Код Хэмминга. Пример работы алгоритма

Понятие о корректирующих кодах

- Обрабатываемая информация представляется различными комбинациями из двух символов 0 и 1; поэтому любой процесс кодирования состоит из преобразования чисел и слов в соответствующие последовательности символов 1 и 0.
- *Код* – это совокупность всех комбинаций из определенного количества символов (кодового алфавита), которые избраны для представления информации. Каждая такая комбинация называется *кодовой комбинацией*.
- Общее число кодовых комбинаций в данном коде может быть равно или меньше числа всех возможных комбинаций из данного количества символов.

Коды равномерные и неравномерные

- *Равномерные* – коды, в которых все комбинации имеют одинаковое количество знаков.
- *Неравномерные* –коды, в которых количество знаков может быть различным. Примером такого кода может служить телеграфный код Морзе.
- При помощи n двоичных знаков, очевидно, можно получить 2^n кодовых комбинаций. В зависимости от того, все возможные 2^n кодовые комбинации задействованы для представления информации или нет, коды подразделяются на ***простые*** и

Простые коды

- *Простые* – коды, в которых используются все возможные 2^n комбинации, полученные при помощи n двоичных знаков.
- В таком коде всякая ошибка, состоящая в изменении 0 на 1 или 1 на 0, превращает одну информационную комбинацию в другую. Для обнаружения и исправления ошибки в таком коде необходима дополнительная информация.
- *Пример*. Пусть $n=3$. Тогда количество возможных кодовых комбинаций $2^n = 8$. Простой код для $n=3$ будет иметь следующий вид:

  000
  001
  010
  011
  100
  101
  110
  111

Корректирующие коды

- *Корректирующие* – коды, в которых лишь некоторая часть всех возможных 2^n комбинаций, полученных при помощи n двоичных знаков, используется для представления информации.
- В таком коде все остальные кодовые комбинации являются запрещенными, и их появление свидетельствует о наличии ошибки. Любая одиночная ошибка в таком коде превращает информационную комбинацию в запрещенную.
- *Пример.* Пусть $n=3$, но из всех возможных кодовых комбинаций, представленных в предыдущем примере, только четыре изображают числа от 0 до 3, а остальные считаются запрещенными. Такой корректирующий код будет иметь следующий вид:

  000

  011

  101

  110

Корректирующие коды

- Корректирующие коды можно разделить на *систематические* и *несистематические*.
- *Систематические* – такие n-значные коды, которые содержат постоянное количество m информационных и $k = n - m$ избыточных знаков, причем эти знаки занимают одни и те же позиции во всех кодовых комбинациях.
- *Несистематические* – такие коды, в которых знаки закодированного числа или слова разделить на информационные и контрольные невозможно.

Корректирующие коды

- Основными характеристиками корректирующих кодов являются их *избыточность* и *корректирующая способность.*

Избыточность кода определяется по формуле $k = n - m$,

где n – общее число знаков в коде;

m – число информационных знаков, необходимых для изображения

N чисел или слов в простом коде, определяемое по формуле

$$m = log_2 N;$$

k – число контрольных знаков.

Например, для кода из *примера:* $m = log_2 4 = 2;\ k = 1$.

Часто для характеристики кода применяют понятие *относительная избыточность*, которая

Корректирующие коды

- ***Корректирующая способность*** кода количественно может быть определена вероятностью обнаружения или исправления ошибок различных типов. Разработка кодов, имеющих максимальную корректирующую способность при заданной избыточности, а также кодов, обеспечивающих заданную корректирующую способность при минимальной избыточности, – одна из важнейших задач теории кодирования.
- Корректирующая способность кода связана с понятием кодового расстояния. Прежде чем сформулировать определение кодового расстояния, введем понятие о весе кодовой комбинации.
- ***Вес, W(A),*** кодовой комбинации A определяется количеством содержащихся в ней двоичных единиц.
- *Пример:* для $A = 111001,\ W(A) = \Sigma a_i = 4.$

Корректирующие коды

- ***Кодовое расстояние*** между двумя кодовыми комбинациями определяется числом позиций, в которых их элементы не совпадают.
- Это означает, что кодовое расстояние между комбинациями A и B равно весу некоторой третьей комбинации C, полученной поразрядным сложением двух этих комбинаций в соответствии со следующей формулой:

$$W(C) = W(A \oplus B) = \Sigma (a_i \oplus b_i).$$

- *Пример.* Пусть есть кодовая комбинация $A = 111001$ и кодовая комбинация $B = 100101$, тогда

$$\begin{array}{r} 111001 \\ \oplus\ 100101 \\ \hline C = 011100 \end{array}$$

$W(C) = 3$, кодовое расстояние между A и B.

