Вероятность безотказной работы и вероятность отказа

Пример 1.1. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп. За 3000 ч отказало 80 ламп. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа электронных ламп в течение 3000 ч.

Решение. По формулам (1.1) и (1.2) определяем

$$\bar{P}(3000) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = \frac{1000 - 80}{1000} = 0,92;$$

$$\bar{Q}(3000) = \frac{n(t)}{N_0} = \frac{80}{1000} = 0,08$$

или

$$Q(3000) = 1 - P(t) = 1 - 0,92 = 0,08.$$

Последовательность расчета надежности механических систем

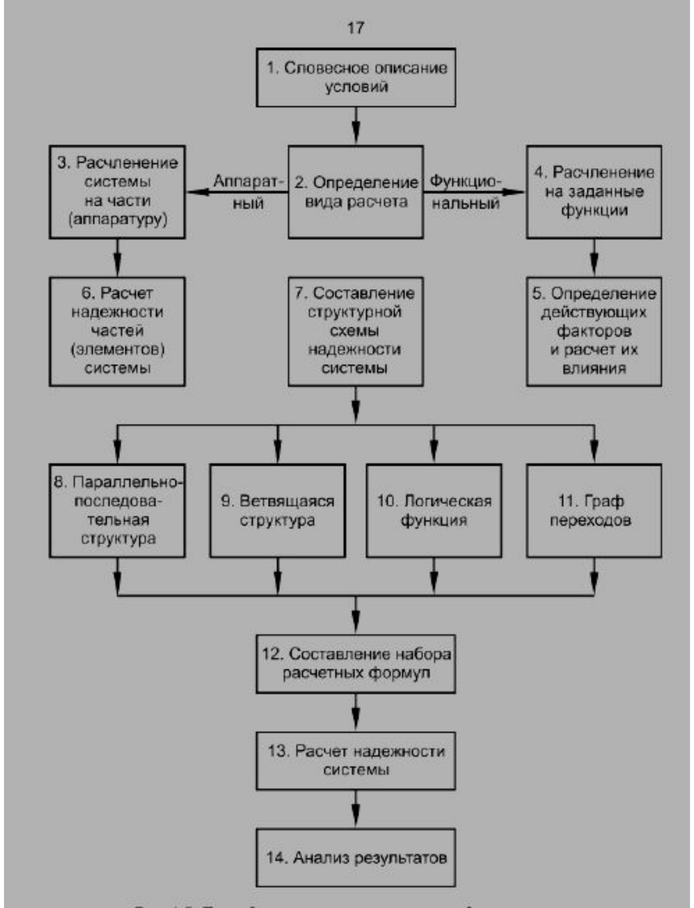


Рис. 1.5. Последовательность расчета надежности

Расчет показателей надежности на основе статистических данных

Показатели надежности

$$P(t)=\frac{n(t)}{N}$$

(1)

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оценивается выражением (1)
где *n*(*t*) число изделий, не отказавших к моменту времени *t*; *N* число изделий, поставленных на испытания; *P*(*t*) статистическая оценка вероятности безотказной работы изделия.

$$q(t)=\frac{N-n(t)}{N}=1-P(t)$$

(2)

Для ***вероятности отказа*** по статистическим данным справедливо соотношение (2)
где *N*-*n*(*t*) число изделий, отказавших к моменту времени *t*; *q*(*t*) - статистическая оценка вероятности отказа изделия.

Показатели надежности

$$f(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t}$$

(3)

Частота отказов по статистическим данным об отказах определяется выражением (3)
где $\Delta n(t)$ – число отказавших изделий на участке времени $(t, t+\Delta t)$; $f(t)$ – статистическая оценка частоты отказов изделия; Δt – интервал времени.

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)}$$

(4)

Интенсивность отказов по статистическим данным об отказах определяется формулой (4)
где $n(t)$ – среднее число изделий, не отказавших к моменту времени t; $\Delta n(t)$ – число отказавших изделий на участке времени $(t, t+\Delta t)$; $\lambda(t)$ – статистическая оценка интенсивности отказов изделия.

