}{\partial y} + \Gamma H_{ym} = j\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_{xm} ;$$

$$-\Gamma H_{xm} - \frac{\partial H_{zm}}{\partial x} = j\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_{ym} ;$$

$$\frac{\partial H_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial H_{xm}}{\partial y} = j\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_{zm} ;$$

$$\frac{\partial E_{zm}}{\partial y} + \Gamma E_{ym} = -j\omega \mu_0 H_{xm} ;$$

$$-\Gamma E_{xm} - \frac{\partial E_{zm}}{\partial x} = -j\omega \mu_0 H_{ym} ;$$

$$\frac{\partial E_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial E_{xm}}{\partial y} = -j\omega \mu_0 H_{zm} ;$$

# Прямоугольный волновод

С учетом, что линии напряженности электрического поля в волноводе перпендикулярны оси Z:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \operatorname{div} \vec{H} &= 0 ; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \operatorname{div} \vec{E} &= 0 . \\ \vec{E}_z &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y} + \Gamma H_{ym} &= j\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_{xm} ; & \frac{\partial E_{zm}}{\partial y} + \Gamma E_{ym} &= -j\omega \mu_0 H_{xm} ; \\ -\Gamma H_{xm} - \frac{\partial H_{zm}}{\partial x} &= j\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_{ym} ; & -\Gamma E_{xm} - \frac{\partial E_{zm}}{\partial x} &= -j\omega \mu_0 H_{ym} ; \\ \frac{\partial H_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial H_{xm}}{\partial y} &= j\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_{zm} ; & \frac{\partial E_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial E_{xm}}{\partial y} &= -j\omega \mu_0 H_{zm} \end{aligned}$$

# Прямоугольный волновод

Сделаем  
соответствующие  
подстановки:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \operatorname{div} \vec{H} &= 0 ; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \operatorname{div} \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y} + \Gamma H_{ym} &= j\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_{xm} ; & \Gamma E_{ym} &= -j\omega \mu_0 H_{xm} ; \\ -\Gamma H_{xm} - \frac{\partial H_{zm}}{\partial x} &= j\omega \varepsilon \varepsilon_0 E_{ym} ; & -\Gamma E_{xm} &= -j\omega \mu_0 H_{ym} ; \\ \frac{\partial H_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial H_{xm}}{\partial y} &= 0 ; & \frac{\partial E_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial E_{xm}}{\partial y} &= -j\omega \mu_0 H_{zm} \end{aligned}$$

# Прямоугольный волновод

Получим:

$$\mathbb{H}_{x m} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \omega^2 \epsilon \epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial \mathbb{H}_{z m}}{\partial x},$$

$$\mathbb{H}_{y m} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \omega^2 \epsilon \epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial \mathbb{H}_{z m}}{\partial y}.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbb{H}_{z m}}{\partial y} + \Gamma \mathbb{H}_{y m} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 \mathbb{E}_{x m}; & \Gamma \mathbb{E}_{y m} &= -j\omega \mu_0 \mathbb{H}_{x m}; \\ -\Gamma \mathbb{H}_{x m} - \frac{\partial \mathbb{H}_{z m}}{\partial x} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 \mathbb{E}_{y m}; & -\Gamma \mathbb{E}_{x m} &= -j\omega \mu_0 \mathbb{H}_{y m}; \\ \frac{\partial \mathbb{H}_{y m}}{\partial x} - \frac{\partial \mathbb{H}_{x m}}{\partial y} &= 0; & \frac{\partial \mathbb{E}_{y m}}{\partial x} - \frac{\partial \mathbb{E}_{x m}}{\partial y} &= -j\omega \mu_0 \mathbb{H}_{z m} \end{aligned}$$

# Прямоугольный волновод

Получим:

$$H_{xm} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \omega^2 \epsilon \epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial H_{zm}}{\partial x},$$

$$H_{ym} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \omega^2 \epsilon \epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y}.$$

Заменим

$$\epsilon \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{v^2}$$

$$H_{xm} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial H_{zm}}{\partial x}, \quad H_{ym} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y}.$$

# Прямоугольный волновод

С учетом:

$$\mathbf{H}_{x m} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial \mathbf{H}_{z m}}{\partial x}, \quad \mathbf{H}_{y m} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial \mathbf{H}_{z m}}{\partial y}.$$

