

Решение задач

Вписанные в треугольник окружности

π

Вписанные в треугольник окружности

› Вписанная в равнобедренный треугольник окружность

Вписанная в равносторонний треугольник

окружность

ТЕОРИЯ

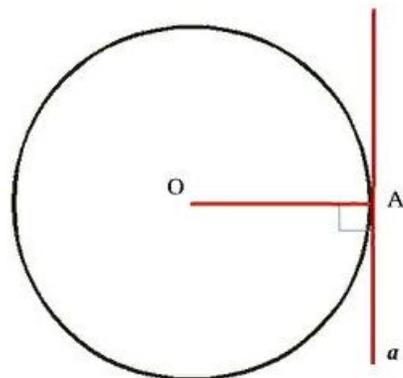
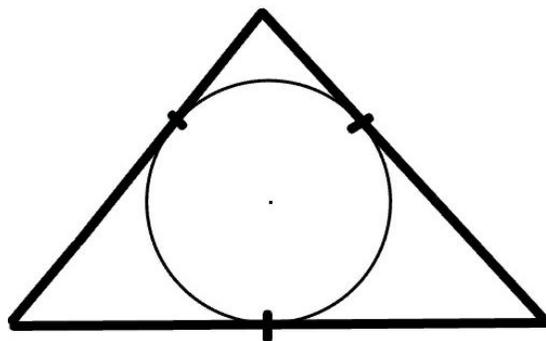
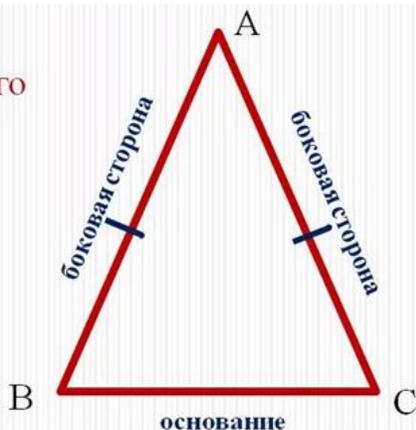
Треугольник называется **равнобедренным**, если две его стороны равны.

➤ Равные стороны называются **боковыми сторонами**

➤ Третья сторона называется **основанием**

› Если все стороны многоугольника **касаются** окружности, то окружность называется **вписанной** в многоугольник

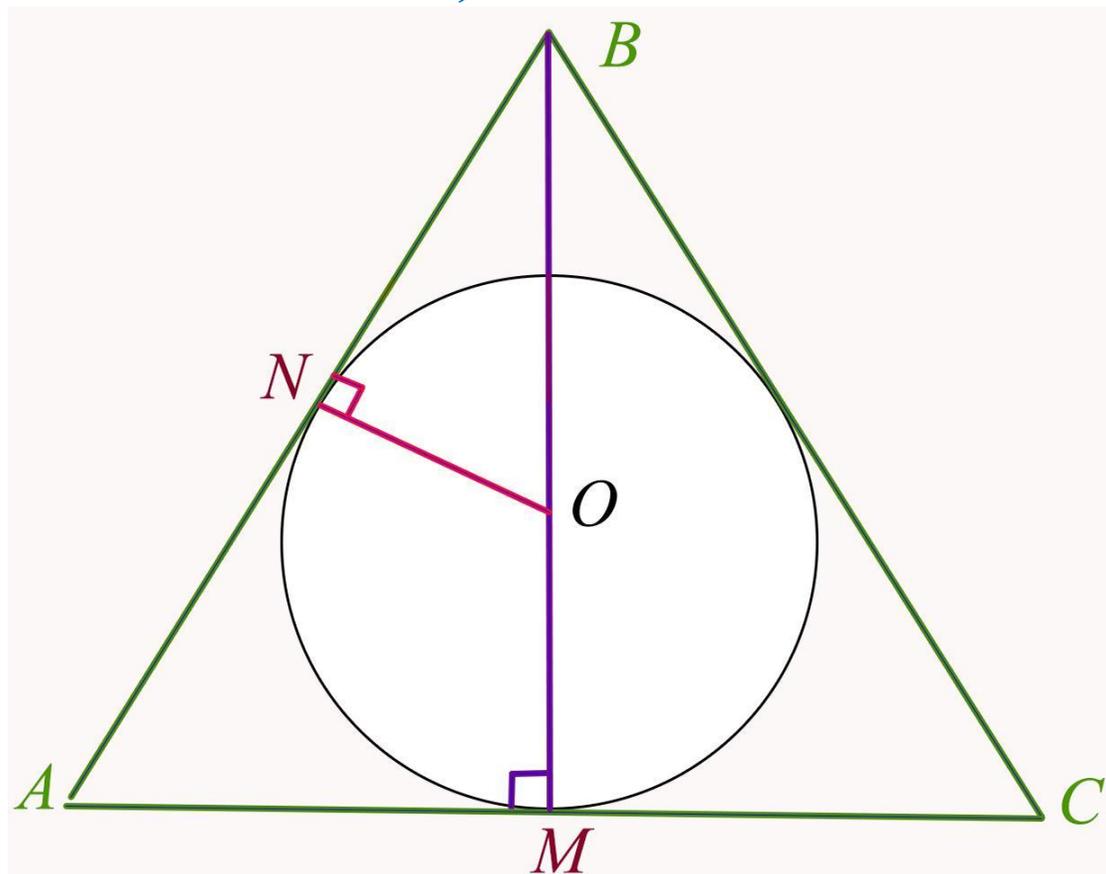
› Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания



ПРИМЕР

Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами 10 см, 10 см, 12 см.

