

Решение логарифмических уравнений

Цель урока:

**Формирование знаний по теме
«Логарифмические уравнения»**

Задачи урока:

- 1. Ввести понятие логарифмического уравнения.**
- 2. Закрепить определение логарифма, свойства логарифма.**
- 3. Рассмотреть и систематизировать методы решения логарифмических уравнений.**
- 4. Сформировать умения применять теоретические знания при решении уравнений.**

$$\log_a b = X$$

$$a^x = b$$

Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^c = c$$

Свойства логарифмов:

$a>0, b>0, c>0, c\neq 1, n\neq 1$

$$\log_c a + \log_c b = \log_c (ab)$$

$$\log_c a - \log_c b = \log_c \left(\frac{a}{b} \right)$$

$$n \log_c a = \log_c a^n$$

**Перепишите равенства в виде
логарифмических равенств:**

Ответ :

$$a) 2^3 = 8$$

$$a) 3 = \log_2 8$$

$$б) 3^0 = 1$$

$$б) 0 = \log_3 1$$

$$в) 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$в) -2 = \log_4 \frac{1}{16}$$

***Запишите числа в виде логарифмов с
основанием 2:***

Ответ:

а) 4 = *a)* $4 = \log_2 16$

б) - 2 = *б)* $-2 = \log_2 \frac{1}{4}$

в) 0 =

в) $0 = \log_2 1$

г) 1 =

г) $1 = \log_2 2$

Вычислите:

$$\log_6 8 - \log_6 2 + \log_6 9$$

Ответ: 2

Определение:

Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим

$$\log_a x = b$$
$$a > 0, \quad a \neq 1$$

Основные методы решения логарифмических уравнений:

**с помощью
определения
логарифма**

**потенцировани
я**

**вынесение
общего
множителя**

**введение новой
переменной**

**логарифмирован
ия**

**приведение
к одному
основанию**

**функционально
-
графический**

1. По определению логарифма:

<i>Уравнение:</i>	<i>Решение:</i>
а) $\log_a x = b, \quad a > 0 \text{ и } a \neq 1$	$x = a^b$
б) $\log_a f(x) = b, \quad a > 0 \text{ и } a \neq 1.$	$f(x) = a^b$
в) $\log_a f(x) = \log_a g(x),$ $a > 0 \text{ и } a \neq 1.$	$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) = g(x). \end{cases}$
г) $\log_{g(x)} f(x) = b$	$\begin{cases} g(x) > 0, \\ g(x) \neq 1, \\ f(x) = g(x)^b \end{cases}$

Пример:

$$\log_4 x = 2,$$

ОДЗ: $x > 0$,

$$x = 4^2,$$
$$x = 16.$$

The diagram illustrates the substitution process. A red circle highlights the base '4' in the logarithm equation $\log_4 x = 2$. A purple arrow points from this circle to the '4' in the expression $x = 4^2$. Another red circle highlights the argument '16' in the expression $x = 16$. A green arrow points from the '2' in the logarithm equation to this '16', indicating that $4^2 = 16$.

$$f(x) > 0, a > 0, a \neq 1.$$

Ответ: 16

Пример :

$$\log_3(2x + 1) = 2,$$

$$2x + 1 = 3^2,$$

$$2x + 1 = 9,$$

$$x = 4.$$

Проверка:

$$\log_3(2 \cdot 4 + 1) = 2,$$

$$\log_3 9 = 2,$$

$$2 = 2$$

Ответ: 4

$$\log_2 x = 1$$

Ответ: $x=2$

$$\log_{\frac{1}{3}} x = 0$$

Ответ: $x=1$

$$\log_9 x = \frac{1}{2}$$

Ответ: $x=3$

$$\log_5 x = 3$$

Ответ: $x=125$

$$\log_8 x = \frac{1}{3}$$

Ответ: $x=2$

$$\log_3 (x + 5) = 4$$

Ответ: $x=76$

Решите логарифмические уравнения:

$$\log_x 5 = 2$$

$$x^2 = 5$$

$$\underline{x = \sqrt{5}}, \text{ т.к. } \sqrt{5} > 0$$

$$\text{Ответ : } x = \sqrt{5}$$

$$\log_4 x = 0,5$$

$$x = 4^{0.5}$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$\underline{x = 2}$$

$$\text{Ответ : } x = 2$$

2. Метод потенцирования:

Под потенцированием понимается переход от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их:

если , $\log_a f(x) = \log_a g(x)$,
то $f(x) = g(x)$, $f(x) > 0$, $g(x) > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$

Метод потенцирования применяется в том случае, если все логарифмы, входящие в уравнение, имеют одинаковое основание

Пример:

$$\bigcirc (x^2 + 7x - 5) = \bigcirc (4x - 1),$$

$$x^2 + 7x - 5 = 4x - 1,$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0,$$

$$x_1 = 1, x_2 = -4.$$

**переходим от равенства, содержащего
логарифмы, к равенству,
не содержащему их**

Проверка:

$$x = 1 \Rightarrow \log_2(1^2 + 7 \cdot 1 - 5) = \log_2(4 \cdot 1 - 1) \Rightarrow \log_2 3 = \log_2 3 \quad \text{- верно}$$

$$x = -4 \Rightarrow \log_2((-4)^2 + 7 \cdot (-4) - 5) = \log_2(4 \cdot (-4) - 1) \Rightarrow \log_2(-17) = \log_2(-17) \\ \text{- не верно}$$

Ответ: 1

**Решите уравнения потенцированием:
(по вариантам)**

а) $\log_2 (3x - 6) = \log_2 (2x - 3);$

б) $\log_{0,5} (7x - 9) = \log_{0,5} (x - 3);$

Метод потенцирования:

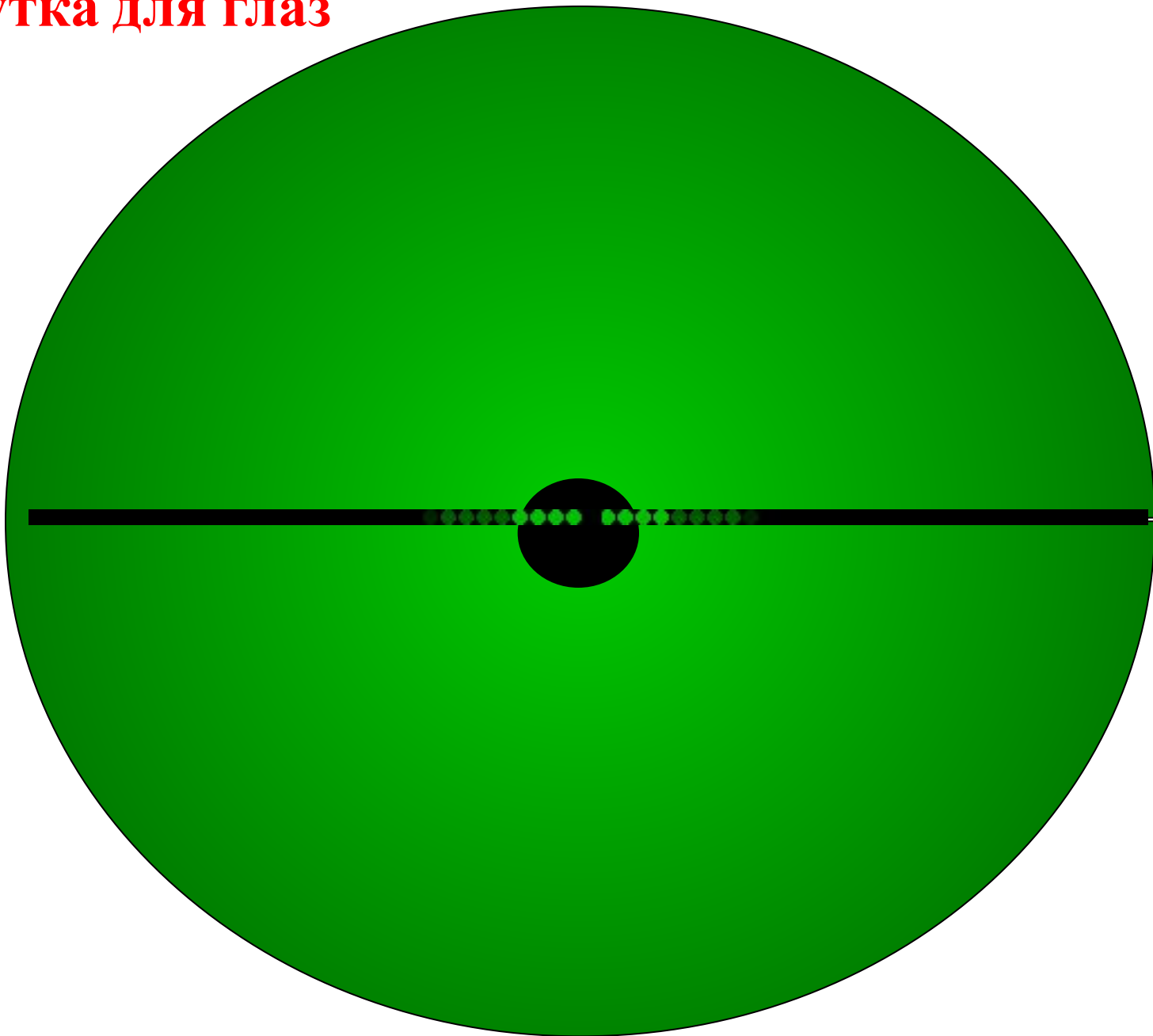
Признак:

уравнение должно
быть представлено в виде
равенства двух логарифмов
по одному основанию

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

1. Пропотенцировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма;
2. Перейти к равенству подлогарифмических выражений, применив свойство логарифма;
3. Решить уравнение и проверить полученные корни;
4. Записать удовлетворяющие корни в ответ.

Физминутка для глаз



4. Метод введения новой переменной:

Пример:

$$\log_3^2 x - \log_3 x = 2$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0.$$

Пусть $\log_3 x = t$, тогда $t^2 - t = 2$,
 $t^2 - t - 2 = 0$.
 $t_1 = -1, t_2 = 2$.

Значит,

$$\log_3 x = -1$$

или

$$\log_3 x = 2$$

$$x = 3^{-1}$$

$$x = 3^2$$

$$x = \frac{1}{3}.$$

$$x = 9.$$

Ответ: $\frac{1}{3}, 9$.

Решите уравнения:

$$\lg^2 x - 2\lg x + 1 = 0$$

$$3\log_{0,5}^2 x + 5\log_{0,5} x - 2 = 0$$

Метод введения новой переменной:

Признак:

Все логарифмы
в уравнении могут быть
сведены к одному и тому же
логарифму, содержащему
переменную

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Произвести замену переменной;
3. Решить полученное уравнение;
4. Составить простейшие логарифмические уравнения, возвращаясь к первоначальной переменной;
5. Проверить полученные корни по ОДЗ;
6. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.

5. Метод логарифмирования обеих частей уравнения:

Метод логарифмирования:

Признак:

переменная
содержится и в основании
степени, и в показателе
степени под знаком
логарифма

$$x^{\lg x + 2} = 1000$$

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Прологарифмировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма в показателе степени;
3. Вынести показатель степени за знак логарифма, пользуясь свойством логарифма;
4. Решить полученное уравнение, пользуясь методом замены переменной.

$$X^{\lg x + 2} = 1000$$

1) ОДЗ: $X > 0$

2) Т. к. обе части уравнения положительны, то прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10:

$$\lg x^{\lg x + 2} = \lg 1000$$

$$X^{\lg x + 2} = 1000$$

1) ОДЗ: $X > 0$

2) Т. к. обе части уравнения положительны, то прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10:

$$\lg x^{\lg x + 2} = \lg 1000$$

$$(\lg x + 2) \cdot \lg x = \lg 1000$$

$$\lg^2 x + 2 \lg x - 3 = 0$$

$$\lg x = a$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$X^{\lg x + 2} = 1000$$