Корректирующие коды

- Минимальное кодовое расстояние α кода – это минимальное расстояние между двумя любыми комбинациями в этом коде.
- Если, например, в коде есть хотя бы одна пара комбинаций, которые отличаются друг от друга только в одной позиции, то минимальное расстояние этого кода α = 1. Так, для простого кода из первого примера α = 1, а для корректирующего кода из второго примера
  α = 2.

Рассмотрим некоторые корректирующие коды.

Код с проверкой на четность

- Простейший корректирующий код – код с проверкой на четность, который образуется добавлением к группе информационных разрядов одного избыточного, значение которого выбирается таким образом, чтобы сумма единиц в кодовой комбинации, т. е. вес кодовой комбинации, была всегда четна.
- *Пример.* Рассмотрим код с проверкой на четность, образованный добавлением контрольного разряда к простому коду из *примера.*

	Информационные разряды	Контрольный разряд
0	000	0
1	001	1
2	010	1
3	011	0
4	100	1
5	101	0

Код с проверкой на четность

- Таким образом, если в простом коде число 4 имеет изображение 100, то в коде с проверкой на четность оно будет изображаться комбинацией 1001.
- Минимальное кодовое расстояние кода с проверкой на четность $\alpha = 2$. Такой код обнаруживает все одиночные ошибки и групповые ошибки нечетной кратности, так как четность количества единиц в этом случае будет также нарушаться.
- Следует отметить, что при кодировании целесообразно число единиц в кодовой комбинации делать нечетным и проводить контроль на нечетность, в этом случае любая комбинация, в том числе и изображающая нуль, будет иметь хотя бы одну единицу, что дает возможность отличить полное отсутствие информации от передачи нуля.

Код Хэмминга

- Код Хэмминга представляет собой систематический код, имеющий большую относительную избыточность, нежели код с проверкой на четность и предназначен либо для исправления одиночных ошибок (при α = 3), либо для исправления одиночных и обнаружения без исправления двойных ошибок (при α = 4).
- N – значный код Хэмминга, имеет m информационных разрядов и k – контрольных.
- Число контрольных разрядов должно удовлетворять соотношению $k >= log_2 (n+1),$

Откуда $m <= n - log_2 (n+1)$

Код Хэмминга

- Код Хэмминга строится таким образом, что к имеющимся информационным разрядам кодовой комбинации добавляется вычисленное по вышеприведенной формуле количество контрольных разрядов, которые формируются путем подсчета четности суммы единиц для определенных групп информационных разрядов.
- При приеме такой кодовой комбинации из полученных информационных и контрольных разрядов путем аналогичных подсчетов четности составляют корректирующее число, которое равно нулю, при отсутствии ошибки, либо указывает номер ошибочного разряда.

- Рассмотрим подробнее процесс кодирования для кода с минимальным кодовым расстоянием α = 3.
- Пусть первый контрольный разряд имеет нечетный порядковый номер. Установим его при кодировании таким образом, чтобы сумма единиц всех разрядов с нечетными порядковыми номерами была равна 0.

Такая операция может быть записана в виде соотношения

$$E_1 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \ \ldots = 0,$$

- где a_1, a_3, a_5, a_7 – двоичные символы, размещенные в разрядах с номерами 1, 3, 5, 7, …

Появление единицы во втором разряде (справа) корректирующего числа означает ошибку в тех разрядах кодовой комбинации, порядковые номера которых (2, 3, 6, 7, …) в двоичном изображении имеют

- Поэтому вторая операция кодирования, позволяющая найти второй контрольный разряд, имеет вид

$$E_2 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \ \ldots = 0.$$

- Рассуждая аналогичным образом,

$$E_3 = a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 \ \ldots = 0;$$
$$E_4 = a_8 \oplus a_9 \oplus a_{10} \oplus a_{11} \ \ldots = 0.$$

- После приема кодовой комбинации, совместно со сформированными контрольными разрядами, выполняются те же операции подсчета, что были описаны выше, а полученное число $E_k \ E_{k-1} \ldots E_2 \ E_1$ считается корректирующим, причем при $E_k E_{k-1} \ldots E_2 E_1 = 0$ ошибки отсутствуют, а при наличии ошибок неравными нулю оказываются те суммы E_i, в образовании которых участвовал ошибочный разряд.
- Корректирующее число при этом будет равно порядковому номеру этого разряда.