Преобразуем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{H}_{z m}}{\partial y} + \Gamma \mathbf{H}_{y m} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}_{x m}; & \Gamma \mathbf{E}_{y m} &= -j\omega \mu_0 \mathbf{H}_{x m}; \\ -\Gamma \mathbf{H}_{x m} - \frac{\partial \mathbf{H}_{z m}}{\partial x} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}_{y m}; & -\Gamma \mathbf{E}_{x m} &= -j\omega \mu_0 \mathbf{H}_{y m}; \\ \frac{\partial \mathbf{H}_{y m}}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{H}_{x m}}{\partial y} &= 0; & \frac{\partial \mathbf{E}_{y m}}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{E}_{x m}}{\partial y} &= -j\omega \mu_0 \mathbf{H}_{z m} \end{aligned}$$

# Прямоугольный волновод

С учетом:

$$\mathbf{H}_{xm} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial \mathbf{H}_{zm}}{\partial x}, \quad \mathbf{H}_{ym} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial \mathbf{H}_{zm}}{\partial y}.$$

Получим уравнения второго порядка:

Аналогично:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}_{zm}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}_{zm}}{\partial y^2} + \left( \Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2} \right) \mathbf{H}_{zm} = 0$$
$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_{zm}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}_{zm}}{\partial y^2} + \left( \Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2} \right) \mathbf{E}_{zm} = 0$$

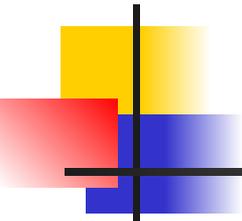
**Эти уравнения описывают распространение электромагнитной волны в волноводе вдоль оси z**

# Классификация волн в волноводе

- По волноводу не могут распространяться поперечные волны типа ТЕМ (transverse electromagnetic), у которых векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  расположены строго в плоскости перпендикулярной направлению распространения. Действительно из уравнений

$$\mathbf{H}_{xm} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial \mathbf{H}_{zm}}{\partial x}, \quad \mathbf{H}_{ym} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial \mathbf{H}_{zm}}{\partial y}.$$

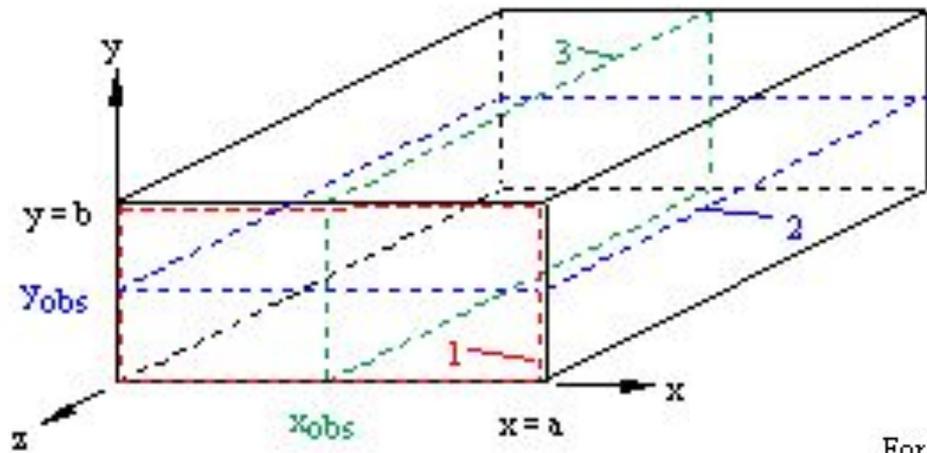
- при  $H_z=0$  все остальные проекции векторов поля также будут равны нулю. Аналогично при  $E_z=0$ .



# Классификация волн в волноводе

---

- По волноводу могут распространяться **поперечно-электрические волны TE** (transverse electric) – магнитные или H-волны.
- Электрическое поле полностью расположено в поперечной плоскости, а магнитное поле имеет составляющую, которая совпадает с направлением распространения энергии.