1) ОДЗ: $X > 0$

2) Т. к. обе части уравнения положительны, то прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10:

$$\lg x^{\lg x + 2} = \lg 1000$$

$$(\lg x + 2) \cdot \lg x = \lg 1000$$

$$\lg^2 x + 2 \lg x - 3 = 0$$

$$\lg x = a$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$a = -3 \quad a = 1.$$

$$\lg x = 1,$$

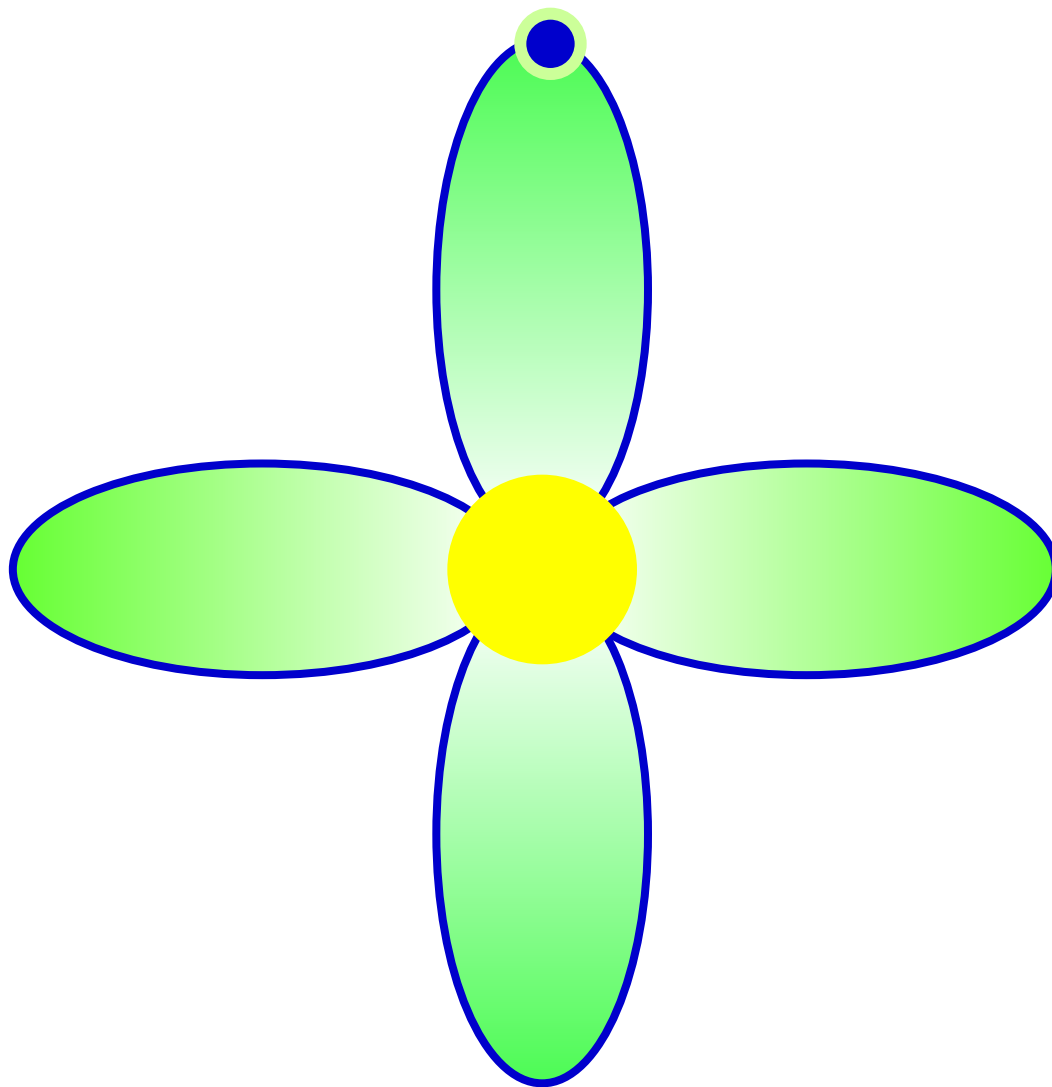
$$x = 10$$

$$\lg x = -3,$$

$$x = 10^{-3} = 0,001$$

Ответ: 0,001; 10.

Физминутка для глаз



Рефлексия:

- **Какую цель ставили перед собой на уроке?**
- **Смогли ли её достичь?**
- **Какой метод вам больше понравился?**
- **Оцените свою деятельность на уроке.**

Итог урока:

1. Мне все понятно, у меня все получается!



2. У меня еще есть ошибки, но я стараюсь!



**3. Я ничего не понимаю,
у меня ничего не получается!**