- Выбор места для контрольных разрядов в каждой из кодовых комбинаций определяется таким образом, чтобы контрольные разряды участвовали только в одной операции подсчета четности.
- Такими позициями являются целые степени двойки: 1, 2, 4, 8, 16, … .
- *Пример* . Составим шестизначный код Хэмминга $n = 6$,

$$k >= log_2 7\ , k = 3,\ \ m = n - k = 3.$$

-

Цифра	Простой код	Код Хэмминга					
		6	5	4	3	2	1
0	000	0	0	0	0	0	0
1	001	0	0	0	1	1	1
2	010	0	1	1	0	0	1
3	011	0	1	1	1	1	0
4	100	1	0	1	0	1	0
5	101	1	0	1	1	0	1
6	110	1	1	0	0	1	1
7	111	1	1	0	1	0	0

- *Принят код:* 111100 *исправлено* 110100 – *ошибка по корректирующему числу в разряде 4;*
- 111010 *исправлено* 101010 – *ошибка по корректирующему числу в разряде 5;*
- 100000 *исправлено* 000000 – *ошибка по корректирующему числу в разряде 6*

Цифра	Простой код	Код Хэмминга					
		6	5	4	3	2	1
0	000	0	0	0	0	0	0
1	001	0	0	0	1	1	1
2	010	0	1	1	0	0	1
3	011	0	1	1	1	1	0
4	100	1	0	1	0	1	0
5	101	1	0	1	1	0	1
6	110	1	1	0	0	1	1
7	111	1	1	0	1	0	0

К существующим k контрольным разрядам может еще добавляться $(k+1)$-й разряд, обеспечивающий дополнительный контроль по четности всей кодовой комбинации.

При проверке информации после ее приема возможны три случая:

- отсутствие ошибок – корректирующее число равно 0, общая четность суммы единиц кодовой комбинации правильна;
- одиночная ошибка – контроль общей четности кодовой комбинации обнаруживает ошибку, корректирующее число указывает номер искаженного разряда (если корректирующее число равно нулю, то ошибка произошла в разряде общей четности);
- двойная ошибка – корректирующее число не равно нулю, контроль общей четности кодовой комбинации не обнаруживает ошибки.

- Код Хэмминга - это алгоритм, который позволяет закодировать какое-либо информационное сообщение определённым образом и после передачи (например по сети) определить появилась ли какая-то ошибка в этом сообщении (к примеру из-за помех) и, при возможности, восстановить это сообщение.
- Таким образом, код Хэмминга - самоконтролирующийся и самокорректирующийся код. Построен он применительно к двоичной системе счисления.

- Рассмотрим самый простой алгоритм Хемминга, который может исправлять лишь одну ошибку.
- Существуют модификации данного алгоритма, позволяющие обнаруживать (и если возможно исправлять) большее количество ошибок.
- Код Хэмминга состоит из двух частей.
- Первая часть кодирует исходное сообщение, вставляя в него в определённых местах контрольные биты (вычисленные особым образом).
- Вторая часть получает входящее сообщение и заново вычисляет контрольные биты (по тому же алгоритму, что и первая часть). Если все вновь вычисленные контрольные биты совпадают с полученными, то сообщение получено без ошибок. Иначе делается вывод о наличии ошибки

Логика алгоритма

- Допустим, есть сообщение из двух символов: **«ha»,** которое необходимо передать без ошибок. Чтобы сообщение закодировать при помощи Кода Хэмминга, сначала необходимо представить его в бинарном

Символ	ACSII код	Бинарное представление
h	68	01000100
a	61	00111101

- Надо определиться с длиной информационного слова, то есть длиной строки из нулей и единиц, которая будет кодироваться. Допустим, длина слова будет равна 16.
- Таким образом, любое исходное сообщение необходимо разделить на блоки по 16 бит, которые будут потом кодироваться отдельно друг от друга.
- Т.к. один символ занимает 8 бит, то в кодируемое слово помещается два ASCII символа. В

h	a
01000100	00111101

- Необходимо вставить **контрольные биты**. Они вставляются в строго определённых местах — это **позиции с номерами, равными степеням двойки**.
- В нашем случае (при длине информационного слова в 16 бит) это будут позиции 1, 2, 4, 8, 16. Соответственно, получилось 5 контрольных бит (выделены красным цветом):

h	a
000010000100	001011101

- Таким образом, длина всего сообщения увеличилась на 5 бит. До вычисления самих контрольных бит им присваивается значение «0»

Вычисление контрольных бит.

