

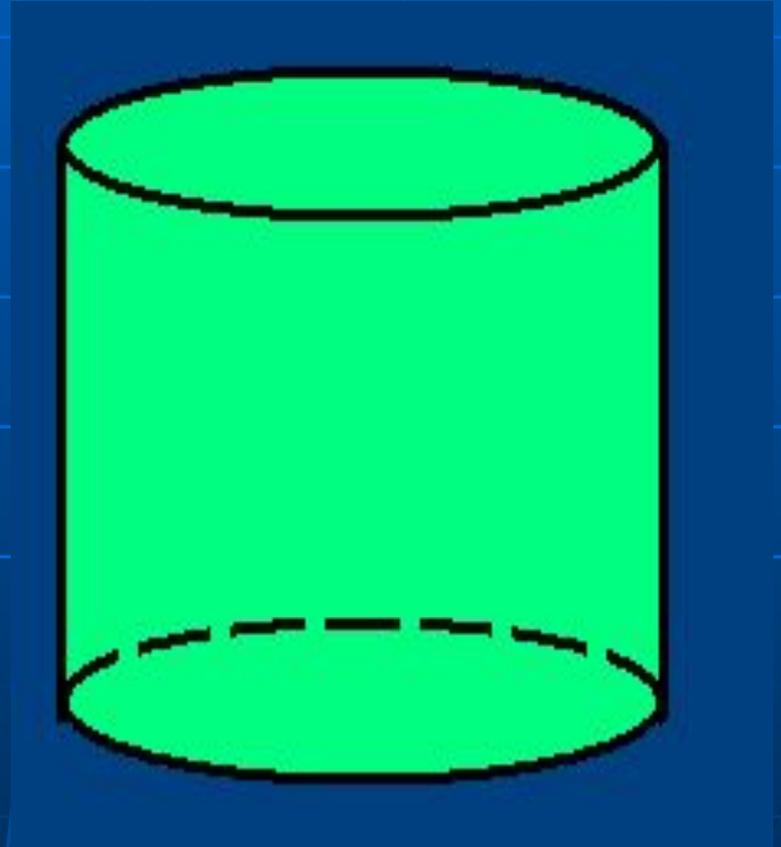
Цилиндр

Цилиндр

- Определение цилиндра как геометрического тела
- Прямой цилиндр
- Элементы цилиндра (поверхность, высота, радиус, ось)
- Определение цилиндра как тела вращения
- Свойства цилиндра
- Сечения цилиндра плоскостями
- Вписанная и описанная призма
- Площадь цилиндра

Определение цилиндра как геометрического тела

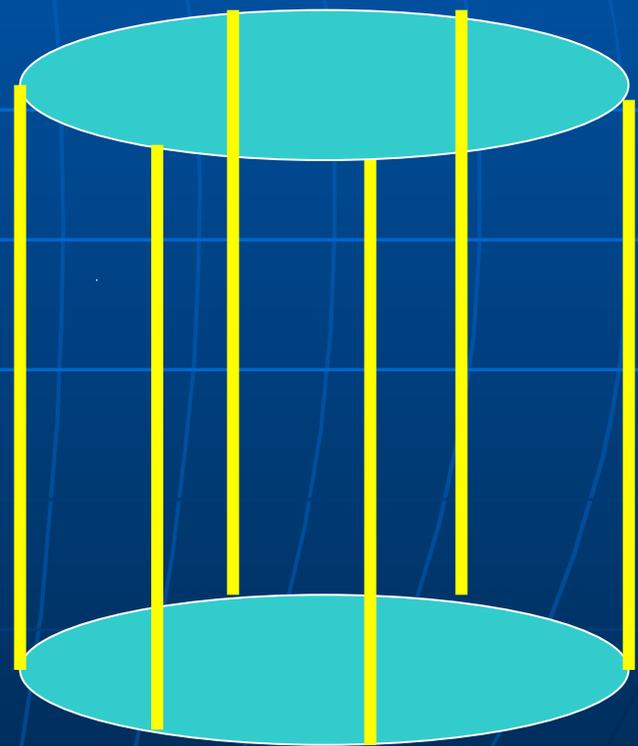
Цилиндром называется тело, которое состоит из двух кругов называется тело, которое состоит из двух кругов, лежащих в параллельных плоскостях и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов.



Круги называются
основаниями
цилиндра



Отрезки,
соединяющие
соответствующие
точки
окружностей
кругов
называются
образующими
цилиндра



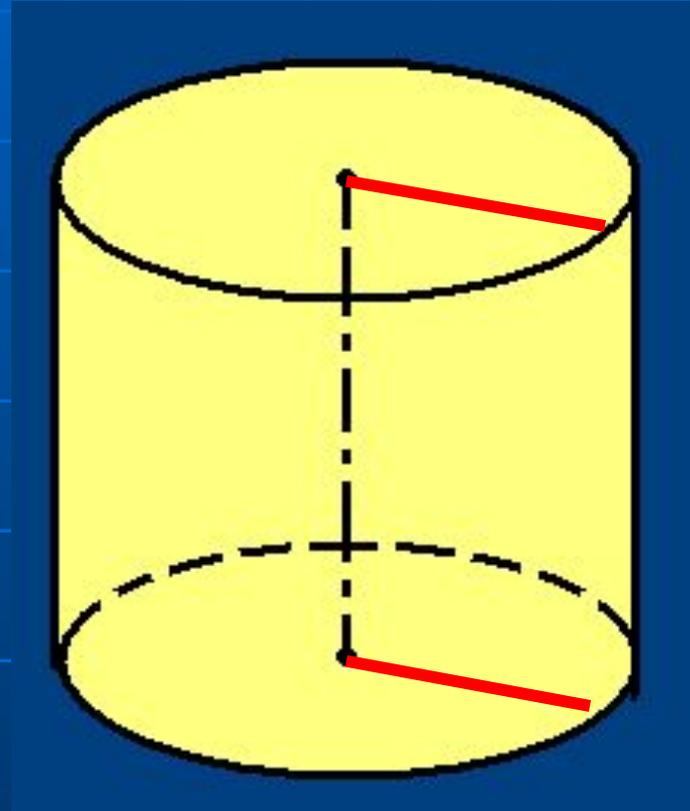
Цилиндр называется **прямым**, если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований.

