Раздел 4: Электростатика и постоянный электрический ток

Тема13. Электрическое поле в вакууме

Тема14. Проводники в электрическом поле

Тема15. Диэлектрики в электрическом поле

Тема16. Постоянный электрический ток

Тема 13. Электрическое поле в вакууме

1. Закон Кулона. Электростатическое поле.
2. Работа по перемещению заряда в электростатическом поле.
3. Потенциальная энергия и потенциал.
4. Связь между напряженностью и потенциалом.
5. Поток вектора напряженности электростатического поля. Теорема Гаусса.
6. Применение теоремы Гаусса к расчету электростатических полей.

Электростатика – это раздел физики, в котором изучается взаимодействие и свойства систем электрических зарядов, неподвижных относительно выбранной инерциальной системы отсчета.

<u>Электрические заряды</u>

1. Электрический заряд – носитель электромагнит-ного взаимодействия.

2. Электрический заряд может быть двух типов: положительный (при трении кожи о стекло) и отрицательный (при трении меха с эбонитом).

2. Носителями электрического заряда являются заряженные элементарные частицы с элементарным зарядом $e=1.6\cdot10^{-19}$ Кл : протон, электрон.

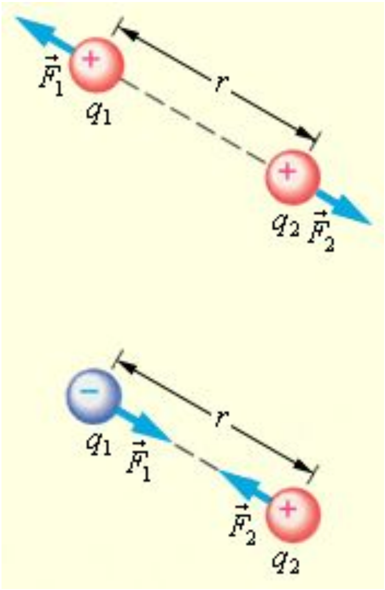
4. Фундаментальный закон сохранения электричес-кого заряда (выполняется в любых процессах рождения и уничтожения элементарных частиц):

В любой электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов не изменяется.

5. Электрический заряд является релятивистски инвариантным: его величина не зависит от системы отсчета, а значит, не зависит от того, движется он или покоится.

1 учебный вопрос: Закон Кулона.

Закон Кулона – закон о взаимодействии точечных зарядов:



Сила взаимодействия F двух неподвижных точечных зарядов q_1 и q_2 в вакууме направлена вдоль линии, соединяющей оба заряда, прямо пропорциональна величинам этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерения. В системе СИ

$$k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9\cdot 10^9 \ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2 \qquad \varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12} \ \text{Ф/м}$$

электрическая постоянная

Взаимодействия зарядов передаются с помощью особого материального посредника, называемого электрическим полем.

Действие электрического поля на помещенный в него заряд является основным его свойством.

Электрическое поле, созданное неподвижными зарядами, называется электростатическим (ЭСП).

Характеристики ЭСП в вакууме:
напряженность (векторная) и потенциал (скалярная)

Напряженность поля $\vec{E}$ ***- векторная характеристика электрического поля. Напряженность поля в некоторой точке определяется отношением силы действующей со стороны поля на заряд*** q_0***, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда:***

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Напряженность – есть сила, действующая на единичный точечный заряд.

$$\left[\vec{E}\right] = \frac{Н}{Кл}$$

$\vec{E}$ ***- силовая характеристика электрического поля.***

Напряженность электрического поля точечного заряда

$$E = \frac{F}{|q_0|} = k\frac{|q|}{r^2} \qquad E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (2)$$

