

Алгебра
Тишинский Т. С.
9б класс

Рациональные неравенства

Неравенства

Неравенства

линейные

квадратные

рациональные

Линейные неравенства

- **Линейным неравенством с одной переменной x называется неравенство вида $ax + b > 0$, где $a \neq 0$.**
- **Решение неравенства – значение переменной x , которое обращает неравенство в верное числовое неравенство.**
- **Множество частных решений называют общим решением.**

Пример 1: Являются ли числа 3, -5 решением данного неравенства $4x + 5 < 0$

- При $x = 3$, $4 \cdot 3 + 5 = 17$, $17 > 0$

Значит $x=3$ не является решением данного неравенства

При $x=-5$, $4 \cdot (-5) = -15$, $-15 < 0$

Значит $x=-5$ является решением данного неравенства

Два неравенства $f(x) < g(x)$ и $r(x) < s(x)$ называют равносильными, если они имеют одинаковые решения.

- **Правила**

(преобразования неравенств, приводящие к равносильным неравенствам):

1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства)

Например: $3x + 5 < 7x$

$$3x + 5 - 7x < 0$$

2: а) обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, не меняя при этом знака неравенства.

б) если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же выражение, положительное при любых значениях переменной, и сохранить знак неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

Например: а) $8x - 12 > 4x^2$ ($:4$)
 $2x - 3 > x^2$

б) $(2x + 1)(x^2 + 2) < 0$ ($((x^2 + 2))$)
 $(2x + 1) < 0$

• 3.а) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный ($<$ на $>$, $>$ на $<$).

б) если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же выражение, отрицательное при всех значениях переменной, и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Например: а) $-6x^3 + 3x - 15 < 0$ ($:(-3)$)

$$2x^3 - x + 5 > 0$$

Решите неравенство:

$$5x + 3(2x - 1) > 13x - 1$$

• Решение: $5x + 6x - 3 > 13x - 1$

$$5x + 6x - 13x > 3 - 1$$

$$-2x > 2 \quad (: (-2))$$

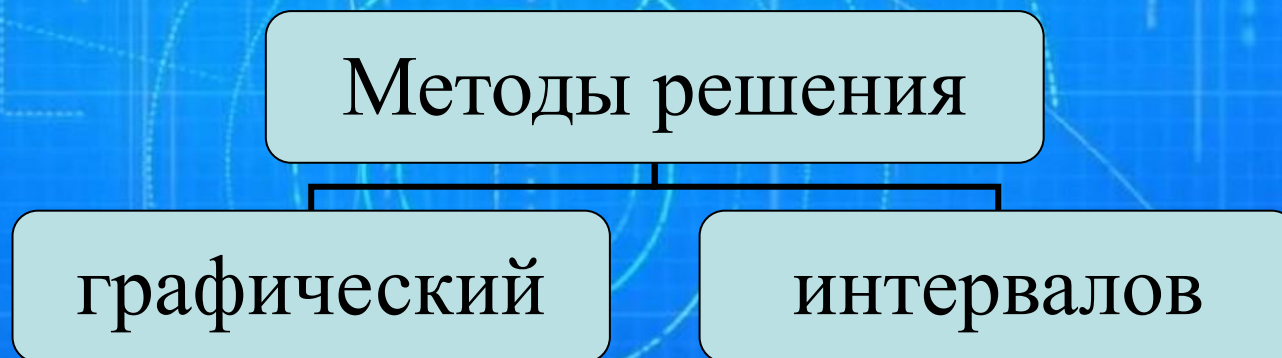
$$x < -1$$



Ответ: $x < -1$ или $(-\infty; -1)$

Квадратные неравенства

- Неравенства вида $ax^2 + bx + c > 0$, где $a \neq 0$, a, b, c - некоторые числа, называются **квадратными**.



Алгоритм применения графического метода:

1. Найти корни квадратного трехчлена ax^2+bx+c , т.е. решить уравнение $ax^2+bx+c=0$.
2. Отметить найденные значения на оси x в координатной плоскости.
3. Схематично построить график параболы.
4. Записать ответ в соответствии со знаком неравенства.

Частные случаи при $D < 0$:

а) $a < 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$ нет решений

$ax^2 + bx + c < 0$ $(-\infty; +\infty)$

б) $a > 0$ $ax^2 + bx + c > 0$ $(-\infty; +\infty)$

$ax^2 + bx + c \leq 0$ нет решений

Решите неравенство:

$$3x + 9 < 2x^2$$

● Ответ: $x < -1,5$; $x > 3$ или $(-\infty; -1,5) \cup (3; +\infty)$.

Алгоритм выполнения метода интервалов:

- 1. Разложить на множители квадратный трехчлен, используя формулу $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1, x_2 - корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$.
- 2. Отметить на числовой прямой корни x_1 и x_2 .
- 3. Определить знак выражения $a(x-x_1)(x-x_2)$ на каждом из получившихся промежутков.
- 4. Записать ответ, выбрав промежутки с соответствующим знаком неравенства знаком (если знак неравенства $<$, то выбираем промежутки со знаком «-», если знак неравенства $>$, то выбираем промежутки со знаком «+»).

Решите неравенство: $x^2 - 6x + 8 > 0$

- Решение: Разложим квадратный трехчлен $x^2 - 6x + 8$ на множители. Решим уравнение

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$D = 36 - 32 = 4, 4 > 0$, два корня

$$x_{1,2} = (6 \pm 2) : 2 \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 2$$

$$x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$$

Отметим на числовой прямой корни трехчлена 2 и 4. Определим знаки выражения $(x-2)(x-4)$ на каждом из промежутков.

+ 2 - 4 +

Ответ: $x < 2, x > 4$ или $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$.

• Метод интервалов более детально будет изучен при решении рациональных неравенств.

• Вопросы:

• Какие виды неравенств были изучены на уроке?

• Дайте определение линейных неравенств.

• Дайте определение квадратных неравенств.

• Какие методы решения квадратных неравенств применяются?