Элементы цилиндра

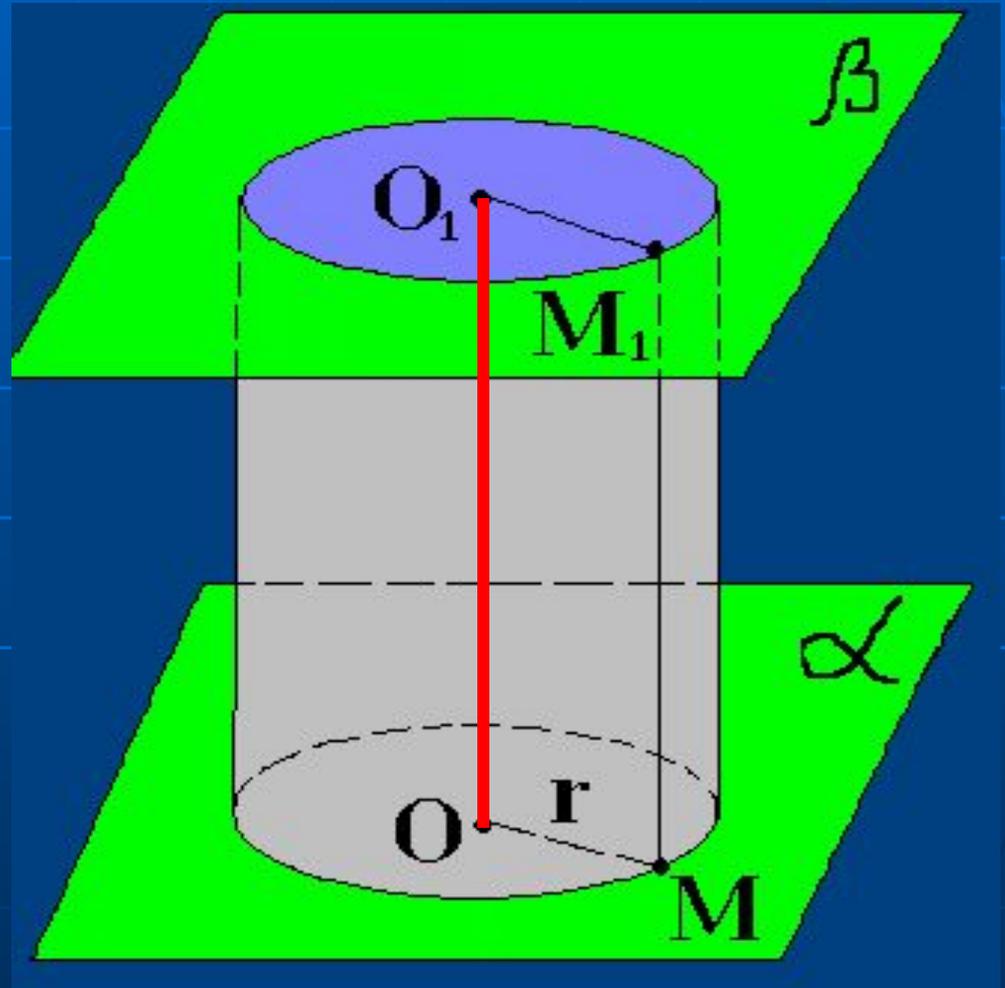
- Поверхность цилиндра
- Высота цилиндра
- Ось цилиндра
- Радиус цилиндра

Поверхность цилиндра состоит из оснований и боковой поверхности. Боковая поверхность составлена из образующих.

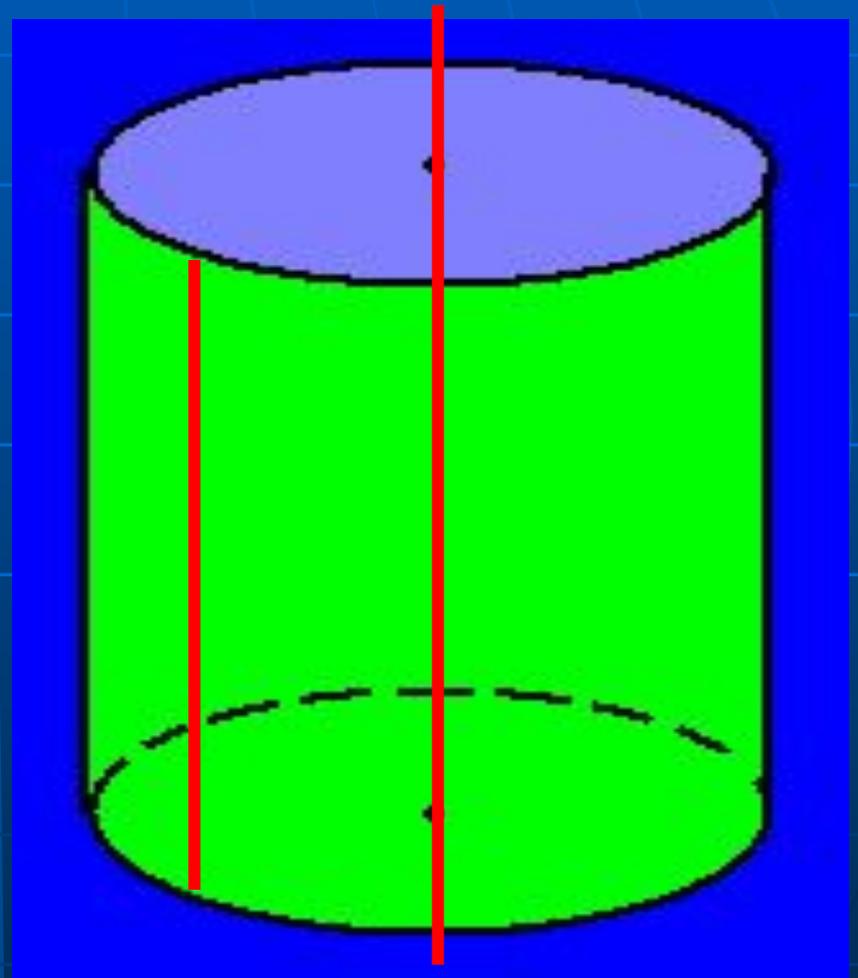
- **Радиусом** цилиндра называется радиус его основания.



- **Высотой** цилиндра называется расстояние между плоскостями его оснований.