- Значение каждого контрольного бита зависит от значений информационных бит, но не от всех, а только от тех, которые этот контрольных бит контролирует.
- Для того, чтобы понять, за какие биты отвечает каждых контрольный бит, необходимо понять простую закономерность: **контрольный бит с номером N контролирует все последующие N бит**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	
X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	1
	X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			2
			X	X	X	X					X	X	X	X					X	X	4
							X	X	X	X	X	X	X	X							8
															X	X	X	X	X	X	16

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	
X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	1
	X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			2
			X	X	X	X					X	X	X	X					X	X	4
							X	X	X	X	X	X	X	X							8
															X	X	X	X	X	X	16

- Здесь знаком «X» обозначены те биты, которые контролирует контрольный бит, номер которого справа.
- То есть, к примеру, бит номер 12 контролируется битами с номерами 4 и 8.
- Чтобы узнать какими битами контролируется бит с номером N надо разложить N по степеням двойки.

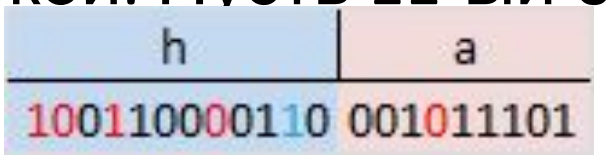
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	
X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	1
	X	X			X	X			X	X			X	X			X	X			2
			X	X	X	X					X	X	X	X					X	X	4
							X	X	X	X	X	X	X	X							8
															X	X	X	X	X	X	16

- Как же вычислить значение каждого контрольного бита?
- Делается это просто: берут каждый контрольный бит и смотрят, сколько среди контролируемых им битов единиц, получают некоторое целое число и, если оно чётное, то ставят ноль, в противном случае ставят единицу.

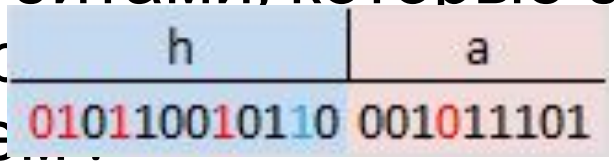
h	a
100110000100	001011101

Декодирование и исправление ошибок

- Теперь, допустим, закодированное сообщение пришло с ошибкой. Пусть 11-ый бит передался неправильно:



- Алгоритм декодирования заключается в том, что необходимо заново вычислить все контрольные биты (так же как при кодировании) и сравнить их с контрольными битами, которые были получены. Посчитав контр



правильным 11-ым битом, получае

- Контрольные биты под номерами: 1, 2, 8 не совпадают с такими же контрольными битами, которые были получены. Теперь, сложив номера позиций неправильных контрольных бит (1 + 2 + 8 = 11), получаем позицию ошибочного бита.

Параметры кода Хэмминга

- Параметры кода указываются так: (7, 4). Это означает, что длина кодового слова равна 7 битам, а длина сообщения – 4 бита.
- В зависимости от количества информационных и проверочных разрядов в кодовых словах существуют коды Хэмминга (7,4), (9,5), (11, 7), (15, 11), (31, 26), (63, 57) и т. д.
- Общий вид формулы, по которой определяются виды кодов Хэмминга по соотношению числа информационных символов к проверочным: $(2^x - 1, 2^x - x - 1)$, где x – натуральное число.
- При декодировании есть вероятность, что исходное сообщение нельзя будет восстановить, в случае превышения числом ошибок корректирующей способности кода.
- Однако помехоустойчивость закодированной

- Требуется написать кодировщик, который будет получать на вход 11 бит данных, кодировать их и возвращать 15 бит выходной информации.

Т.е. параметр кода Хэмминга (15, 11).

Возвращает кодер 16 бит (кодовое слово):

- кодовое слово дополняется одним битом слева, чтобы длина была равна степени двойки. Сейчас этот бит никак не используется. Можно его использовать как бит чётности и получить так называемый дополненный код Хэмминга.

Постановка задачи. Кодер.

Кодирует 11 бит сообщения кодом Хэмминга (15, 11).

Входные данные – 11 бит, выходные – 16 бит.