Показатели надежности

$$m_t = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i$$

Среднее время безотказной работы изделия по статистическим данным оценивается выражением (5) где t_i – время безотказной работы *i*- го изделия; *N* – общее число изделий, поставленных на испытания; m_t – статистическая оценка среднего времени безотказной работы изделия.
Для определения m_t по формуле (5) необходимо знать моменты выхода из строя всех *N* изделий.

Вероятность безотказной работы и вероятность отказа

Пример 1.1. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп. За 3000 ч отказало 80 ламп. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа электронных ламп в течение 3000 ч.

Решение. По формулам (1.1) и (1.2) определяем

$$\bar{P}(3000) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = \frac{1000 - 80}{1000} = 0{,}92;$$

$$\bar{Q}(3000) = \frac{n(t)}{N_0} = \frac{80}{1000} = 0{,}08$$

или

$$Q(3000) = 1 - P(t) = 1 - 0{,}92 = 0{,}08.$$

Частота и интенсивность отказов

Пример 1.2. На испытание поставлено 1000 однотипных ламп. За первые 3000 ч работы отказало 80 ламп, а за интервал 3000–4000 ч отказало еще 50 ламп. Определить частоту и интенсивность отказов электронных ламп в промежутке 3000–4000 ч работы.

Решение. По формуле (1.3) определим частоту отказов

Для восстанавливаемых изделий

$$\bar{a}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} \ (1/\text{ч}).$$

Определим среднее число исправно работающих изделий в интервале Δt.

Для невосстанавливаемых изделий

$$N_{\text{ср}} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2} = \frac{920 + 870}{2} = 895 \ (\text{шт.}).$$

$$\bar{a}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t},$$

По формуле (1.5) находим интенсивность отказов

$$\bar{\lambda}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}} \Delta t} = \frac{50}{895 \cdot 1000} = 5{,}6 \cdot 10^{-5} \ (1/\text{ч}).$$

Статистическая оценка частоты и интенсивности отказов

- На испытание было поставлено 1000 однотипных ламп. За первые 3000 час. отказало 80 ламп, а за интервал времени 3000 - 4000 час. отказало еще 50 ламп. Требуется определить статистическую оценку частоты и интенсивности отказов электронных ламп в промежутке времени 3000 - 4000 час.
- Решение. В данном случае N=1000; t=3000 час; Δt =1000 час; $\Delta n(t)$=50; $n(t)$=920. По формулам (3) и (4) находим

$$f(t)=\frac{\Delta n(t)}{N\cdot\Delta t}$$

$$f^*(t)=f^*(3000)=\frac{\Delta n(t)}{N\cdot\Delta t}=\frac{50}{1000\cdot 1000}=5\cdot 10^{-5}\,1/\text{час}$$

$$\lambda(t)=\frac{\Delta n(t)}{\Delta t\cdot n(t)}$$

$$\lambda^*(t)=\lambda^*(3000)=\frac{\Delta n(t)}{\Delta t\cdot n(t)}=\frac{50}{1000 * 920}=$$

$$5.43 * 10^{-5}\ 1/\text{час}$$

Вероятность безотказной работы

На испытание поставлено N = 400 изделий. За время t = 3000 час отказало 200 изделий, т.е. n(t) = 400-200=200. За интервал времени (t, t+Δt) , где Δt= 100 час, отказало 100 изделий, т.е. Δn(t)= 100. Требуется определить P* (3000), P*(3100), f*(3000), λ*(3000).

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{200}{400} = 0{,}5.$$

$$P^*(3100) = \frac{n(t)}{N} = \frac{100}{400} = 0{,}25.$$

Частота и интенсивность отказов

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{100}{400 \cdot 100} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

Анализ надежности сложной системы

- При анализе надежности сложной системы все ее элементы и компоненты целесообразно разделить на следующие группы.
- 1) Элементы, отказ которых практически не влияет на работоспособность системы (деформация ограждающего кожуха машины, изменение окраски поверхности и т.п.). Отказы (т.е. неисправное состояние) этих элементов могут рассматриваться изолированно от системы.
- 2) Элементы, работоспособность которых за рассматриваемый период времени практически не изменяется (станины и корпусные детали, малонагруженные элементы с большим запасом прочности).
- 3) Элементы, ремонт или регулировка которых возможна при работе изделия или во время остановок, не влияющих на его эффективность (подналадка и замена режущего инструмента на станке, регулировка холостого хода карбюратора автомобильного двигателя).
- 4) Элементы, отказ которых приводит к отказам системы.