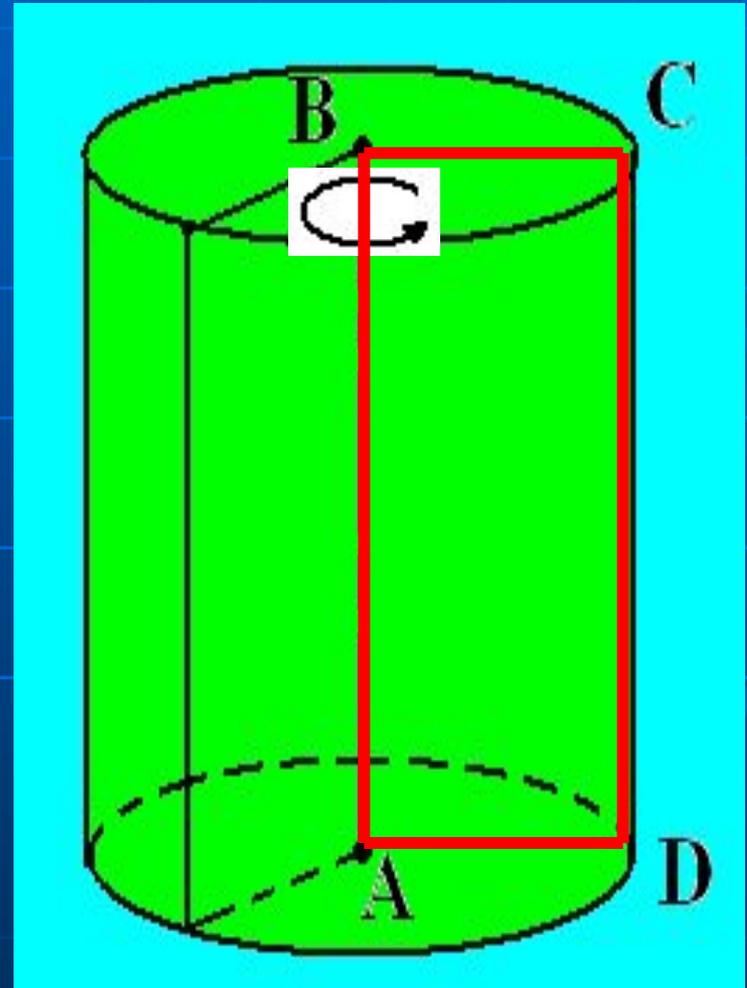
Осью цилиндра называется прямая, проходящая через центры оснований. Она параллельна образующим.



Цилиндр как тело вращения

Цилиндр может быть
получен вращением
прямоугольника
вокруг одной из его
сторон.

На рисунке изображен цилиндр, полученный вращением прямоугольника $ABCD$ вокруг стороны AB . При этом боковая поверхность цилиндра образуется вращением стороны CD , а основание - вращением сторон BC и AD .

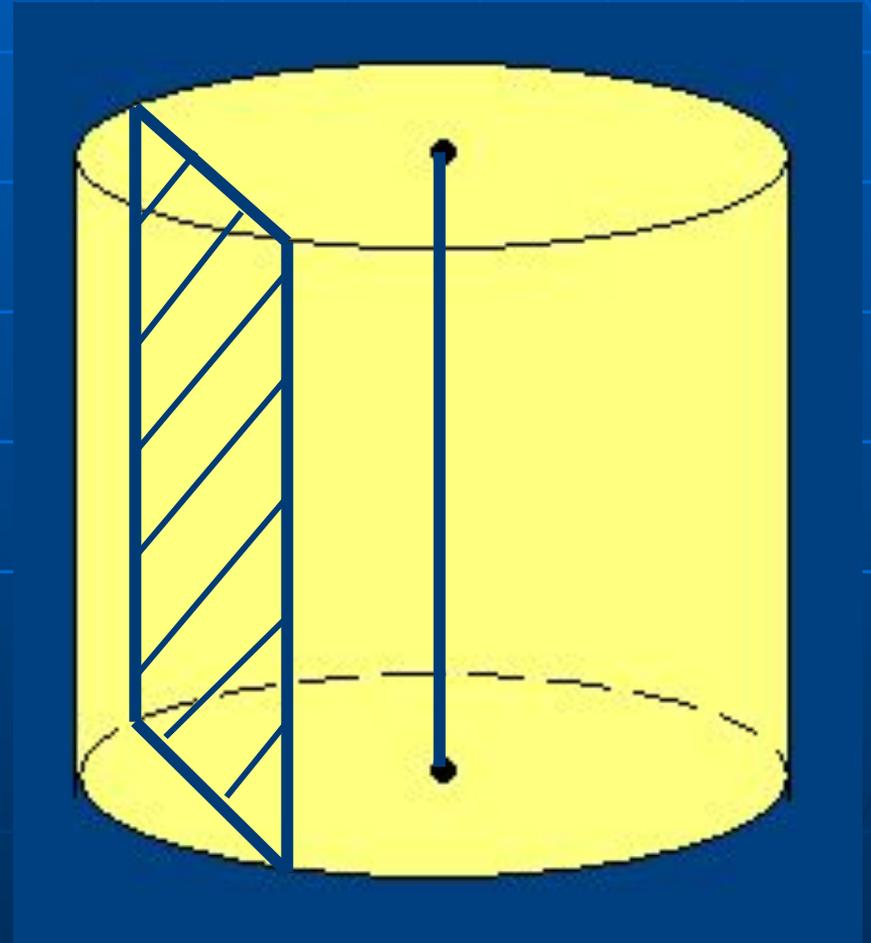


Свойства цилиндра

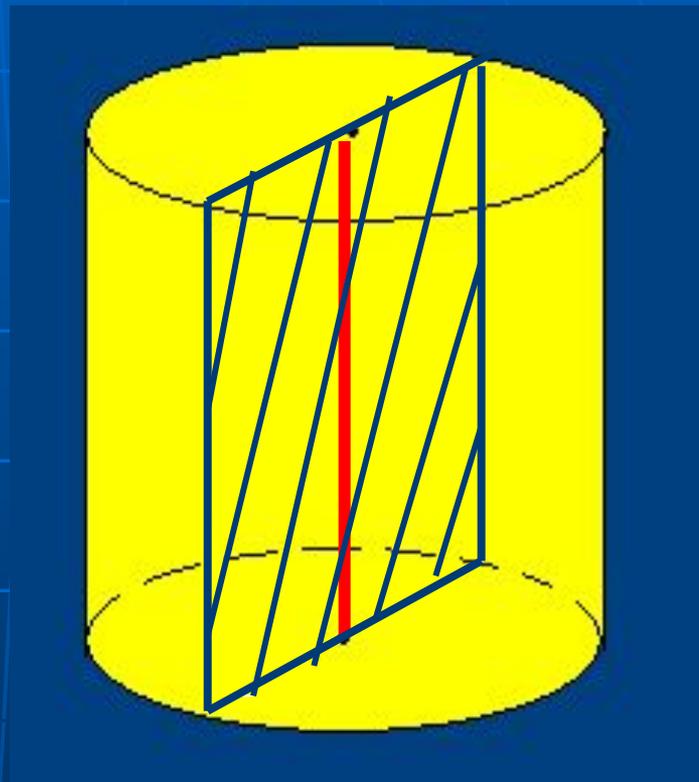
- Основания цилиндра равны.
- Основания цилиндра лежат в параллельных плоскостях.
- Образующие цилиндра параллельны и равны