Размещение проверочных и информационных бит в кодовом слове:

	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01	00
in_data						L	K	I	H	G	F	E	D	C	B	A
code_word	L	K	I	H	G	F	E	P	D	C	B	P	A	P	P	X

A,B,C,D,E,F,G,H,I,K,L – биты данных информационного слова;

P – проверочный бит;

X – бит, равный 0 (не используется).

Кодовое слово дополняется одним битом, чтобы длина была равна степени двойки.

```
Dim preDataIn As New BitArray(11)
For i As Integer = 0 To 10
    If (b.Count > i) Then preDataIn(i) = b(i)
    Else Exit For
    End If
Next
Dim dataIn As New BitArray(preDataIn)
'процесс кодирования – сложение по модулю 2 бит информационного
    слова.
Dim codeWord As New BitArray(16)
'Младший разряд не используется.
codeWord(0) = False
'Вычисление первого проверочного символа:
codeWord(1) = dataIn(0) Xor dataIn(1) Xor dataIn(3) Xor dataIn(4) Xor
    dataIn(6) Xor dataIn(8) Xor dataIn(10)
'Вычисление второго проверочного символа:
codeWord(2) = dataIn(0) Xor dataIn(2) Xor dataIn(3) Xor dataIn(5) Xor
    dataIn(6) Xor dataIn(9) Xor dataIn(10)
```

```
'Вычисление третьего проверочного символа:
codeWord(4) = dataIn(1) Xor dataIn(2) Xor dataIn(3) Xor dataIn(7) Xor
    dataIn(8) Xor dataIn(9) Xor dataIn(10)
'Вычисление четвертого проверочного символа:
codeWord(8) = dataIn(4) Xor dataIn(5) Xor dataIn(6) Xor dataIn(7) Xor
    dataIn(8) Xor dataIn(9) Xor dataIn(10)
'Информационные символы:
codeWord(3) = dataIn(0)
codeWord(5) = dataIn(1)
codeWord(6) = dataIn(2)
codeWord(7) = dataIn(3)
codeWord(9) = dataIn(4)
codeWord(10) = dataIn(5)
codeWord(11) = dataIn(6)
codeWord(12) = dataIn(7)
codeWord(13) = dataIn(8)
codeWord(14) = dataIn(9)
codeWord(15) = dataIn(10)
Return codeWord
```

Постановка задачи. Декодер.

Декодер получает на вход 16 бит закодированных данных и возвращает 11 бит декодированных информационных данных, которые распределены по двум байтам.

Размещение проверочных и информационных бит в кодовом слове:

	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01	00
code_word	L	K	I	H	G	F	E	P	D	C	B	P	A	P	P	X
out_data						L	K	I	H	G	F	E	D	C	B	A

A,B,C,D,E,F,G,H,I,K,L – биты информационного слова;

P – проверочный бит;

X – бит, равный 0 (не используется)

```
Dim codeWord As New BitArray(b)   '16 бит входных данных
' Процесс декодирования – это сложение по модулю 2 бит информационного слова, по весу полученных единиц в результате – получение позиции ошибки.
Dim syndrome As New BitArray(4)
'Вычисление первого проверочного символа из полученного кодового слова и далее сравнение его с полученным.
syndrome(0) = codeWord(3) Xor codeWord(5) Xor codeWord(7) Xor codeWord(9) Xor codeWord(11) Xor codeWord(13) Xor codeWord(15) Xor codeWord(1)
'Вычисление второго проверочного символа из полученного кодового слова и далее сравнение его с полученным.
 syndrome(1) = codeWord(3) Xor codeWord(6) Xor codeWord(7) Xor codeWord(10) Xor codeWord(11) Xor codeWord(14) Xor codeWord(15) Xor codeWord(2)
'Вычисление третьего проверочного символа из полученного кодового слова и далее сравнение его с полученным.
 syndrome(2) = codeWord(5) Xor codeWord(6) Xor codeWord(7) Xor codeWord(12) Xor codeWord(13) Xor codeWord(14) Xor codeWord(15) Xor codeWord(4)
```