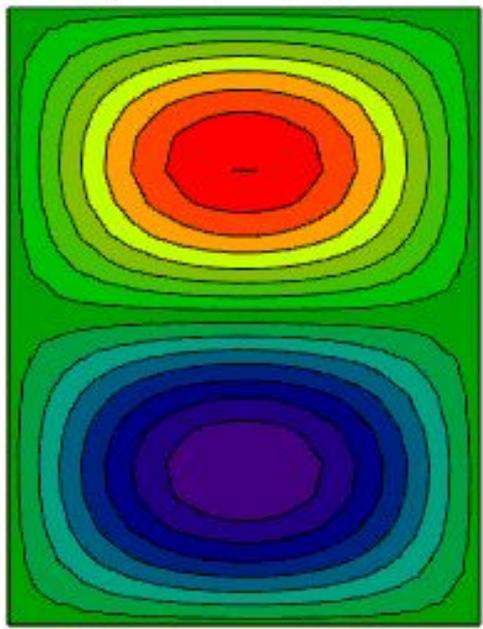
*$m=1$ -число стоячих  
 полуволн по оси  $X$   
 $n=0$  – число стоячих  
 полуволн по оси  $Y$*

**Поперечно-  
 электрические  
 волны ТЕ**  
 Плоскость  $Y_{obs}$

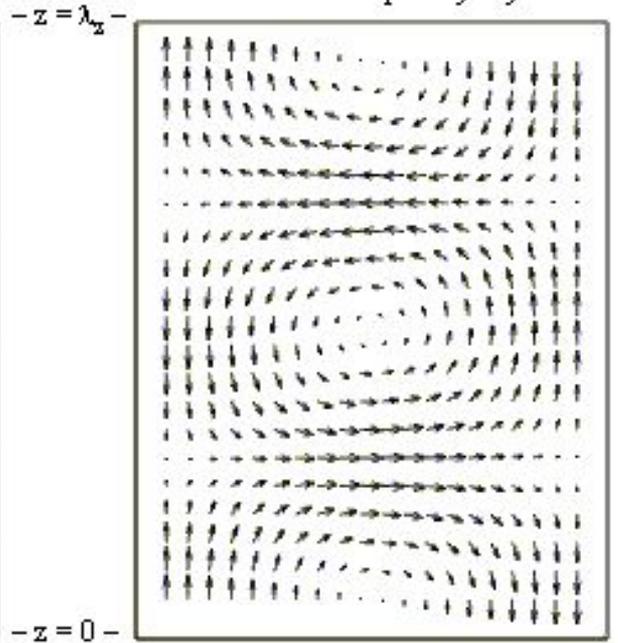
For the TE mode  
 $m = 1, n = 0$

At time (in periods,  $T_p$ )  $\frac{\text{time}}{T_p} = 0.000$

$E_y$  in the plane  $y = y_{obs}$ .



$H_x$  and  $H_z$  in the plane  $y = y_{obs}$ .