Сечения цилиндра плоскостями

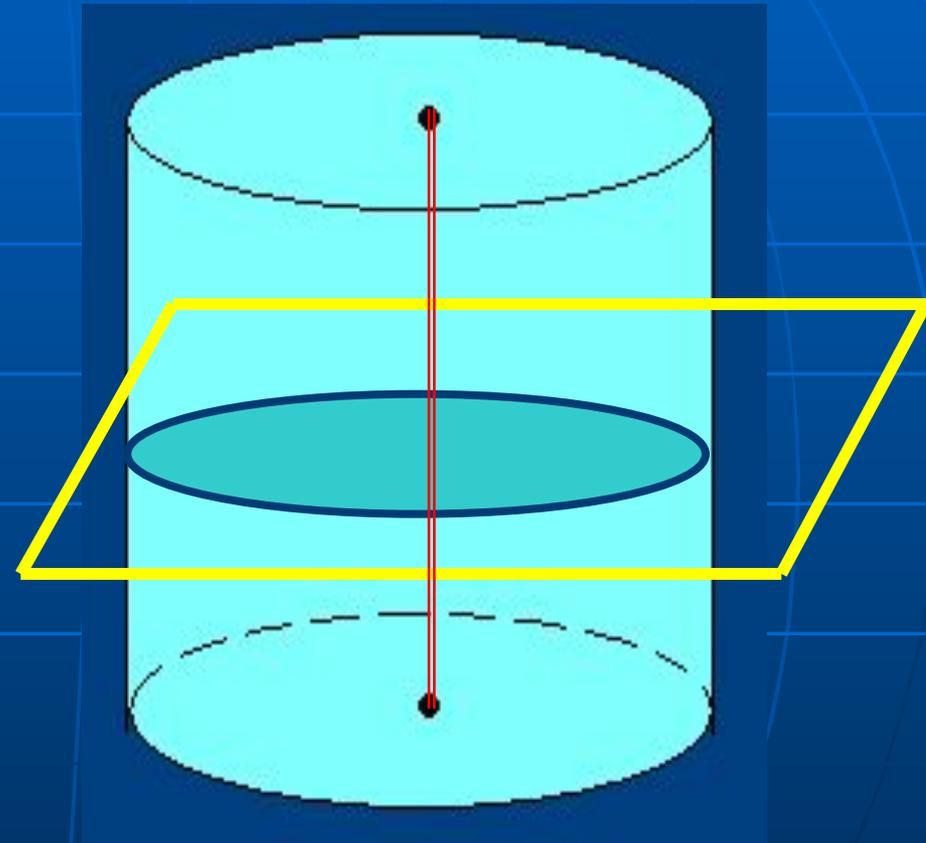
Сечение цилиндра плоскостью, параллельно его оси, представляет собой прямоугольник.



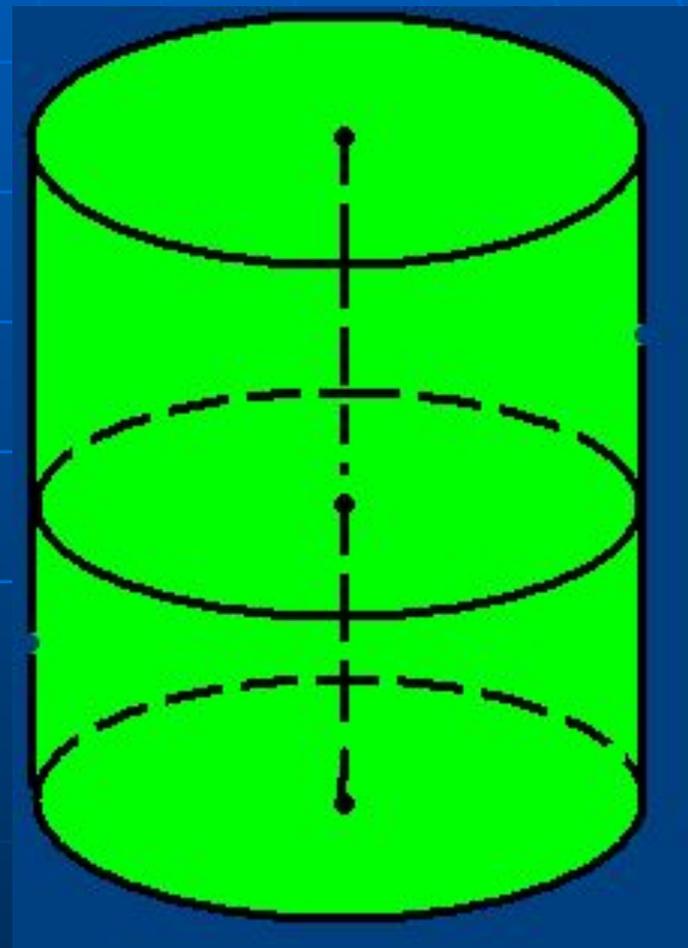
Если секущая плоскость проходит через ось цилиндра, то сечение представляет собой прямоугольник, две стороны которого – образующие, а две другие – диаметры оснований цилиндра. Такое сечение называется **осевым**



