

Презентация учителя математики
МОУ «Оршинская СОШ»
Калининского района Тверской области

Завьяловой Ольги Юрьевны
по математике

**«Сумма первых n членов
арифметической
прогрессии»**

*(номинация «Мой лучший урок»,
естественно-математический цикл)*

Математика 9

класс

*«Математика может
открыть определенную
последовательность даже
в хаосе».*

(Гертруда Стайн)

ПОВТОРИ

М?
Дайте определение
арифметической прогрессии;

Числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего и одного и того же числа d (разность), называется арифметической прогрессией

Дана арифметическая
прогрессия

2, 6, 10, 14,.....

Найти:
 $a_1 = 2$

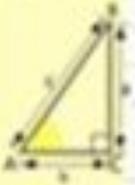
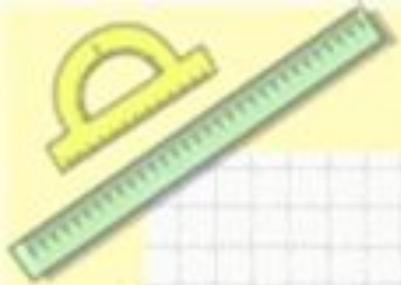
$$d = 6 - 2 = 4$$

Назовите формулу n – го члена

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{11} = 2 + 10 \cdot 4 = 42$$

Проверка домашней работы



$\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

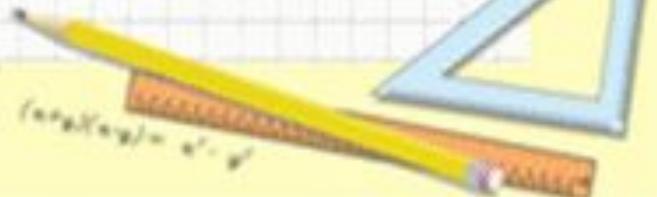
- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$



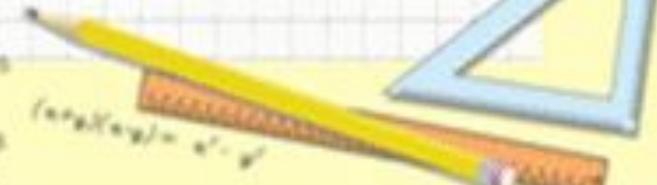
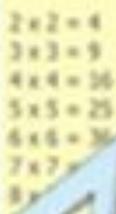
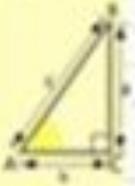
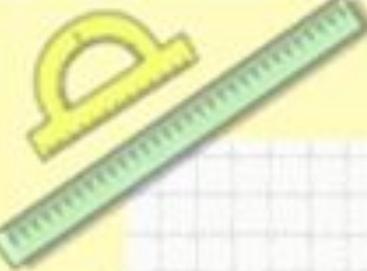
$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$
$$a^2 + b^2 = c^2$$



$$\begin{cases} \sin A = \frac{a}{c} \\ \sin B = \frac{b}{c} \\ \sin C = \frac{c}{c} = 1 \end{cases}$$



Тема урока:
**«Сумма первых n
членов
арифметической
прогрессии»**


$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \sin^2 \gamma$$

$$2 + 2 = 4$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$(a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