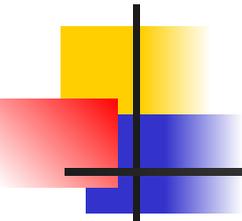


$E_{yb}$   
 $x=0$

$x=a$

$(H_{xb}, H_{zb})$   
 $x=0$

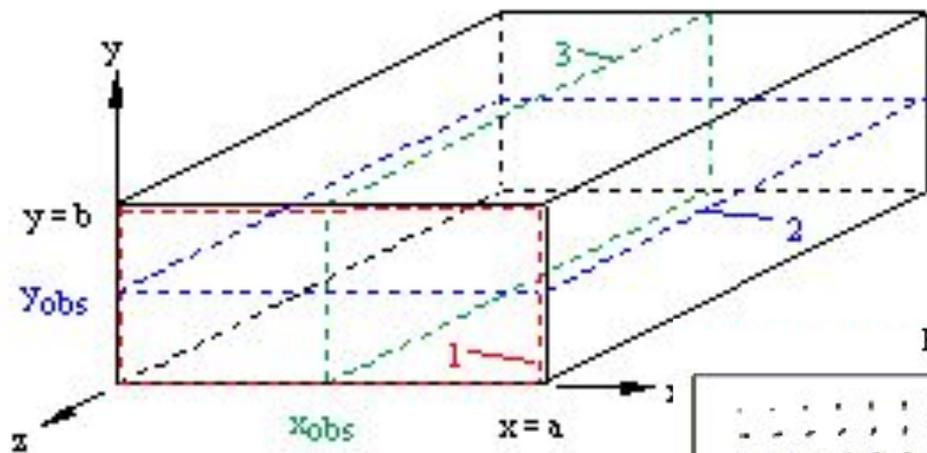
$x=a$



# Классификация волн в волноводе

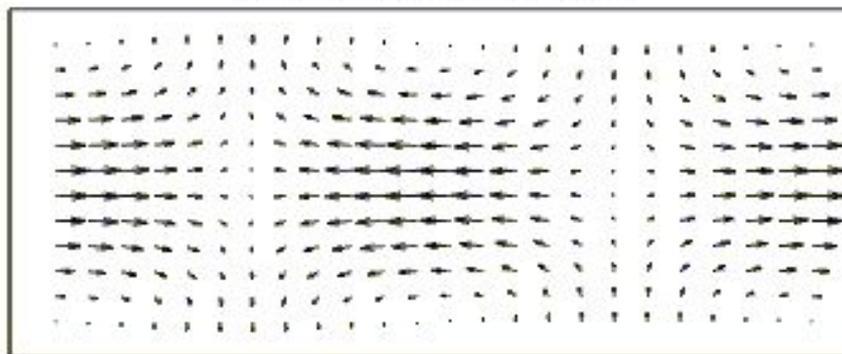
---

- По волноводу могут распространяться **поперечно-магнитные волны ТМ** (transverse magnetic) – электрические или Е-волны.
- Магнитное поле полностью расположено в поперечной плоскости, а электрическое поле имеет составляющую, которая совпадает с направлением распространения энергии.



***$m=2$ -число стоячих  
полуволн по оси  $X$   
 $n=1$  – число стоячих  
полуволн по оси  $Y$***

$E_y$  and  $E_z$  in the plane  $x = x_{obs}$ .



$-y = b$

For the TM mode  
 $m = 2$ ,  $n = 1$   
at time (in periods,  $T_p$ )

$$\frac{\text{time}}{T_p} = 0.000$$

$-y = 0$

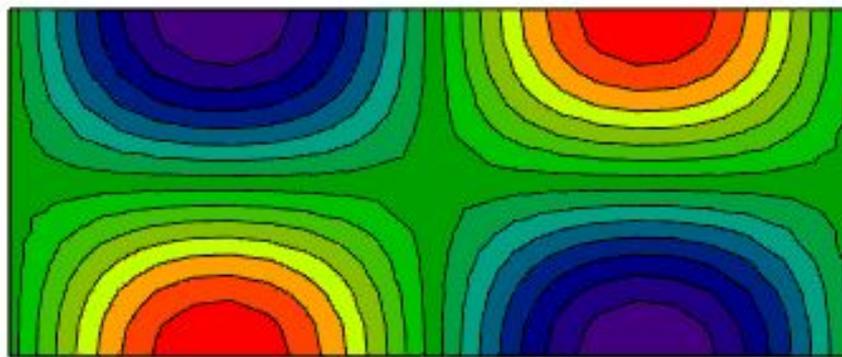
$(e_{yx}, e_{yz})$

# Поперечно-магнитные волны ТМ

**( $m=2$ ,  $n=1$ )**

Плоскость  $X_{obs}$

$H_x$  in the plane  $x = x_{obs}$ .



$-y = b$

For the TM mode  
 $m = 2$ ,  $n = 1$   
at time (in periods,  $T_p$ )

