


Определение
ИСТИННОСТИ И ЛОЖНОСТИ
ВЫСКАЗЫВАНИЙ





Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.





Так, например, предложение
"*Трава зеленая*" следует считать
высказыванием, так как оно
истинное.

Предложение "*Лев - птица*" тоже
высказывание, так как оно ложное.



Не всякое предложение является логическим высказыванием.

Высказываниями не являются, например, предложения "ученик десятого класса" и «математика — интересный предмет».



Употребляемые в обычной речи слова и словосочетания "не", "и", "или", "если... , то", "тогда и только тогда" и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания.

Такие слова и словосочетания называются логическими связками.





Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются *составными.*

Высказывания, не являющиеся составными, называются *элементарными.*



Так, например, из элементарных высказываний "*Петров — врач*", "*Петров — шахматист*" при помощи связки "*и*" можно получить составное высказывание "*Петров — врач и шахматист*", понимаемое как "*Петров — врач, хорошо играющий в шахматы*".



При помощи связки "*или*" из этих же высказываний можно получить составное высказывание "*Петров — врач или шахматист*", понимаемое в алгебре логики как "*Петров или врач, или шахматист, или и врач и шахматист одновременно*".



Чтобы обращаться к логическим высказываниям, им назначают имена.

Пусть через **A** обозначено высказывание "*Тимур поедет летом на море*", а через **B** — высказывание "*Тимур летом отправится в горы*".



Тогда составное высказывание
*"Тимур летом побывает и на
море, и в горах"* можно кратко
записать как **A и B**. Здесь **"и"**
— логическая связка, **A, B** —
логические переменные, которые
могут принимать только два
значения - **"истина"** или **"ложь"**,
обозначаемые, соответственно,
"1" и **"0"**.



Операции над логическими высказываниями



НЕ

Операция, выражаемая словом "не", называется инверсией или *отрицанием* и обозначается чертой над высказыванием.



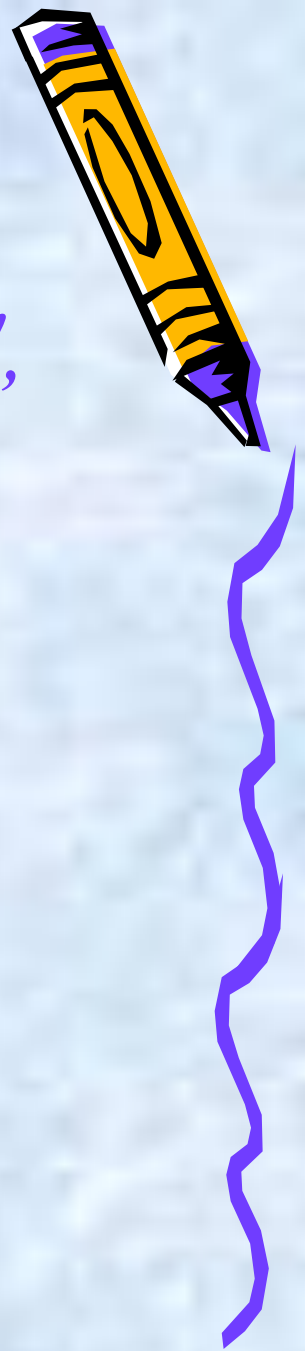
Высказывание \bar{A} истинно, когда A ложно, и ложно, когда A истинно.

*Пример. "Луна — спутник Земли" (A);
"Луна — не спутник Земли" (\bar{A}).*



И

Операция, выражаемая связкой "и", называется конъюнкцией (лат. conjunctio — соединение) или *логическим умножением* и обозначается точкой "·" (может также обозначаться знаками \wedge или $\&$).



Высказывание $A \cdot B$ истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B истинны.

Например, высказывание "10 делится на 2 и 5 больше 3" истинно, а высказывания "10 делится на 2 и 5 не больше 3", "10 не делится на 2 и 5 больше 3", "10 не делится на 2 и 5 не больше 3" — ложны.



ИЛИ

Операция, выражаемая связкой "или" (в неисключающем смысле этого слова), называется дизъюнкцией (лат. disjunctio — разделение) или *логическим сложением* и обозначается знаком \vee (или **ПЛЮСОМ**).



Высказывание $A \vee B$ ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B ложны.

Например, высказывание "10 не делится на 2 или 5 не больше 3" ложно, а высказывания "10 делится на 2 или 5 больше 3", "10 делится на 2 или 5 не больше 3", "10 не делится на 2 или 5 больше 3"— истинны.



ЕСЛИ-ТО

Операция, выражаемая связками "если ..., то", "из ... следует", "... влечет ...", называется импликацией (лат. *implicatio* — тесно связаны) и обозначается знаком \rightarrow . Высказывание $A \rightarrow B$ ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B ложно.