Из истории



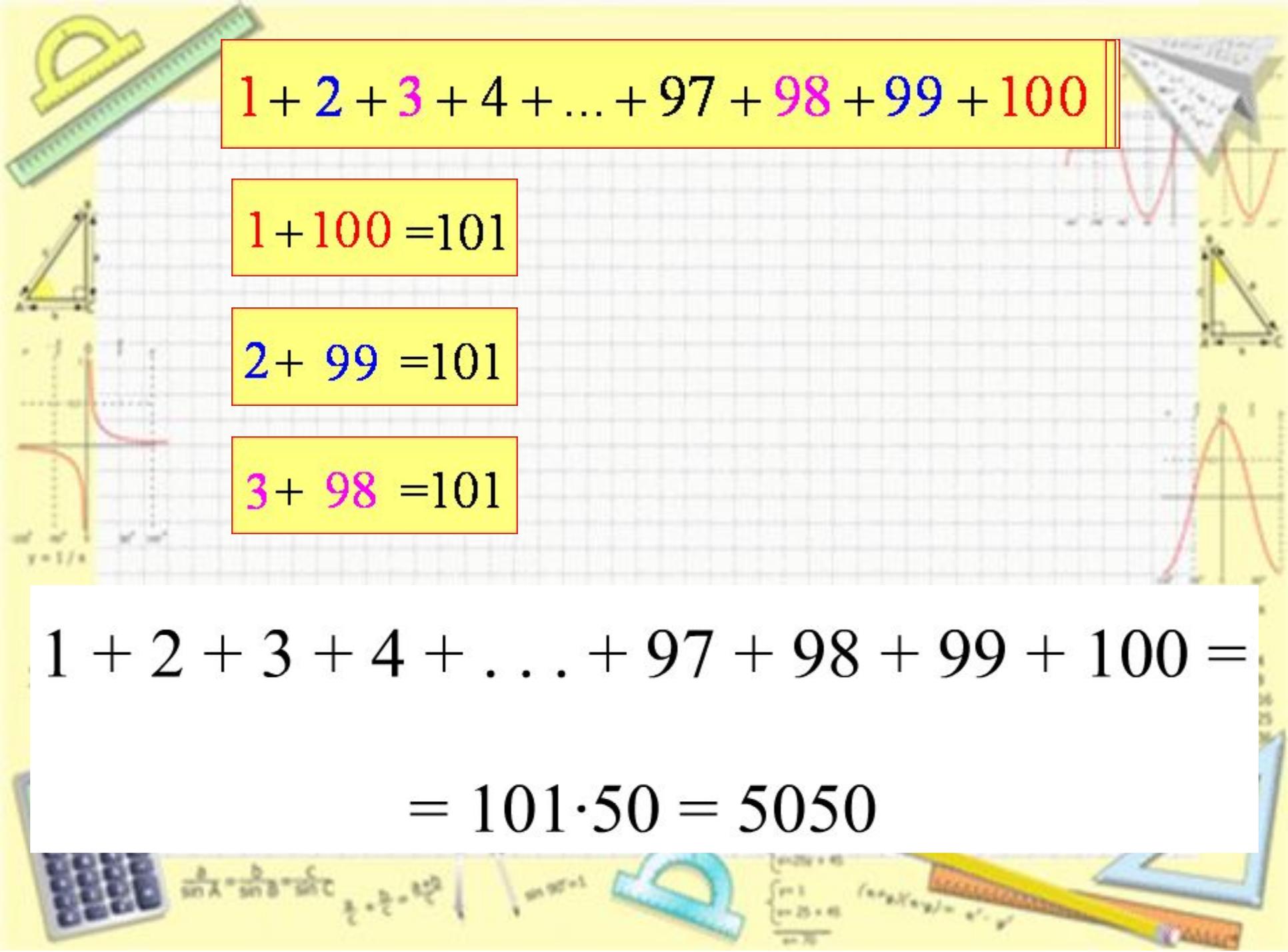
а формулой суммы n -первых членов арифметической прогрессии был связан эпизод из жизни немецкого математика Карла Фридриха Гаусса (1777-1855). Когда ему было 9 лет, учитель, занятый проверкой учеников других классов, задал на уроке следующую задачу: «Сосчитать сумму натуральных чисел от 1 до 100 включительно», надеясь, что это займёт много времени. Каково же было удивление учителя, когда один из учеников (это был Гаусс) через минуту воскликнул : «Я уже решил...»

Работа в

группах

Давным-давно сказал
один мудрец
Что прежде надо
Связать начало и
конец
У численного ряда.




$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$$

$$1 + 100 = 101$$

$$2 + 99 = 101$$

$$3 + 98 = 101$$

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 &= \\ &= 101 \cdot 50 = 5050 \end{aligned}$$

Какую формулу
будем
доказывать?