Надежность последовательной системой

- Рассмотрим систему, состоящую из двух или более элементов. Пусть A — событие, состоящее в том, что система работает безотказно. а Ai (i=1, 2,..., n) — события, состоящие в исправной работе всех ее элементов. Далее предположим, что событие A имеет место тогда и только тогда, когда имеют место все события Ai, т.е. система исправна тогда и только тогда, когда исправны все ее элементы. В этом случае систему называют *последовательной системой*.

$$P(A) = \Pi \, p(Ai) \qquad (2)$$

Пример 1

$$P = \prod_{i=1}^{n} p_i,$$

- Определить надежность автомобиля (системы) при движении на заданное расстояние, если известны надежности следующих подсистем: системы зажигания $p_1 = 0{,}99$; системы питания топливом и смазкой $p_2 = 0{,}999$; системы охлаждения $p_3 = 0{,}998$; двигателя $p_4 = 0{,}985$; ходовой части $p_5 = 0{,}997$.
- Решение. Известно, что отказ любой подсистемы приводит к отказу автомобиля. Для определения надежности автомобиля используем формулу (2)
- $P = p_1 \, p_2 \, p_3 \, p_4 \, p_5 = 0{,}99*0{,}999*0{,}998*0{,}985*0{,}997 = 0{,}979.$

Параллельное соединение элементов (рис. 2.),

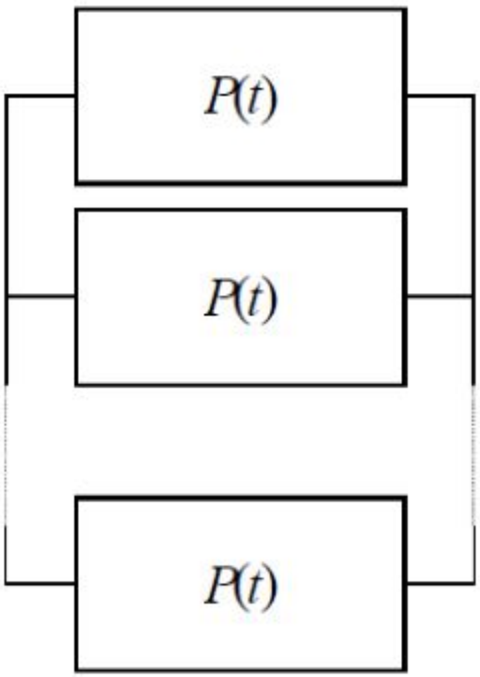


Рис. 2

Отказ системы возможен лишь в случае, когда отказывают все ее элементы

Рассмотрим систему, имеющую ряд параллельных элементов с надежностью $p(t)$ и соответственно ненадежностью $q(t) = 1\text{-}p(t)$. В случае, если система содержит n элементов, которые соединены параллельно, вероятность отказа системы равна: $Q = [q(t)]^n$,

$$P(t) = 1 - [q(t)]^n.$$

а вероятность безотказной работы

При частично параллельном резервировании

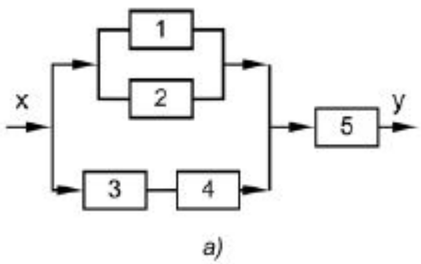
вероятность безотказной работы си

общего числа элементов n, определ

$$P(t) = \sum_{k=j}^{n} C_n^k\, p^k(t) q^{n-k}($$

где $p(t)$ — вероятность безотказной работы одного элемента; j — число исправных элементов, при котором обеспечивается работоспособность системы; $C_n^k = n!/[k!(n\text{-}k)!]$ - число сочетаний из n элементов по k.