Принцип суперпозиции полей

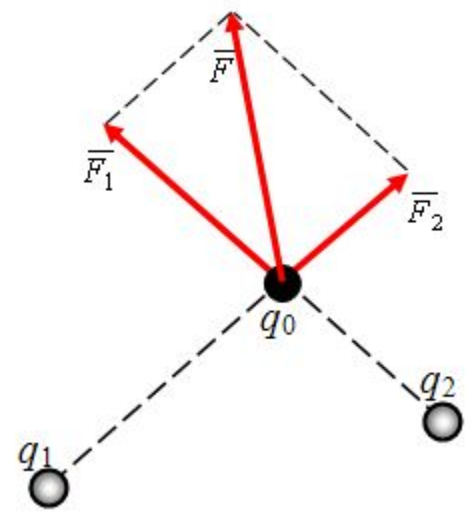
Напряженность поля, создаваемая в какой-либо точке пространства системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей, создаваемых в этой точке каждым из зарядов:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

Следует из опытного факта:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{q} = \frac{\vec{F}_1}{q} + \frac{\vec{F}_2}{q} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

напряженности полей одного из зарядов в отсутствии другого



Напряженность поля непрерывно распределенного заряда

$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

Характеристики распределенных зарядов

$$\tau = \frac{dq}{dl}, \quad \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}}\right]$$ – ***линейная плотность зарядов;***

$$\sigma = \frac{dq}{dS}, \quad \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}\right]$$ – ***поверхностная плотность зарядов;***

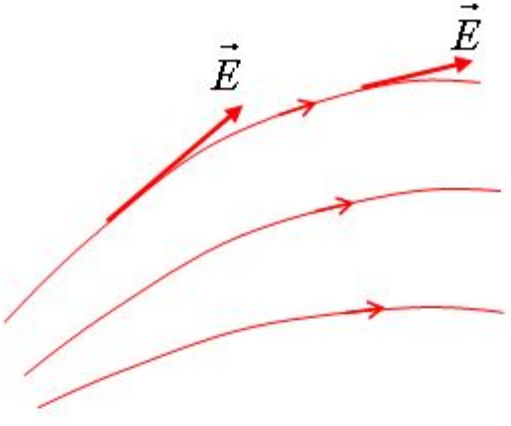
$$\rho = \frac{dq}{dV}, \quad \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}\right]$$ – ***объемная плотность зарядов.***

Графическое изображение электрических полей. Силовые линии.

Силовые линии *– это непрерывные линии, касательные к которым в каждой точке, через которую они проходят, совпадают с вектором напряженности электрического поля.*

Свойства силовых линий:

- всегда начинаются на «+» зарядах и заканчиваются на «-» ;



- густота силовых линий пропорциональна напряженности электрического поля;

- не пересекаются.