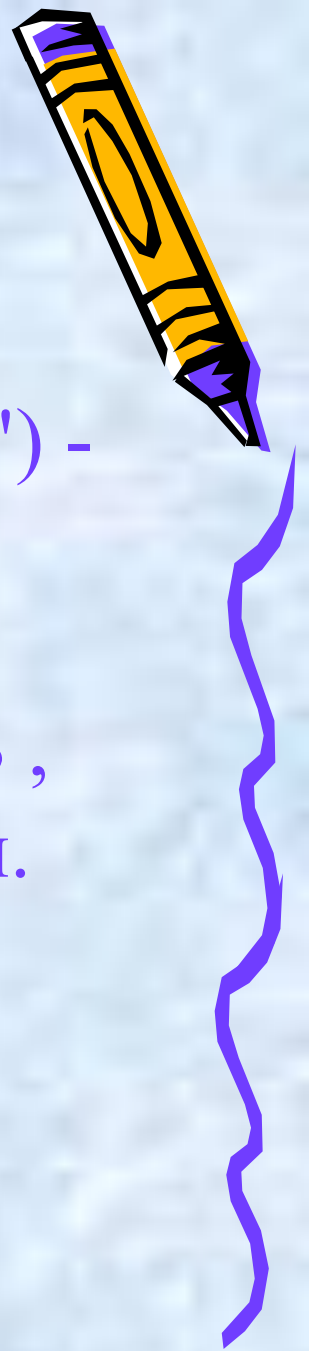
РАВНОСИЛЬНО

Операция, выражаемая связками "тогда и только тогда", "необходимо и достаточно", "... равносильно ...", называется эквиваленцией или *двойной импликацией* и обозначается знаком \sim . Высказывание $A \sim B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают.



С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно формализовать, то есть заменить *логической формулой*.





Определение логической формулы:

1. Всякая логическая переменная и символы "истина" ("1") и "ложь" ("0") - формулы.
2. Если A и B - формулы, то \bar{A} , $A \cdot B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$ - формулы.
3. Никаких других формул в алгебре логики нет.

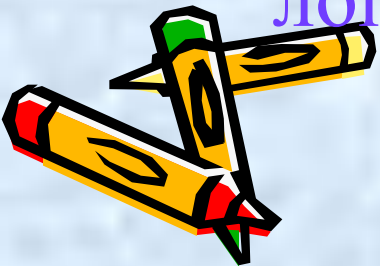


Таблица истинности это табличное представление логической схемы (операции), в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных сигналов (операндов) вместе со значением истинности выходного сигнала (результата операции) для каждого из этих сочетаний.



Таблица истинности схемы И

X	Y	$X*Y$
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Единица на выходе схемы И будет тогда и только тогда, когда на всех входах будут единицы. Когда хотя бы на одном входе будет ноль, на выходе также будет ноль.



Таблица истинности схемы ИЛИ

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Когда хотя бы на одном входе схемы ИЛИ будет единица, на её выходе также будет единица.



Таблица истинности схемы НЕ

x	\overline{x}
0	1
1	0

Если на входе
схемы 0, то на
выходе 1. Когда
на входе 1, на
выходе 0.



Таблица истинности схемы И—НЕ

x	y	$\overline{x*y}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

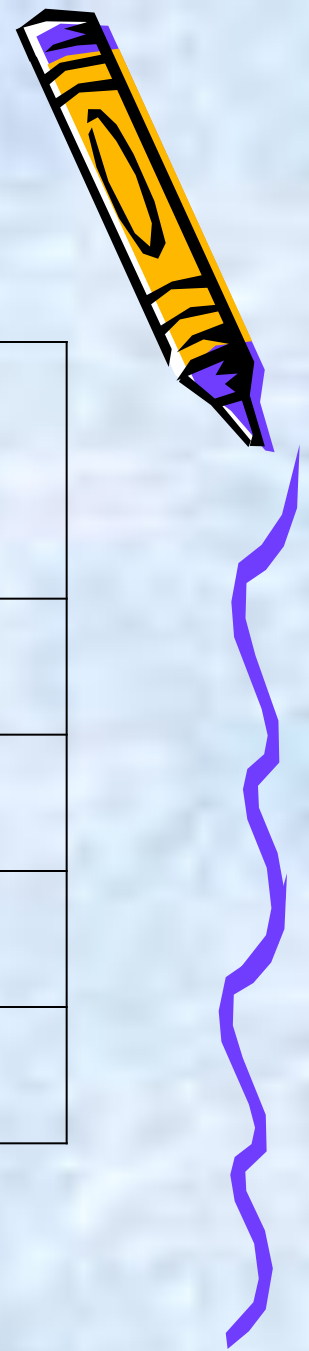


Таблица истинности схемы ИЛИ—НЕ

x	y	$\overline{x+y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



Составить таблицу
истинности для формулы:
 $P \wedge (\neg Q \vee R) \rightarrow R$