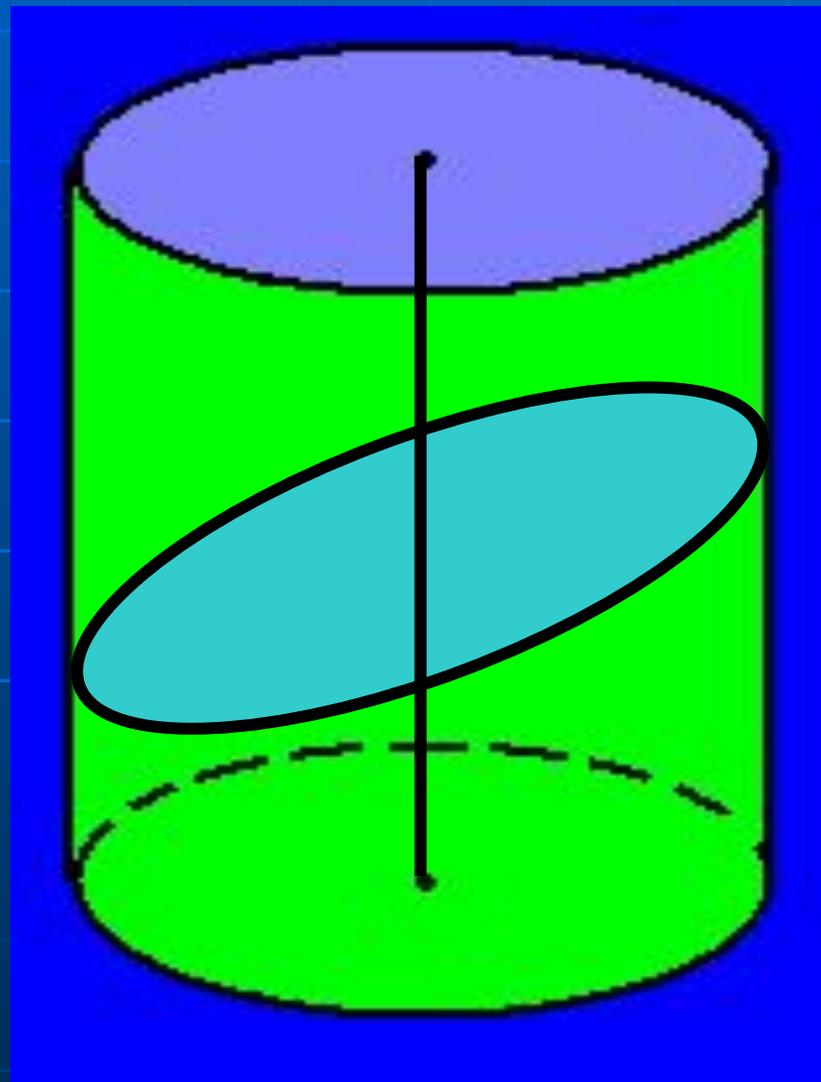
Если секущая плоскость перпендикулярна к оси цилиндра, то сечение является **круговым**. Такая секущая плоскость отсекает от данного цилиндра тело, являющееся цилиндром.
(теорема 20.1)



Теорема. Плоскость,
параллельная
плоскости основания
цилиндра, пересекает
его боковую
поверхность по
окружности, равной
окружности
основания.

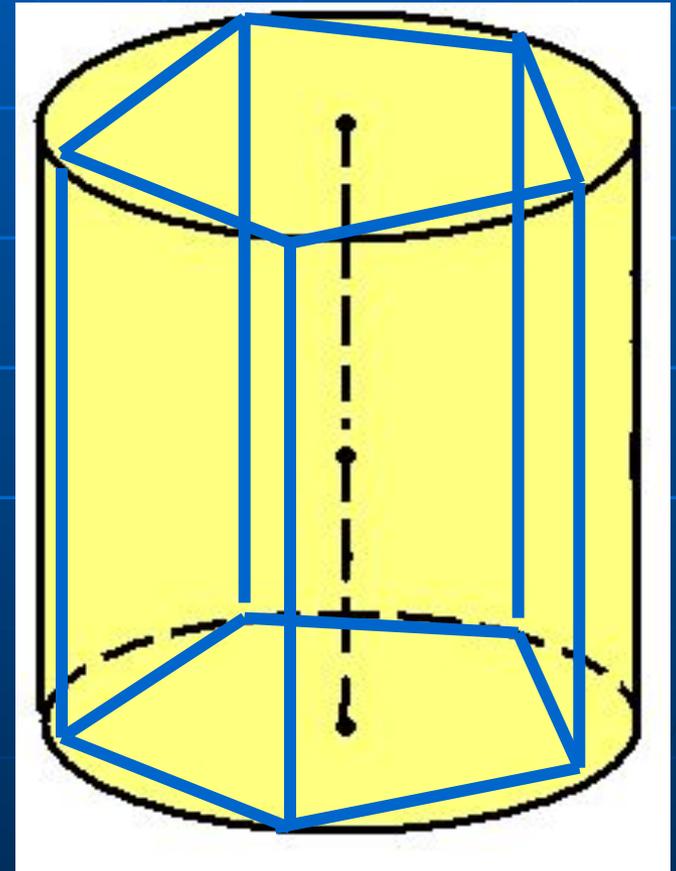


Если секущая
плоскость не
параллельна ни
основанию, ни
образующим, то
в сечении
получается
ЭЛЛИПС