Примеры электрических полей

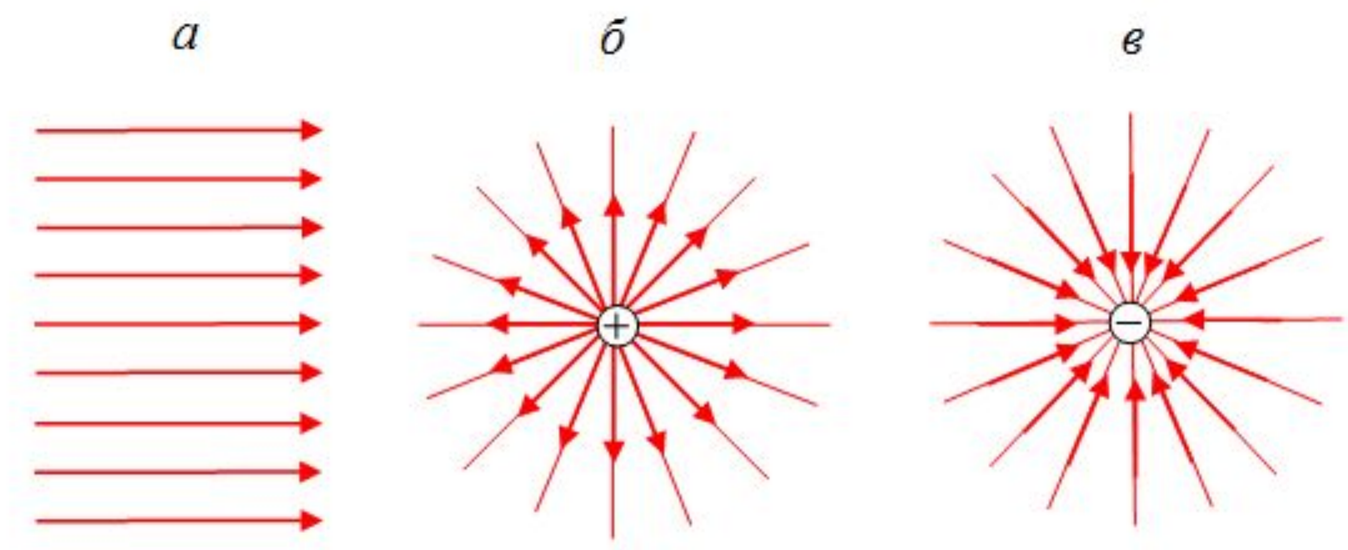


Рис. 5. Силовые линии электрических полей: однородного (а), точечных зарядов положительного (б) и отрицательного (в)

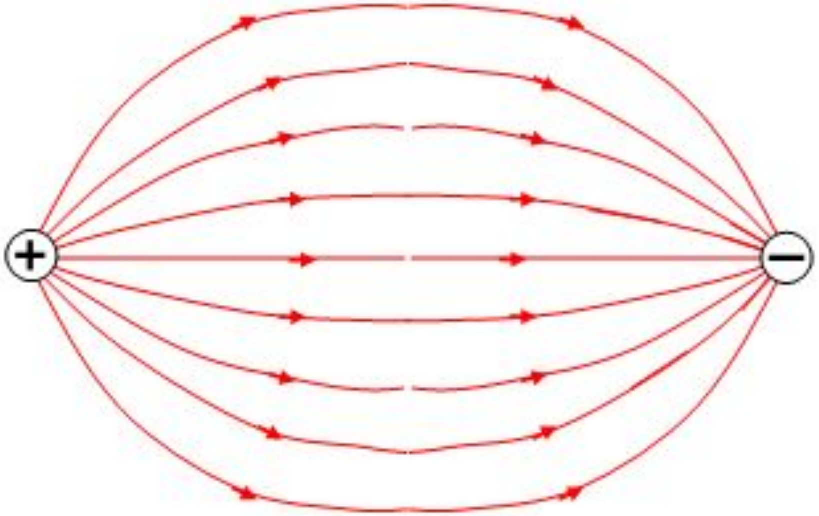
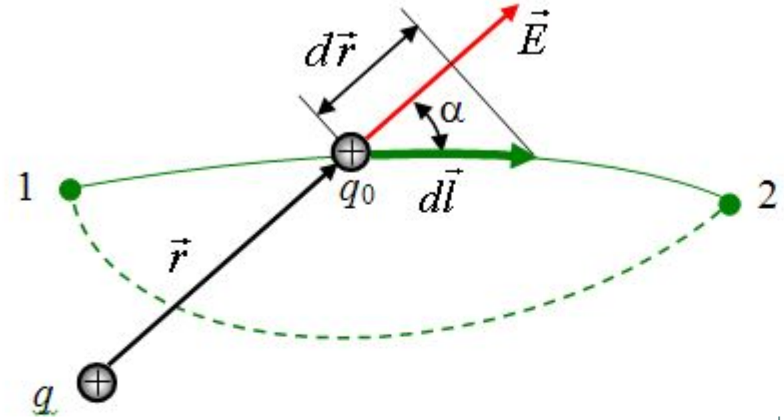


Рис. 6. Электрическое поле двух равных по модулю, и противоположных по знаку точечных зарядов

2 учебный вопрос: Работа по перемещению заряда в электростатическом поле.

Определим работу A этой силы при перемещении пробного заряда q_0.



$$dA = |\vec{F}||d\vec{l}|\cos\alpha = |\vec{F}||d\vec{r}| = q_0 E dr$$

Работа по перемещению заряда q_0 из точки 1 в точку 2:

$$A = q_0 \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r} = q_0 \int_1^2 E dr$$

$$E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0\ r^2} \longrightarrow A = q_0 \int_1^2 E dr$$

$$A = q_0 \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_1}^{r_2} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \quad (3)$$

Работа по перемещению заряда не зависит от формы траектории и пройденного зарядом пути, а зависит только от начального и конечного положения заряда.