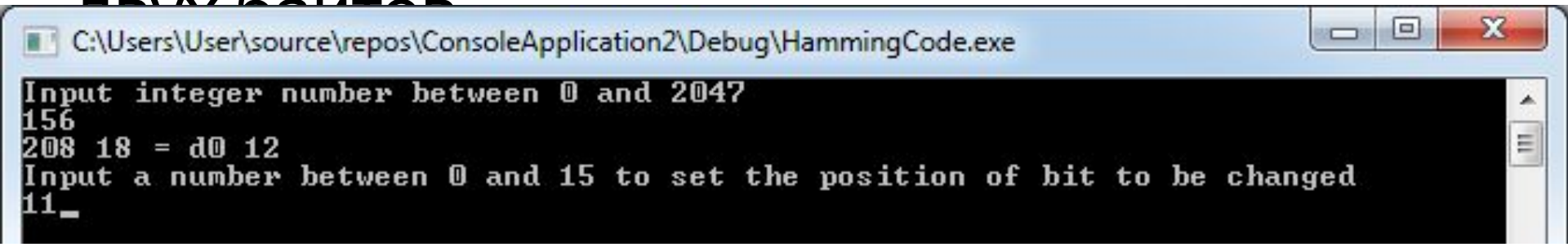
```
'Вычисление четвёртого проверочного символа из полученного
    кодового слова и далее сравнение его с полученным.
syndrome(3) = codeWord(9) Xor codeWord(10) Xor codeWord(11) Xor
    codeWord(12) Xor codeWord(13) Xor codeWord(14) Xor
    codeWord(15) Xor codeWord(8)
'Вычисление по синдрому позиции ошибки. Это дешифратор.
'Если смотреть на синдром как на число - то это и есть номер
    позиции ошибки.
'Синдром равен 0 - ошибки нет.
'Поскольку на выход модуля передаются только биты данных - не
    все варианты перечислены, нет смысла исправлять проверочные
    биты.
Dim syn As Integer = (Convert.ToInt32(syndrome(3)) << 3) Or
    (Convert.ToInt32(syndrome(2)) << 2) Or
    (Convert.ToInt32(syndrome(1)) << 1) Or
    Convert.ToInt32(syndrome(0))
'                    |15|14|13|12|11|10|09|08|07|06|05|04|03|02|01|00|
'code_word           | L | K | I  | H | G| F |  E | P | D | C | B | P | A  | P| P | X |
'Синдромы ошибок в информационных битах, позиции в кодовом
    слове 3,5,6,7,9,10,11,12,13,14,15:
```

```
Dim correction As New BitArray(11)
Select Case syn
Case 3 'позиция 3
      correction = New BitArray({True, False, False, False, False, False, False, False, False, False, False})
Case 5 'позиция 5
       correction = New BitArray({False, True, False, False, False, False, False, False, False, False, False})
Case 6 'позиция 6
       correction = New BitArray({False, False, True, False, False, False, False, False, False, False, False})
Case 7 'позиция 7
        correction = New BitArray({False, False, False, True, False, False, False, False, False, False, False})
Case 9 'позиция 9
        correction = New BitArray({False, False, False, False, True, False, False, False, False, False, False})
Case 10 'позиция 10
        correction = New BitArray({False, False, False, False, False, True, False, False, False, False, False})
Case 11 'позиция 11
        correction = New BitArray({False, False, False, False, False, False, True, False, False, False, False})
Case 12 'позиция 12
        correction = New BitArray({False, False, False, False, False, False, False, True, False, False, False})
Case 13 'позиция 13
        correction = New BitArray({False, False, False, False, False, False, False, False, True, False, False})
Case 14 'позиция 14
        correction = New BitArray({False, False, False, False, False, False, False, False, False, True, False})
Case 15 'позиция 15
        correction = New BitArray({False, False, False, False, False, False, False, False, False, False, True})
Case Else
'Если синдром равен 0 или указывает на ошибку в проверочном символе "P" - коррекция информационных символов не требуется.
'correction() = 0 при инициализации (correction = New BitArray(11)), поэтому ничего делать не нужно.
End Select
```