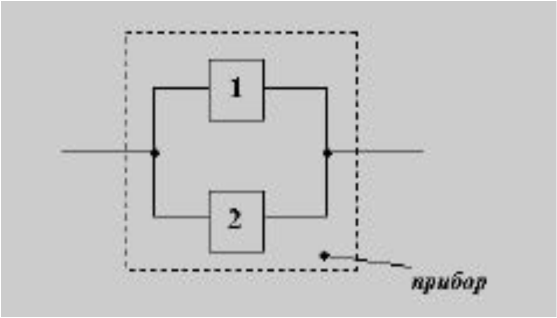
Типовые структурные схемы расчета надежности



Кинстон-кр/Зан 2018-2019/22.09.18 + 29.09.19
Надежность/ Надежность наземных комплексов

По приведенной схеме можно сделать следующее заключение. Объект состоит из пяти частей. Отказ Объекта наступает тогда, когда откажет либо элемент 5, либо узел, состоящий из элементов 1–4. Узел может отказать тогда, когда одновременно откажет цепочка, состоящая из элементов 3, 4, и узел, состоящий из элементов 1, 2. Цепочка 3, 4 отказывает, если откажет хотя бы один из составляющих ее элементов, а узел 1, 2 – если откажут оба элемента, т.е. элементы 1, 2.

Пример



Прибор состоит из 2-х блоков, дублирующих друг друга. Вероятность того, что за время T каждый из блоков проработает безотказно, равна 0.9. Отказ прибора произойдет при отказе обоих блоков. Найти вероятность того, что за время T прибор проработает безотказно?

Прибор откажет, если откажут оба блока. Вероятность отказа одного блока $q = 1\text{-}0\text{-}0.9 = 0.1$. Вероятность отказа двух блоков $Q=q1 * q2 = 0.01$.
Вероятность безотказной работы прибора $P = 1 – 0.01 = 0.99$.
Ответ: 0.99

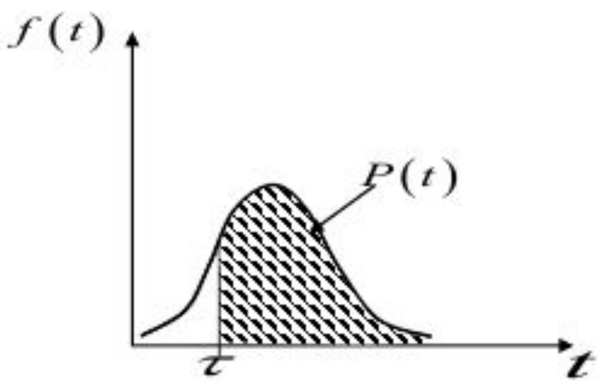
Как рассчитать вероятность безотказной работы за установленное время

- *УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ*
- *«НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ»*
- *Составитель: Е.А. Киндеев*
- Вероятность безотказной работы – это вероятность того, что при определенных режимах и условиях эксплуатации в пределах заданной продолжительности работы изделия отказ не возникает.

$$P(t) = \int_{t}^{\infty} f(t)\,dt.$$

Как рассчитать вероятность безотказной работы за установленное время

- Т.е. вероятность безотказной работы есть вероятность того, что время от момента начала работы до отказа будет больше или равно времени , в течение которого определяется и равна относительной площади под кривой справа от значения (см. рис. 1.2).



f(t)- частота (плотность распределения вероятности) отказов

Рис. 1.2. Геометрическая интерпретация определения вероятности безотказной работы

Как рассчитать вероятность безотказной работы $P(t)$ за установленное время

- Например, если $P(t)$ в течение Т = 1000 часов считается равной 0,95, то это означает, что из большого количества машин в среднем около 5 % потеряют свою работоспособность раньше, чем через 1000 часов работы.
-

Вероятность безотказной работы как и все показатели надежности является случайной величиной.