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

Вывод

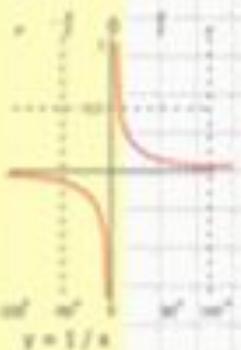
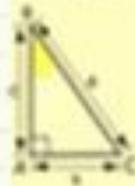
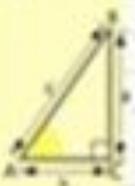
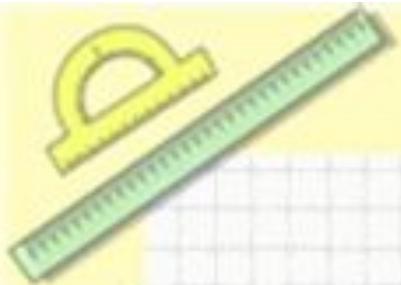
формулы!

Дано: $\div a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$

Доказать:
$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

Доказательств Сначала докажем, что
во:

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1}$$



$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

$y = \sin x$
 $2 \times 2 = 4$
 $3 \times 3 = 9$
 $4 \times 4 = 16$
 $5 \times 5 = 25$
 $6 \times 6 = 36$
 $7 \times 7 = 49$
 $8 \times 8 = 64$



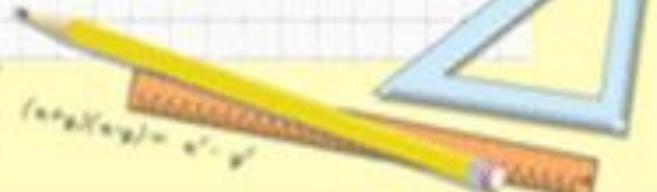
$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$



$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin 90^\circ = 1 \end{cases}$$



$$a_2 + a_{n-1} = a_1 + a_n$$

$a_2 = a_1 + d$, отсюда $a_1 = a_2 - d$,
значит $a_{n-1} = a_n - d$

$$\underline{a_2 + a_{n-1}} = a_1 + d + a_n - d = \underline{a_1 + a_n}$$

Аналогично можно доказать, что

$$a_3 + a_{n-2} = a_1 + a_n$$

.....

Таким
образом

$$a_k + a_{n-k+1} = a_1 + a_n$$

Пусть сумма первых n членов арифметической прогрессии равна S_n тогда:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n \quad \text{ИЛИ}$$

И

$$S_n = a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1$$

Складывая эти равенства почленно,

получим:

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1).$$

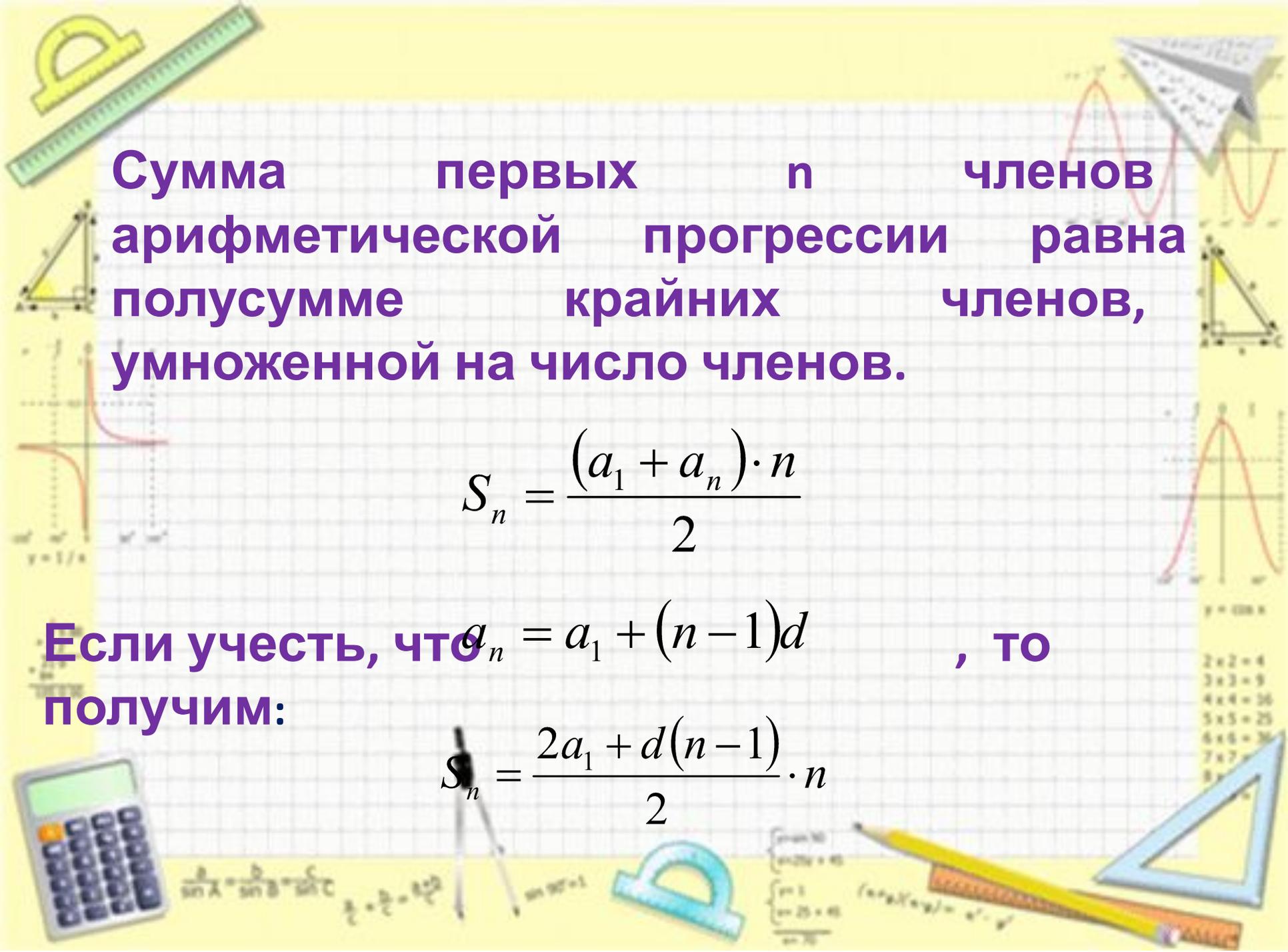
$$2 \cdot S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n) = n \cdot (a_1 + a_n).$$

n

Отсюда имеем формулу

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

ЧТД



Сумма первых n членов арифметической прогрессии равна полусумме крайних членов, умноженной на число членов.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Если учесть, что $a_n = a_1 + (n - 1)d$, то получим:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$$

Пример

Найдите сумму первых 20 членов арифметической прогрессии: 1; 3; 5; 7; ...

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$a_1 = 1$$

$$d = 2$$

$$a_{20} = 1 + 19 \cdot 2 = 39$$

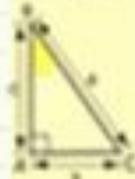
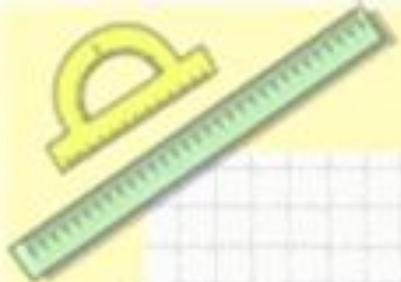
$$S_{20} = (1 + 39)10 = 400$$

Ответ: 400

Закреплен ие

№

16.33-16.35(б)



$\frac{1}{x}$

$y = \cos x$

- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$



$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$

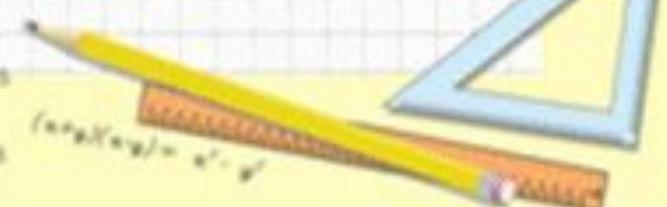
$$a^2 + b^2 = c^2$$



$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} \sin 30^\circ = 0.5 \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$