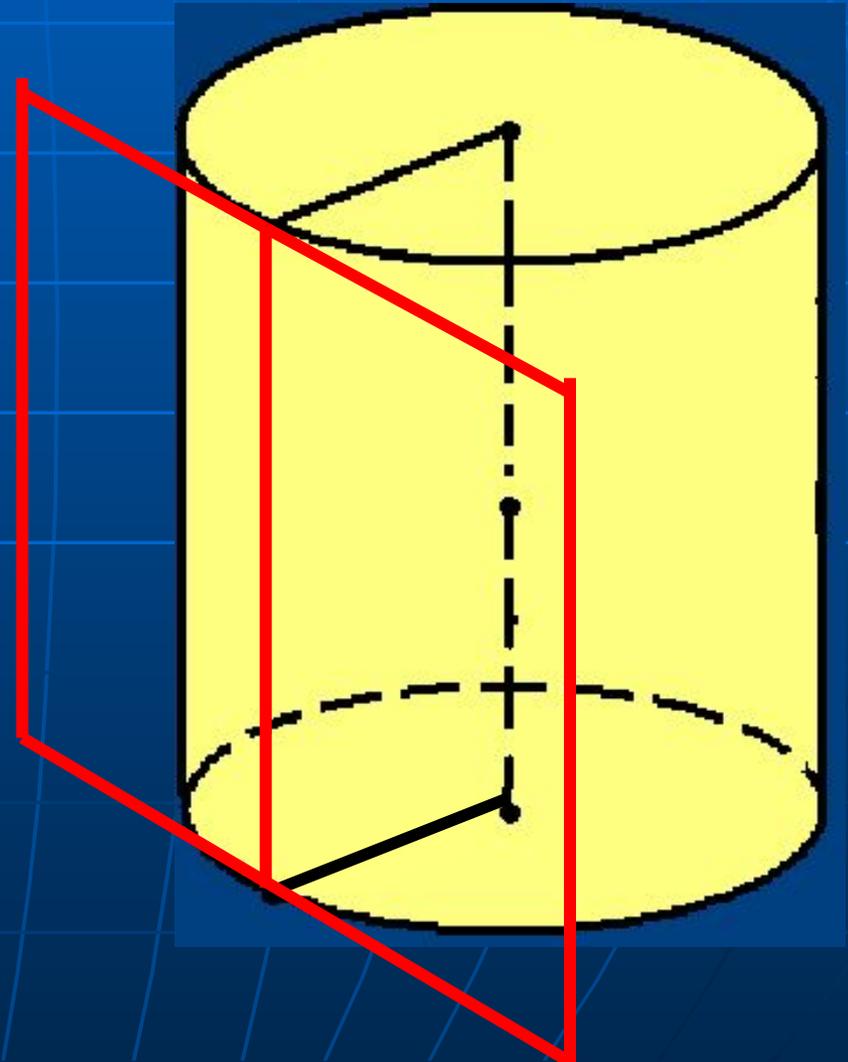
Вписанная призма

Призмой, вписанной в цилиндр, называется такая призма, у которой плоскостями оснований являются плоскости оснований цилиндра, а боковыми ребрами – образующие цилиндра.



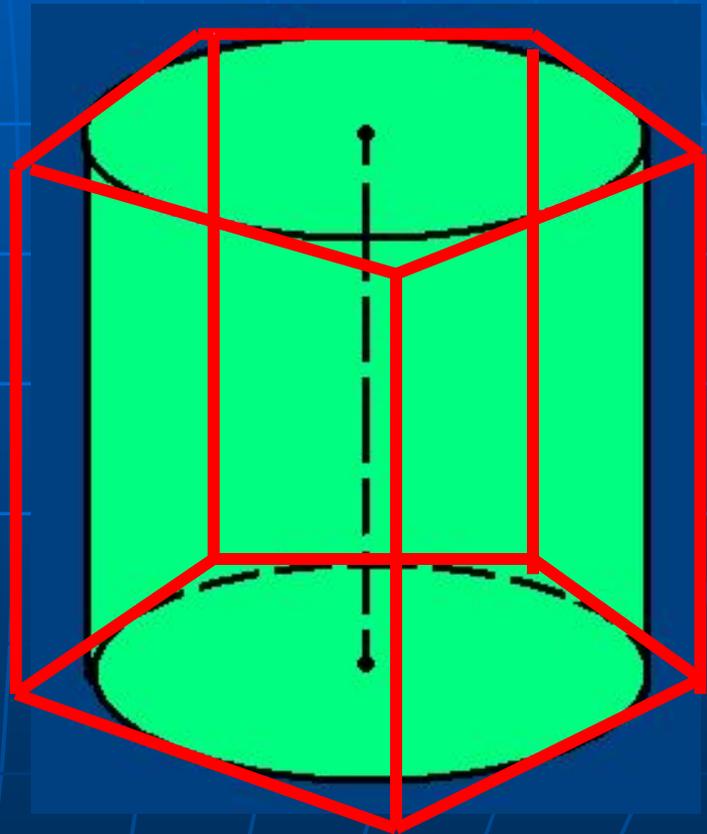
Касательная плоскость к цилиндру

Касательной плоскостью к цилиндру называется плоскость, проходящая через образующую цилиндра и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую.



Описанная призма.

Призмой, описанной около цилиндра, называется призма, у которой плоскостями оснований являются плоскости оснований цилиндра, а боковые грани касаются цилиндра.



Площадь полной поверхности цилиндра

Площадь боковой поверхности

+

Две площади основания

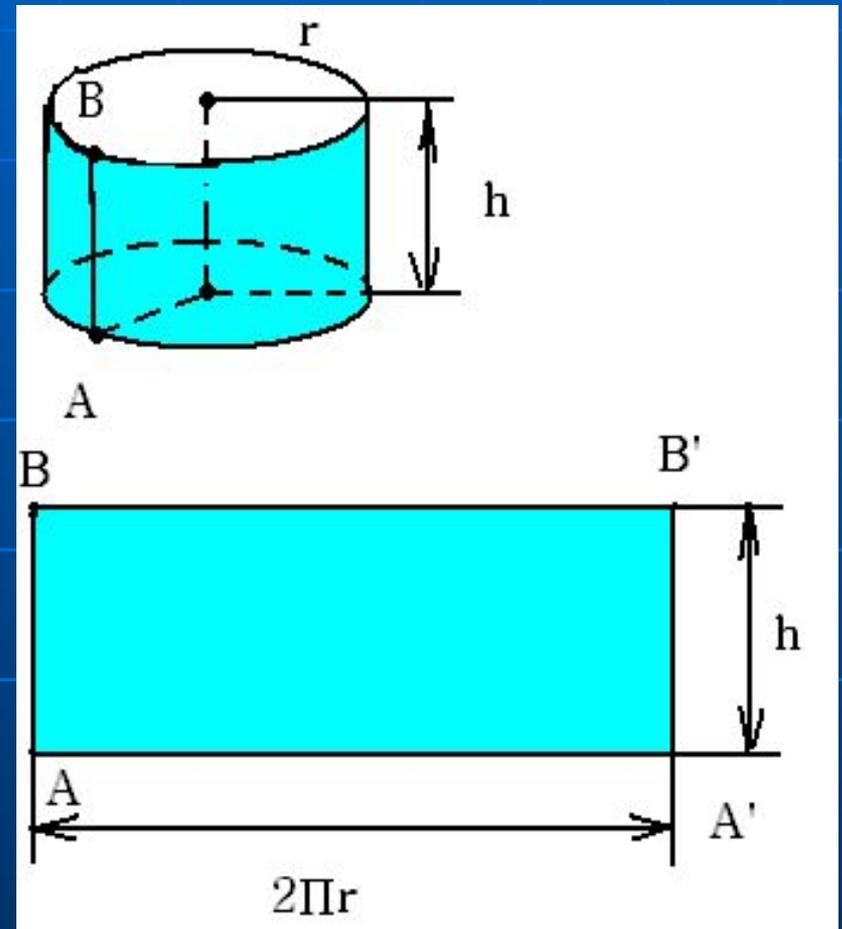
За площадь боковой поверхности цилиндра принимается площадь ее развертки.