Такое поле называется <u>потенциальным</u>, а кулоновская сила – <u>консервативной</u>.

При движении заряда по замкнутой траектории ($r_1 = r_2$) работа равна нулю:

$$A = q_0 \oint \vec{E} d\vec{r} = 0$$

Интеграл $\oint_L \vec{E}\,\overrightarrow{dl}$ называется циркуляцией вектора напряженности.

Если циркуляция поля равна нулю, то поле является потенциальным.

3 учебный вопрос: Потенциальная энергия и потенциал.

При перемещении электрического заряда работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии:
$A = -\Delta W$***, где*** W ***–потенциальная энергия.***

При $r \to \infty \quad W \to 0$ ***=>***

Потенциальная энергия заряда q_0***, находящегося в поле заряда*** q ***на расстоянии*** r ***от него в соответствии с (3) равна:***

$$W = A = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \qquad (4)$$

Отношение потенциальной энергии W к заряду q_0 не зависит от заряда q_0 и является энергетической характеристикой электростатического поля, называемой потенциалом.

Потенциалом называется скалярная величина, характеризующая энергию, которой обладает заряд, помещенный в данную точку поля, и численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда в этой точке поля:

$$\varphi = \frac{W}{+q_0} \qquad (5)$$

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \qquad (5a)$$

Принцип суперпозиции

Если поле создается системой зарядов $q_1, q_2, \ldots, q_n$, *то справедлив принцип суперпозиции*

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i = q_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i} = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$$

Потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым зарядом в отдельности

Разность потенциалов

$$A = W_1 - W_2 = q_0\varphi_1 - q_0\varphi_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (6)$$

Работа, совершаемая электрическими силами при перемещении заряда между двумя точками поля, равна произведению этого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках пути.

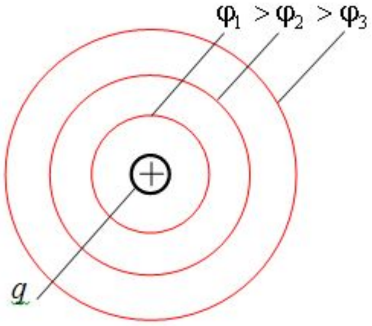
Свойства:

1. работа перемещения заряда по замкнутому контуру равна нулю: $\varphi_1 = \varphi_2$

2. работа положительна, если заряд q_0 перемещается в направлении убывания потенциала ($\varphi_1 > \varphi_2$)

Графическое изображение электрических полей. Эквипотенциальные поверхности.

Эквипотенциальной поверхностью называется геометрическое место точек с одинаковым потенциалом (ϕ=const).



Свойства эквипотенциальных поверхностей

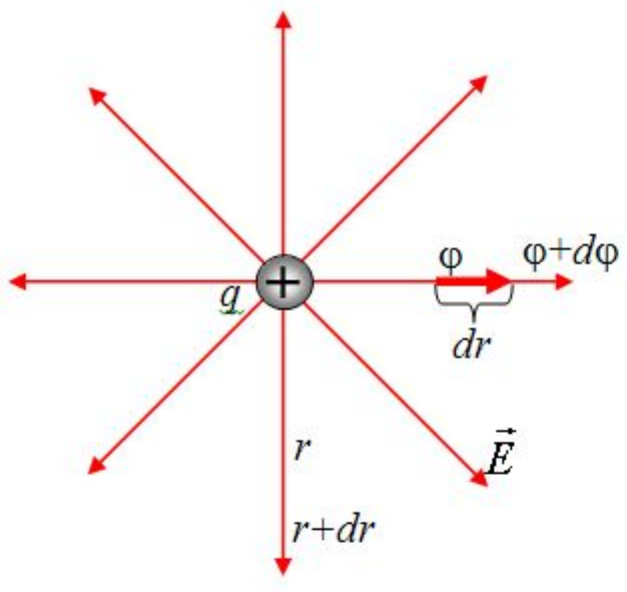
- работа, совершаемая по перемещению заряда вдоль этой поверхности, равна нулю;
- кулоновская сила направлена перпендикулярно этой поверхности;
- эквипотенциальные поверхности не пересекаются;
- густота линий равного потенциала пропорциональна градиенту напряженности электрического поля.