$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Проверочная работа

1

2

ВАРИАНТ

• Дано: $a_1 = 5, a_{10} = 23$

Найти: S_{10}

• Дано: $a_1 = -2, d = 1$

Найти: S_{50}

ВАРИАНТ

• Дано: $a_1 = 4, a_{12} = 16$

Найти: S_{12}

• Дано: $a_1 = -1, d = 2$

Найти: S_{40}

Проверочная работа

1

2

ВАРИАНТ

• Дано: $a_1 = 5, a_{10} = 23$

Найти: S_{10}

Ответ: 140

• Дано: $a_1 = -2, d = 1$

Найти: S_{50}

Ответ: 1125

ВАРИАНТ

• Дано: $a_1 = 4, a_{12} = 16$

Найти: S_{12}

Ответ: 120

• Дано: $a_1 = -1, d = 2$

Найти: S_{40}

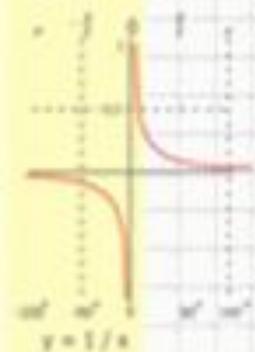
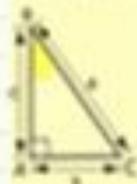
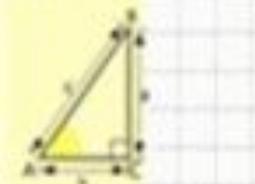
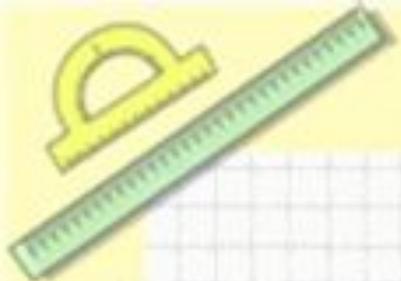
Ответ: 1520

Домашнее задание

№ 16.33-16.37(a),

№16.39

№16.59(a)*



2x2=4
3x3=9
4x4=16
5x5=25
6x6=36
7x7=49
8x8=64

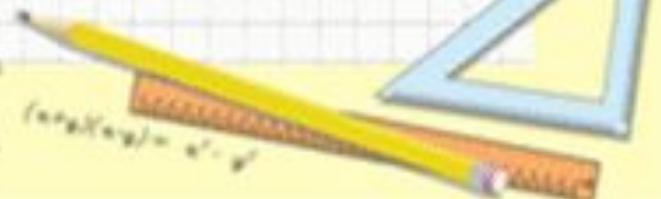
2x2=4
3x3=9
4x4=16
5x5=25
6x6=36
7x7=49
8x8=64



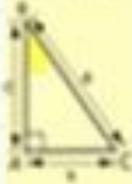
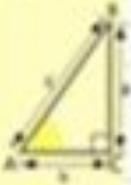
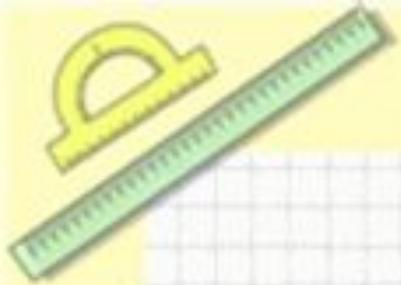
$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$



$$\begin{cases} \sin 30^\circ = 0.5 \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$



Спасибо за
урок!



$\frac{1}{x}$

$y = \cos x$

- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$



$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \sin^2 \gamma$$

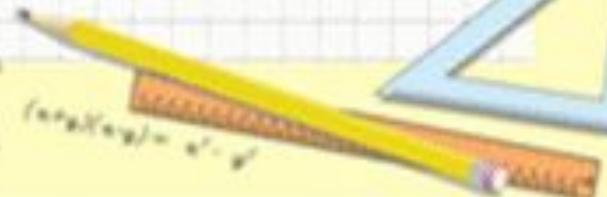
$$a^2 + b^2 = c^2$$



$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} \sin 30^\circ = 0.5 \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin 90^\circ = 1 \end{cases}$$



$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$