Т.к. площадь прямоугольника $ABB'A'$ равна

$$AA' \cdot AB = 2\pi r h,$$

то для вычисления площади боковой поверхности цилиндра радиуса r и высоты h получается формула

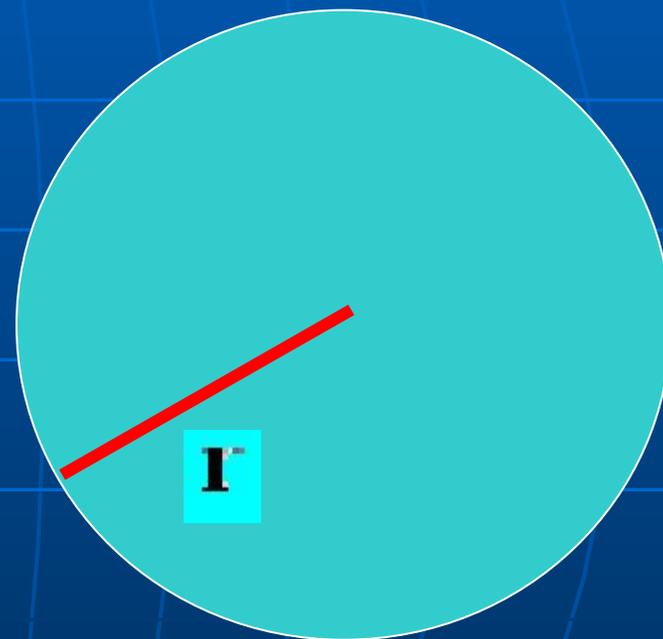
$$S_{\text{бок}} = 2\pi r h$$



Площадь основания

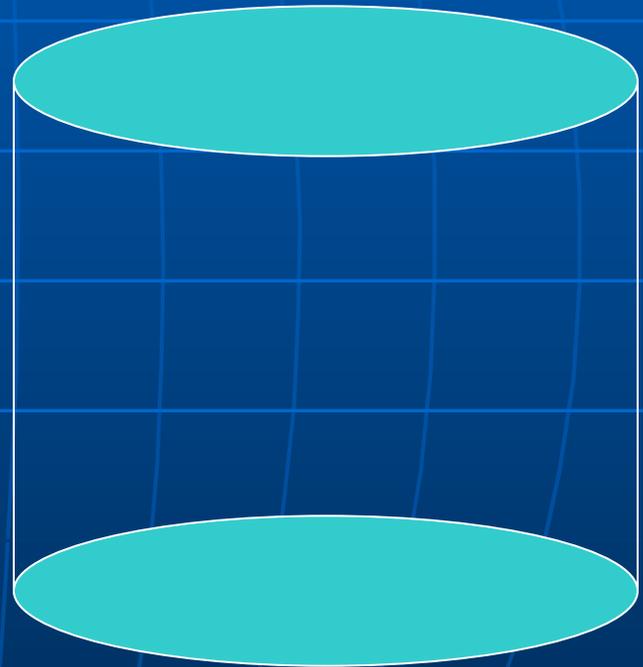
Площадь каждого
основания равна

$$\pi r^2$$



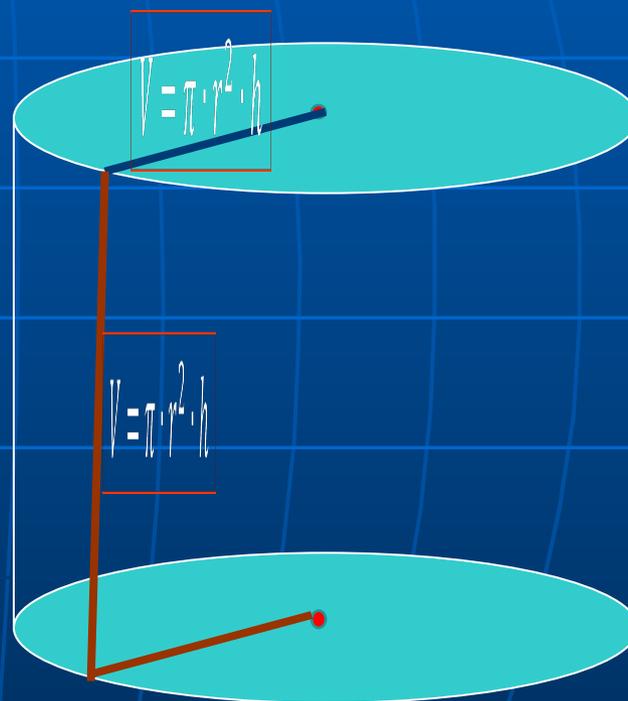
Площадь полной
поверхности цилиндра
вычисляется по формуле

$$S_{\text{цил}} = 2\pi r(r+h).$$

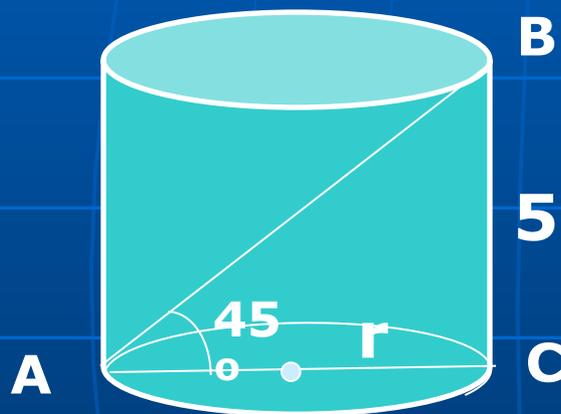


Объём цилиндра
вычисляется по формуле

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$



Найти площадь полной поверхности цилиндра

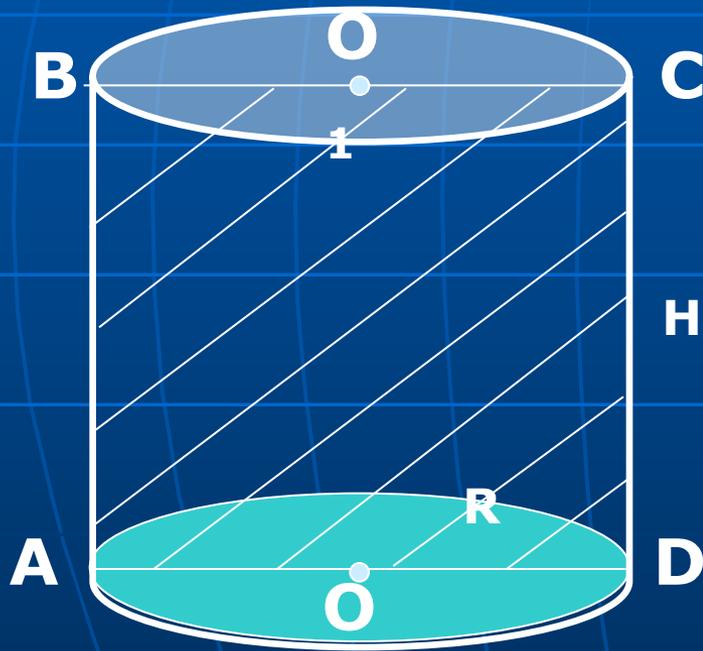


$\triangle ABC$ - прямоугольный
 $\triangle ABC$ - равнобедренный
 $BC = AC$
 $= 5$
 $r = 2,5$

$$S = 2\pi r(h + r)$$

$$S = 2\pi \cdot 2,5(5 + 2,5) = 5\pi \cdot 7,5 = 37,5\pi$$

Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м^2 , а площадь основания равна 5 м^2 . Найдите высоту цилиндра.