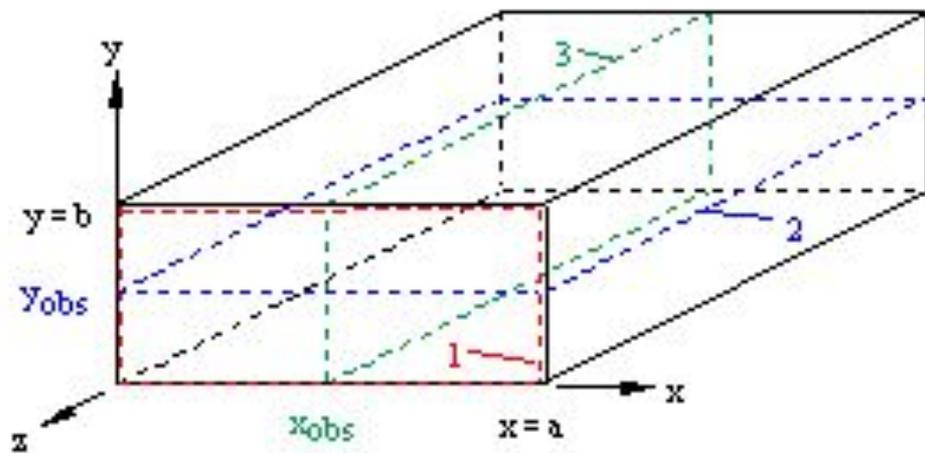
$$\frac{\text{time}}{T_p} = 0.000$$

$-y = 0$

$h_{yx}$

$z = 0$

$z = \lambda_z$



***$m=2$ -число стоячих  
полуволн по оси  $X$   
 $n=1$  – число стоячих  
полуволн по оси  $Y$***

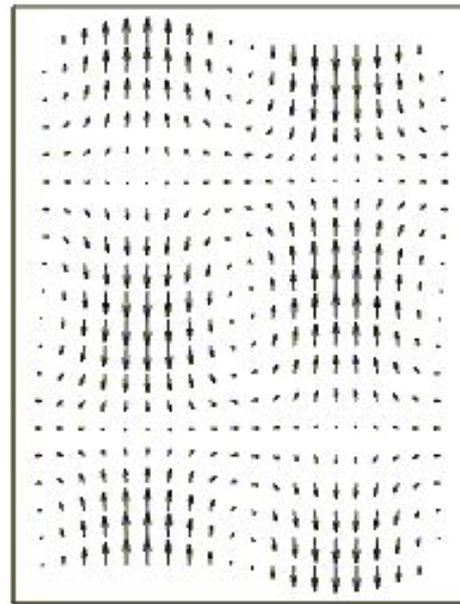
For the TM mode  
 $m = 2$  ,  $n = 1$

At time (in periods,  $T_p$ )  $\frac{\text{time}}{T_p} = 0.000$

**Поперечно-  
магнитные  
волны ТМ  
( $m=2, n=1$ )**

**Плоскость  $Y_{obs}$**

Ex and Ez in the plane  $y = y_{obs}$ .

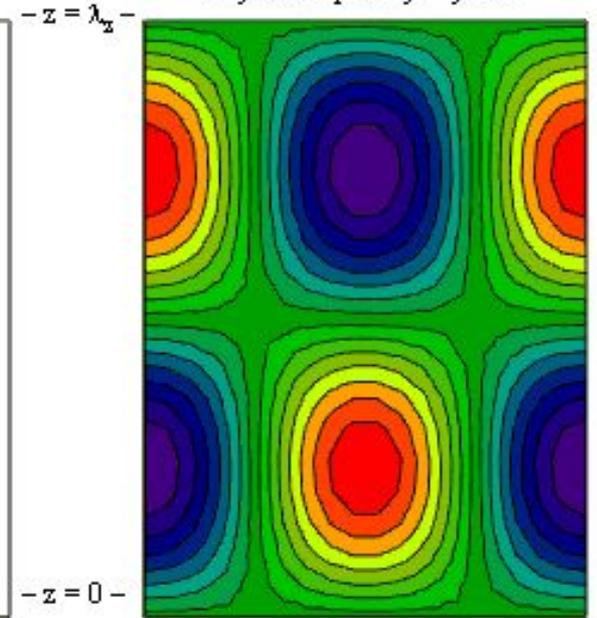


$(e_{x0b}, e_{z0b})$

$x = 0$

$x = a$

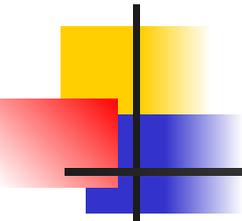
$H_y$  in the plane  $y = y_{obs}$ .



$h_{y0b}$

$x = 0$

$x = a$



# Графическое построение картины поля

- Структуру поля в прямоугольном волноводе изображают в виде проекций силовых линий векторов  $E$  и  $H$  для данного типа волн в рассматриваемом сечении.
- Волна TE имеет продольную составляющую  $E_z$ .
- Волна TM имеет продольную составляющую  $H_z$ . Линии вектор  $E$  расположены в плоскостях поперечного сечения волновода.
- В обоих типах волн линии векторов  $E$  и  $H$  взаимно перпендикулярны.
- Граничные условия у стенок волновода должны обеспечить продольное направление вектора Пойнтинга  $\mathbf{P} = \mathbf{E} * \mathbf{H}$ :
  - $\mathbf{E}_\tau = \mathbf{0}$ , так как  $\gamma \rightarrow \infty$ .
  - Магнитные силовые линии касательны к стенкам волновода.

