

# \*Тема презентации

## Пределы

Выполнил  
студент 1-го  
курса группы  
МА-174  
Федоткин В.Е.

\* Итак, что же такое предел?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1}$$

\* Так выглядит предел

\* Любой предел состоит из трех частей:

\* 1) Всем известного значка предела .

2) Записи под значком предела, в данном случае . Запись читается «икс стремится к единице». Чаще всего - именно , хотя вместо «икса» на практике встречаются и другие переменные. В практических заданиях на месте единицы может находиться совершенно любое число, а также бесконечность ( $\infty$ ).

**3) Функции под знаком  
предела.**

\* Сама запись читается так:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1}$ ,  
«предел функции при  $x$  стремящемся к единице».

\* Разберем следующий важный вопрос - а что значит выражение « $x$  стремится к единице»? И что вообще такое «стремится»?  
Понятие предела - это понятие, если так можно сказать, **динамическое**. Построим последовательность: сначала , затем , , ..., , ....  
То есть выражение « $x$  стремится к единице» следует понимать так - « $x$ » последовательно принимает значения, **которые бесконечно близко приближаются к единице и практически с ней совпадают**.

\* Как решить вышерассмотренный пример?  
Исходя из вышесказанного, нужно просто подставить единицу в функцию, стоящую под знаком предела:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} = \frac{2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 5}{1 + 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

\* Итак, : Когда дан любой предел, сначала просто пытаемся подставить число в функцию.



\* Пример с бесконечностью:  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - x)$

\* Разбираемся, что такое ? Это тот случай, когда неограниченно возрастает, то есть: сначала , потом , потом , затем и так далее до бесконечности.

\* А что в это время происходит с функцией ?

, , , ...

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - x) = -\infty$$

\* Итак: если , то функция стремится к минус бесконечности:

\* Грубо говоря, согласно нашему первому правилу, мы вместо «икса» подставляем в функцию бесконечность и получаем ответ.



\* *Примечание: строго говоря, такой подход с построением последовательностей из нескольких чисел некорректен, но для понимания простейших примеров вполне подойдет.*

## \* Пределы с неопределенностью вида $\frac{\infty}{\infty}$ и метод их решения

\* Сейчас мы рассмотрим группу пределов, когда  $x \rightarrow \infty$ , а функция представляет собой дробь, в числителе и знаменателе которой находятся многочлены

\* Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$

\* Согласно нашему правилу попытаемся подставить бесконечность в функцию. Что у нас получается сверху? Бесконечность. А что получается внизу? Тоже бесконечность. Таким образом, у нас есть так называемая неопределенность вида  $\frac{\infty}{\infty}$ . Можно было бы подумать, что  $\frac{\infty}{\infty} = 1$ , и ответ готов, но в общем случае это вовсе не так, и нужно применить некоторый прием решения, который мы сейчас и рассмотрим.

\* Как решать пределы данного типа?

\* Сначала мы смотрим на числитель и находим в старшем члене  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2} :$

\* Старшая степень в числителе равна двум.

\* Теперь смотрим на знаменатель и тоже находим в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

\* Старшая степень знаменателя равна двум.

\* Затем мы выбираем самую старшую степень числителя и знаменателя: в данном примере они совпадают и равны двойке.

\* Итак, метод решения следующий: для того чтобы раскрыть неопределенность необходимо разделить знаменатель на  $x^2$  в старшей степени.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2} = \frac{\infty}{\infty} = (*)$$

$$(*) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2}}{\frac{1 + x + 3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 3} = \frac{2}{3}$$

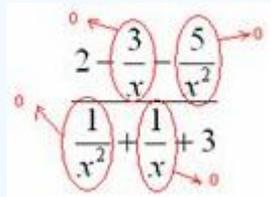


\* Что принципиально важно в оформлении решения?

\* Во-первых, указываем неопределенность, если она есть.

\* Во-вторых, желательно прервать решение для промежуточных объяснений, он не несет никакого математического смысла, а обозначает, что решение прервано для промежуточного объяснения.

\* В-третьих, в пределе желательно пометить, что и куда стремится. Когда работа



The image shows a handwritten mathematical expression: 
$$2 - \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}$$
 over 
$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 3$$
. Red circles are drawn around the terms  $\frac{3}{x}$ ,  $\frac{5}{x^2}$ ,  $\frac{1}{x^2}$ , and  $\frac{1}{x}$ . Red arrows point from the top of each circle to a small '0' above it, and from the bottom of each circle to a small '0' below it, indicating limits or asymptotes.

зается от руки, удобнее это сделать так:

\* Для пометок лучше использовать простой карандаш.