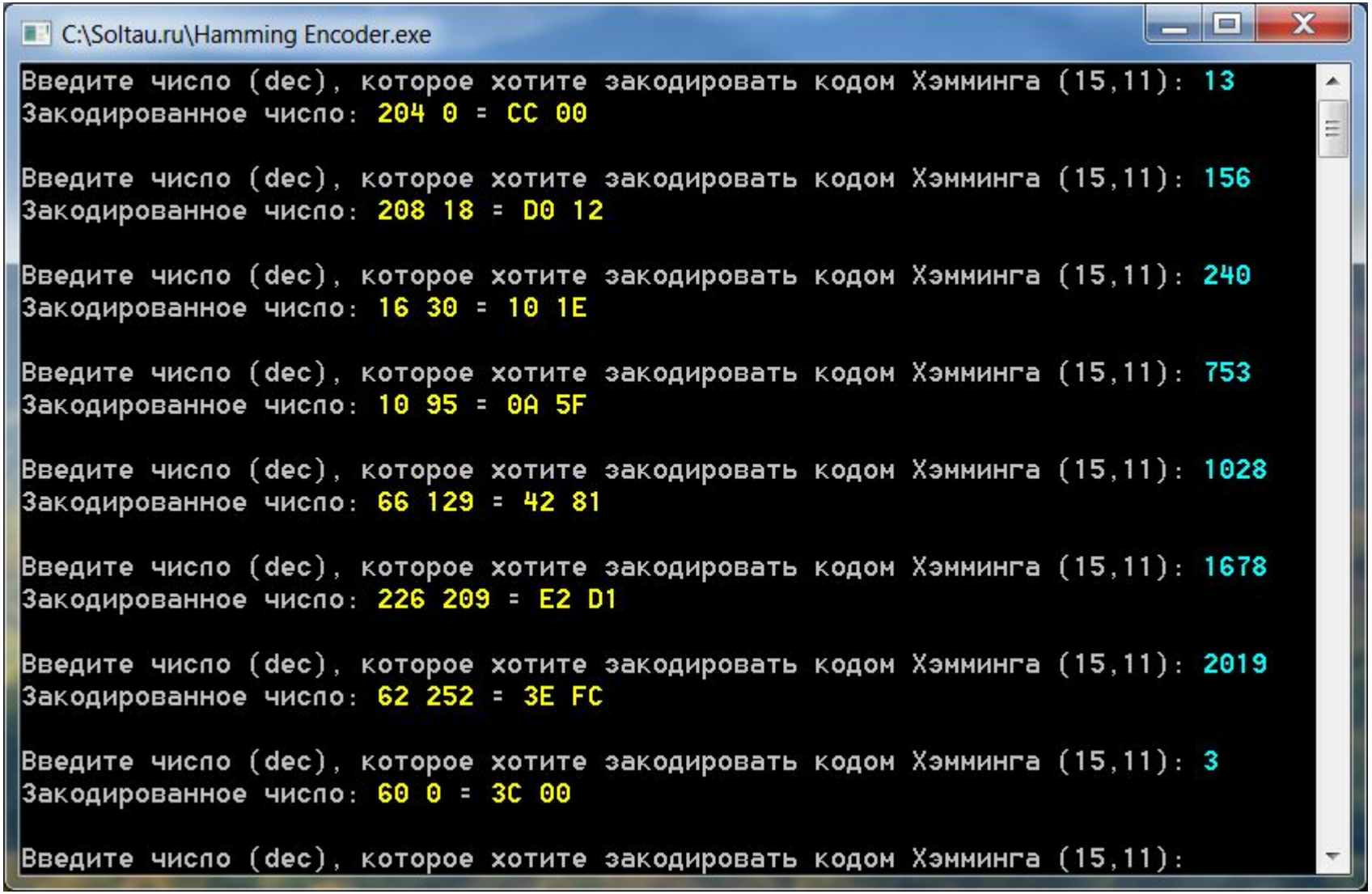
```
'Результат декодирования с учетом коррекции (11 бит выходных данных):
Dim outData As New BitArray(11)
outData(0) = codeWord(3) Xor correction(0)
outData(1) = codeWord(5) Xor correction(1)
outData(2) = codeWord(6) Xor correction(2)
outData(3) = codeWord(7) Xor correction(3)
outData(4) = codeWord(9) Xor correction(4)
outData(5) = codeWord(10) Xor correction(5)
outData(6) = codeWord(11) Xor correction(6)
outData(7) = codeWord(12) Xor correction(7)
outData(8) = codeWord(13) Xor correction(8)
outData(9) = codeWord(14) Xor correction(9)
outData(10) = codeWord(15) Xor correction(10)
Dim masks(31) As Integer
masks(0) = BitVector32.CreateMask()
For i As Integer = 1 To 31
      masks(i) = BitVector32.CreateMask(masks(i - 1))
Next
Dim v As New BitVector32
For i As Integer = 0 To 10
       v(masks(i)) = outData(i)
Next
Dim decoded As Integer = v.Data
Return decoded
```

Консольная программа, кодирующая и декодирующая код (15, 11)