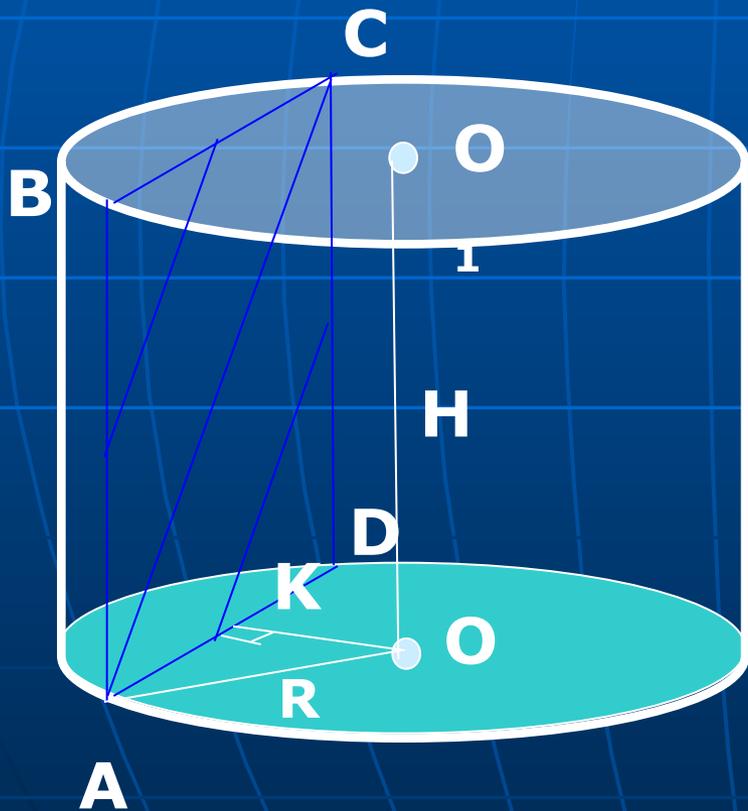


$$\begin{cases} \pi R^2 = 5, \\ 2R \cdot H = 10 \end{cases}$$

$$R = \frac{5}{H} \quad \pi \cdot \left(\frac{5}{H} \right)^2 = 5$$

$$H = \sqrt{5\pi} \text{ м}$$

Высота цилиндра равна 8 см, радиус равен 5 см. Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной его оси, если расстояние между этой плоскостью и осью цилиндра равно 3 см.



ABCD прямоугольн

$$S_{ABCD} = IK \cdot AD,$$

$$H = AB = 8 \text{ см.}$$

OK - расстояние от **O** до **AD**

$$O \perp AD, \quad AK = KD,$$

$$K \quad AK = 4 \text{ см}$$

$$AD = 8 \text{ см}$$

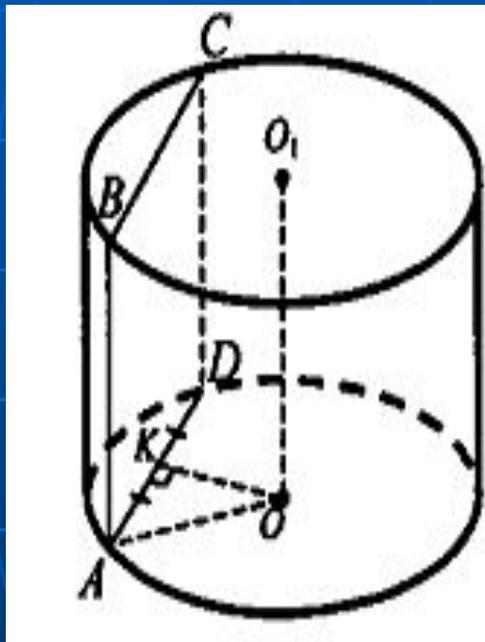
$$(\text{см}^2)$$

$$S_{ABCD} = 8 \cdot 8 = 64$$

Дано: цилиндр, $H = 8$ см. $R = 5$ см, $OK = 3$ см.

Сечение $ABCD$ параллельно оси цилиндра.

Найти: площадь сечения $ABCD$.



Решение:

1. $ABCD$ – прямоугольник.

2. $S_{ABCD} = AB \cdot AD$, $H = AB = 8$ см.

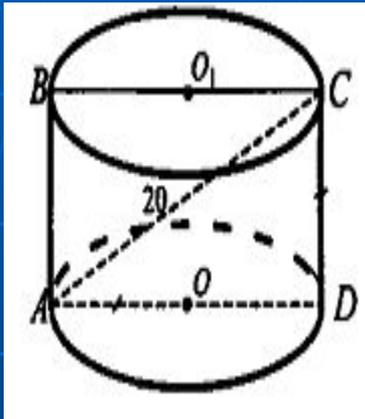
3. Так как OK – расстояние от O до AD , то

$$OK \perp AD, \quad AK = KD. \quad AK = \sqrt{AO^2 - KO^2} = \\ = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ (см).}$$

4. $AD = 8$ см. 5. $S_{ABCD} = 8 \cdot 8 = 64$ (см²).

Ответ: 64 см².

Осевое сечение - квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) площадь основания цилиндра.



Решение:

1. $ABCD$ – квадрат по условию.

2. $H = CD, CD = AD$.

3. $2CD^2 = AC^2$ (по теореме Пифагора), $CD =$
 $= \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$ (см).

4. $R = \frac{1}{2}AD = 5\sqrt{2}$ (см). 5. $S_{\text{осн.}} = \pi R^2, S_{\text{осн.}} = \pi \cdot (5\sqrt{2})^2 = 50\pi$ (см²).

Ответ: 10 см, 50π см².