› $AB = BC = 10$, $AC = 12$. $ON = ?$



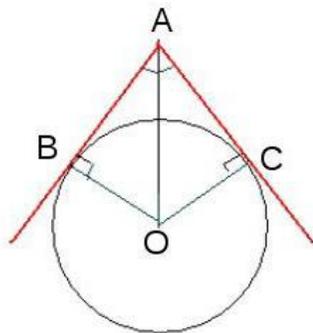
Вписанная в равнобедренный треугольник

окружность

ТЕОРИЯ

› Высота в равнобедренном треугольнике является медианой

› $AM = MC \Rightarrow AM = 12 : 2 = 6$



Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

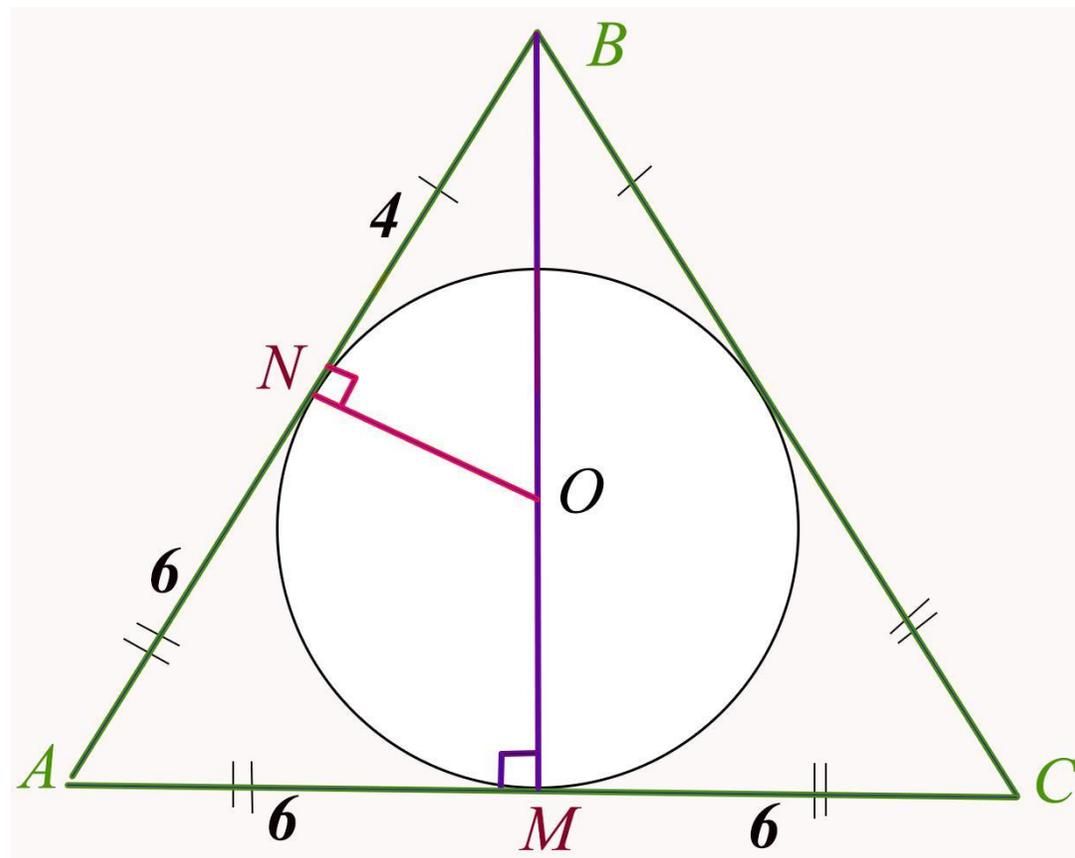
$$AB = AC, \quad \angle BAO = \angle OAC$$

› $AN = AM = 6$

› $BN = 10 - 6 = 4$

ПРИМЕР

› $AB = BC = 10, AC = 12. ON = ?$



Вписанная в равнобедренный треугольник

ОКРУЖНОСТЬ

π

ТЕОРИЯ И РЕШЕНИЕ

› Теорема Пифагора: *В прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы*

Рассмотрим $\triangle NBO$: $BO^2 = NB^2 + NO^2$
 $BO^2 = 4^2 + x^2 = 16 + x^2$

Как ещё можно выразить BO ?

Через высоту $BO = BM - OM = BM - x$

Рассмотрим $\triangle ABM$: $BM^2 = AB^2 - AM^2$

$$BM = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$$

$$\Rightarrow BO = 8 - x \Rightarrow \underline{BO^2 = (8 - x)^2}$$

Приравняем полученные BO :

$$\underline{16 + x^2 = (8 - x)^2}$$

$$16 + x^2 = 64 - 16x + x^2$$

$$16x = 48$$

$$\underline{X=3}$$

ПРИМЕР

› $AB = BC = 10, AC = 12. ON - ?$

› Обозначим через x искомый радиус ($ON=OM=x$)

(в случае поиска стороны с известным радиусом через x обозначим NB)