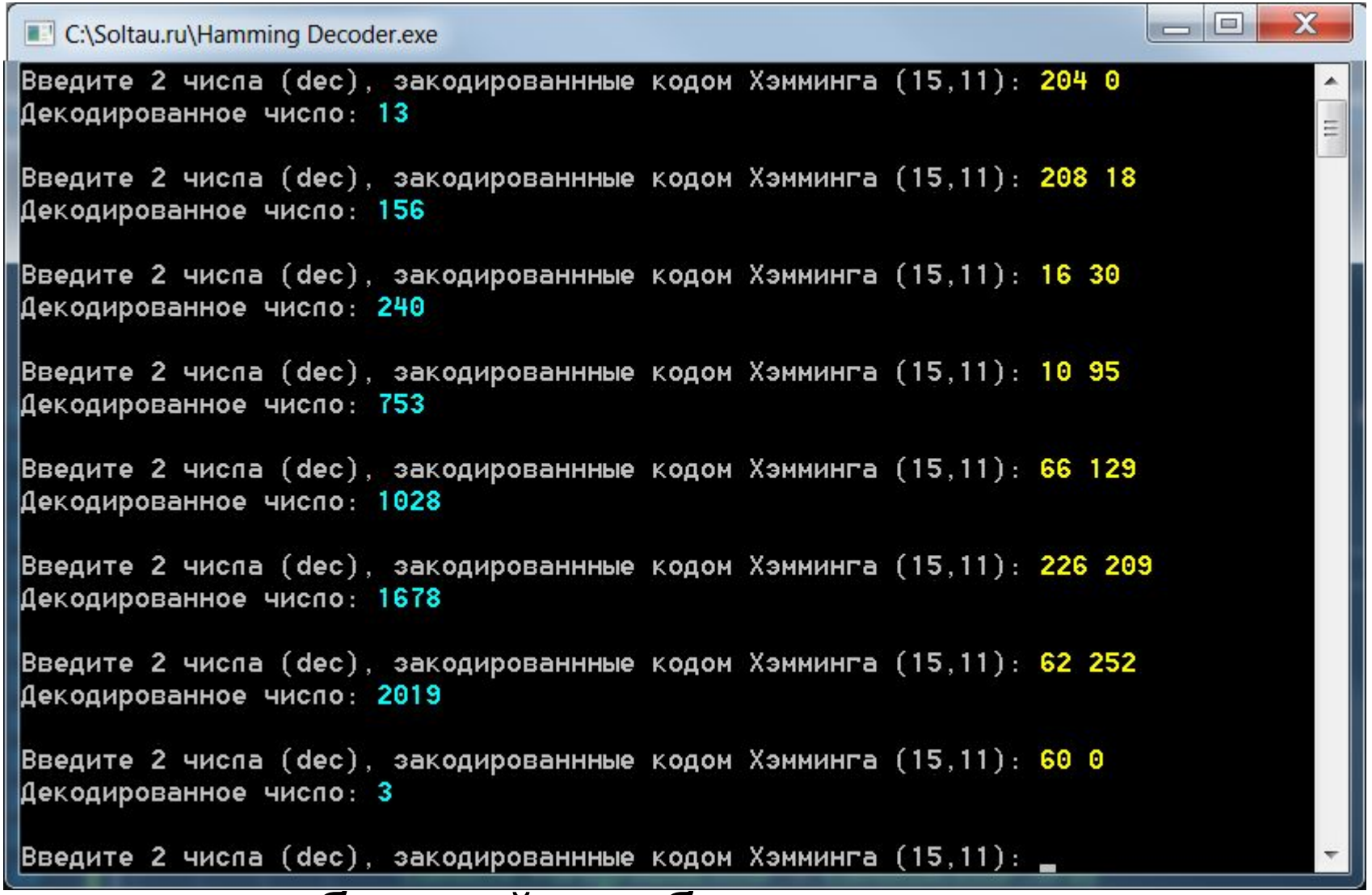
- Для проверки кодировщика и декодировщика кода Хэмминга (15, 11), используя вышеописанные функции, надо написать консольную программу, можно использовать любую среду разработки (Delphi, Visual Studio). Вводится 11-разрядное число (от 0 до 0x7FF или 2047), и на выходе получаем 16-разрядное число, представленное в виде двух байтов



Консольная программа, кодирующая код Хэмминга (15, 11)



Консольная программа, декодирующая код Хэмминга (15, 11)



При внесении битовой ошибки при декодировании, декодер восстанавливает исходное закодированное