График вероятности P(t) безотказной работы и отказа F(t)

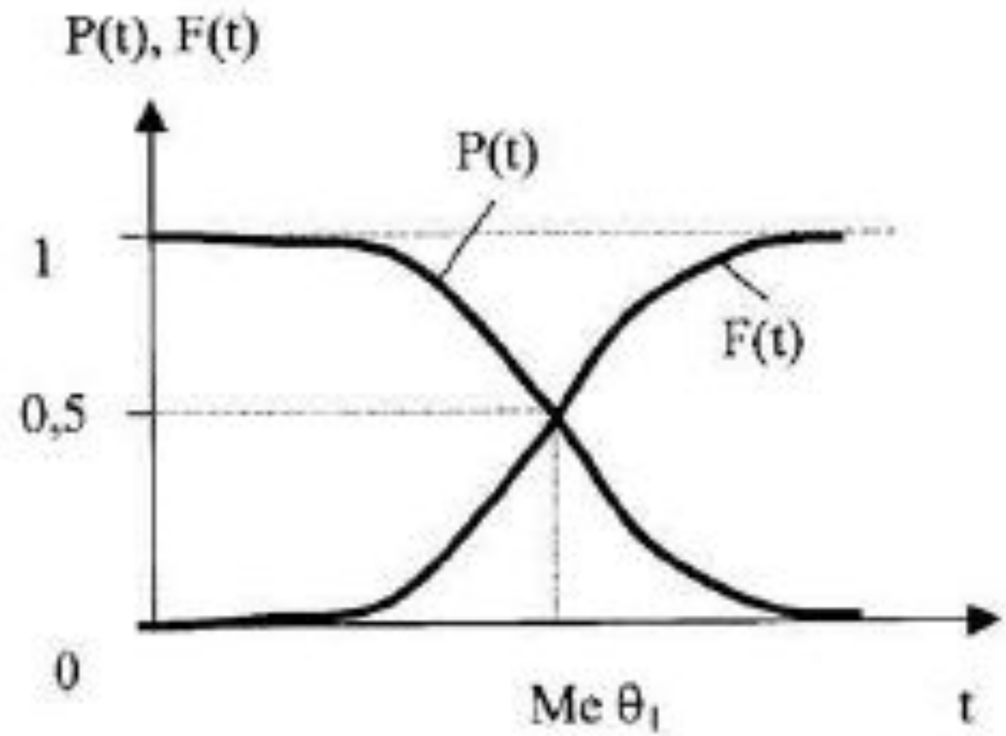


Рис. 2.3. Вероятности безотказной работы и отказа

График плотности нормального распределения

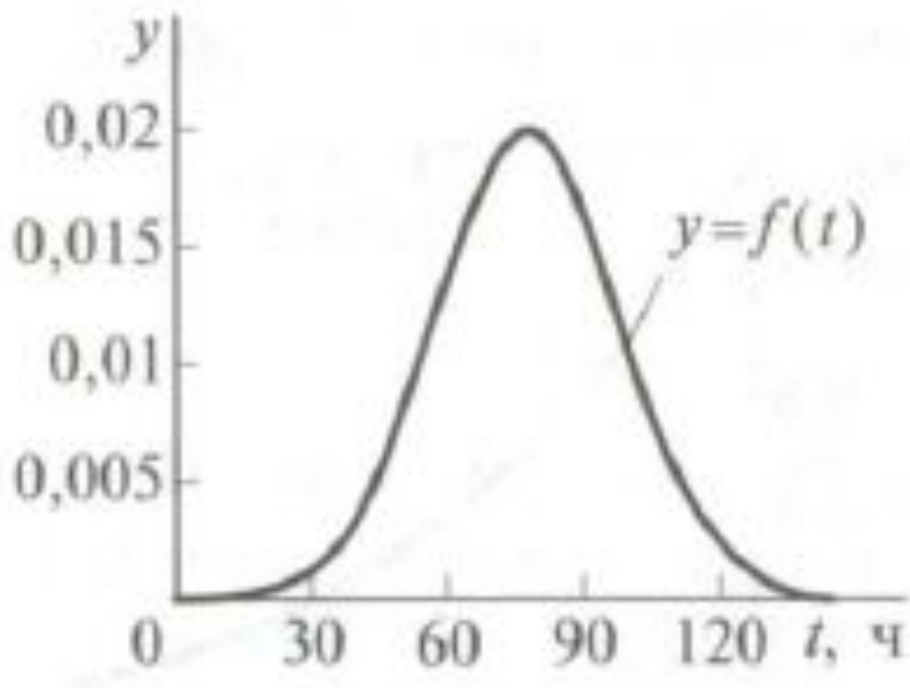


Рис. 3.4. График плотности нормального распределения с параметрами m = 80 ч., σ = 20 ч.

Вероятность восстановления и невосстановления.

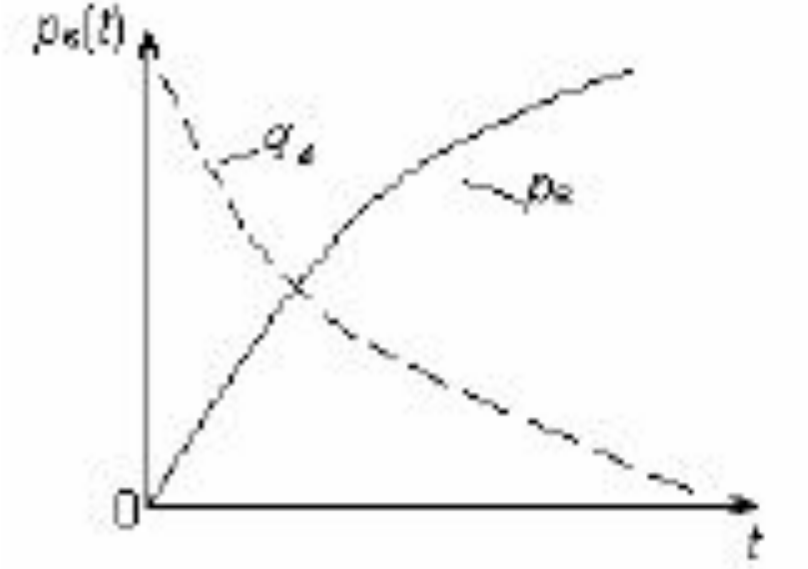


Рис. 1.4. Вероятность восстановления и невосстановления.

Дифференциальный закон распределения

- Непрерывная случайная величина полностью определена, если известна функция ее распределения $F(t)$. В теории надежности наиболее удобной характеристикой распределения времени между соседними отказами является плотность распределения $f(t)=F\ (t)$ (или, другими словами, дифференциальный закон распределения). Зная плотность отказов, можно достаточно просто определить все остальные количественные характеристики надежности.

Законы распределения времени между соседними отказами

- Время между соседними отказами, а также число отказов производственных систем могут изменяться в соответствии с различными законами распределения. Отказы большинства производственных систем (механических, электрических, электромеханических, электронных) подчиняются следующим законам распределения: - экспоненциальный, - нормальный, - Пуассона, - Вейбулла-Гнеденко, - Рэлея

Экспоненциальный закон

1. Плотность вероятности времени между отказами:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t},$$

где λ – интенсивность отказов (параметр распределения);

t – время безотказной работы (случайная величина).

2. Вероятность безотказной работы:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} = e^{-\lambda t}. \qquad (2)$$

3. Вероятность отказа, представляющая собой интегральную функцию распределения:

$$F(t)\big(\text{или } Q(t)\big) = \int_0^t f(t)dt = \int_0^t \lambda e^{-\lambda t}dt = 1 - e^{-\lambda t}. \qquad (3)$$

4. Гамма-процентная наработка на отказ (до отказа):

$$t_\gamma = \frac{1}{\lambda}\left[-ln(\gamma/100)\right] = T_{cp} \cdot Z_\gamma\ , \qquad (4)$$

где γ – вероятность безотказной работы в процентах, Z_γ – квантиль экспоненциального закона распределения.

5. Интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda = const. \qquad (5)$$

6. Среднее время безотказной работы:

$$T_{cp} = \int_0^\infty e^{-\lambda t}dt = -\frac{1}{\lambda e^{-\lambda t}}\Big|_0^\infty = \frac{1}{\lambda}.$$

Среднее квадратическое отклонение при этом

$$\sigma = \sqrt{D} = T_{cp} = \frac{1}{\lambda}.$$

Пример

ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ МЕЖДУ ОТКАЗАМИ

- Определить количественные характеристики надежности ткацкого станка за период 10 часов при T_{CP} = 62 ч, если известно, что наработка на отказ подчиняется экспоненциальному закону.
- Решение. Интенсивность отказов вычисляют по формуле (6):

$$T_{cp} = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = -\frac{1}{\lambda e^{-\lambda t}} \Big|_0^\infty = \frac{1}{\lambda}.$$

- $\lambda = 1/T_{CP} = 1/62 = 0{,}016$ ч$^{-1}$.
- Вероятность безотказной работы станка вычисляют по формуле (2):

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = e^{-\lambda t}.$$

- $P(10) = e^{-10/62} = e^{-0{,}161} = 0{,}85$.
- Вероятность отказа находят по формуле (3): $Q(10) = 1 - 0{,}85 = 0{,}15$.

$$F(t)\big(\text{или } Q(t)\big) = \int_0^t f(t) dt = \int_0^t \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Пример

- Наработка на отказ лампочки накаливания Калашниковского завода составляет 100 часов. Чему равна вероятность безотказной работы лампочки через 10 часов.
- $\lambda = 1/T_{CP} = 1/100 = 0{,}01$ ч$^{-1}$,
- $P(10)=e^{-10/100} = e^{-0,1} = 0{,}9$
- Чему равна вероятность безотказной работы лампочки через 100 часов
- $P(100) = 0.36.$

Пример (продолжение)

- Чему равна вероятность безотказной работы лампочки через 200 часов.
- $\lambda = 1/T_{CP} = 1/100 = 0{,}01$ ч$^{-1}$
- $P(200) = e^{-200/100} = e^{-2} = 0{,}134$.

Взаимосвязь между показателями надежности

Таблица 1.2. **Взаимосвязь между показателями надежности**

Известно	Требуется определить			
	$P(t)$	$Q(t)$	$f(t)$	$\lambda(t)$
$P(t)$ ***Вероятность безотказной работы***	—	$1 - P(t)$	$-\dfrac{dP(t)}{dt}$	$-\dfrac{1}{P(t)} \cdot \dfrac{dP(t)}{dt}$
$Q(t)$ ***Вероятность отказа***	$1 - Q(t)$	—	$\dfrac{dQ(t)}{dt}$	$\dfrac{1}{1-Q(t)} \dfrac{dQ(t)}{dt}$
$f(t)$ ***Частота отказов***	$\int_t^{\infty} f(t)dt$	$\int_0^t f(t)dt$	—	$\dfrac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(t)dt}$
$\lambda(t)$ ***Интенсивность отказов***	$e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$	$1-e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$	$\lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$	—

Широко применяемые показатели надежности

- вероятность безотказной работы в течение определенного времени $P(t)$;
- средняя наработка до первого отказа $\overline{T}_0$;
- наработка на отказ $\overline{T}$;
- частота отказов $\alpha(t)$;
- интенсивность отказов $\lambda(t)$;
- параметр потока отказов $\omega(t)$;
- коэффициент готовности $K_г$..

$$\omega(t) = \frac{n(\Delta t)}{N \cdot \Delta t},$$

Параметром потока отказов *называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени* ***n(Δt)*** *к числу испытуемых* ***N*** *изделий, при условии, что все вышедшие из строя изделия заменяются.*

Частотой отказов *называется отношение числа отказавших образцов аппаратуры в единицу времени к числу образцов, первоначально установленных на испытание при условии, что отказавшие образцы не восстанавливаются и не заменяются исправными*

Широко применяемые показатели надежности

- $f(t)$ - скорость отказов — количество изделий, отказавших к моменту времени t, в единицу времени;