4 учебный вопрос: Связь между напряженностью и потенциалом.

Работа на бесконечно малом отрезке:

$$dA = q_0 E dr$$

$$dA = q_0[\varphi - (\varphi + d\varphi)] = -q_0 d\varphi$$



$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \Rightarrow$$

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}, \quad E_y = -\frac{d\varphi}{dy}, \quad E_z = -\frac{d\varphi}{dz}. \qquad \vec{E} = -\left(\frac{d\varphi}{dx}, \frac{d\varphi}{dy}, \frac{d\varphi}{dz}\right)$$

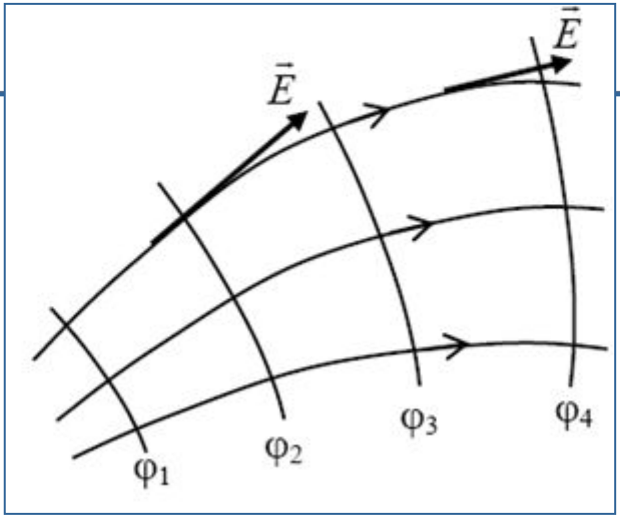
$$\boxed{\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi} \qquad (7)$$

Матанализ: $\operatorname{grad}\ \varphi = \dfrac{\partial\varphi}{\partial n}\vec{n}$

$\dfrac{\partial\varphi}{\partial n}$ ***- производная функции по направлению***

$\vec{n}$ ***- вектор нормали к поверхности*** ϕ **=const**

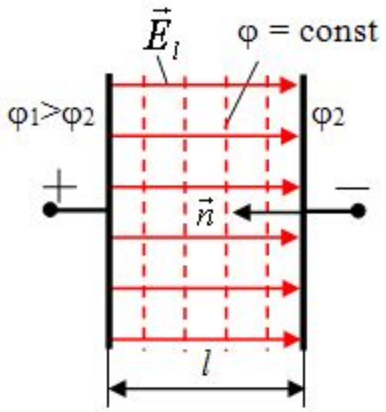
Вектор напряженности $\vec{\mathbf{E}}$ ***перпендикулярен поверхности*** φ **=const** ***и направлен в сторону, противоположную*** $\vec{\mathbf{n}}$***, т.е. в сторону убывания потенциала.***



Пример

Однородное поле плоского конденсатора (**E=const**)

$$-\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = \int_0^l E_l dl \Rightarrow \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = E_l \cdot l \Rightarrow$$



$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} \qquad (8)$$

Единицы измерения

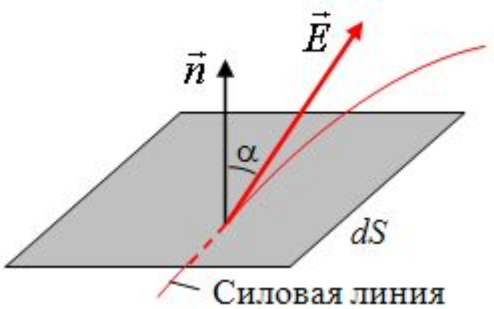
$$[\varphi] = \frac{[A]}{[q]} \Rightarrow \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = 1\text{В}$$

$$[E] = \frac{[F]}{[q]} \Rightarrow \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}; \qquad [E] = \frac{[\varphi]}{[l]} \Rightarrow \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

5 учебный вопрос: Поток вектора напряженности электростатического поля. Теорема Гаусса.

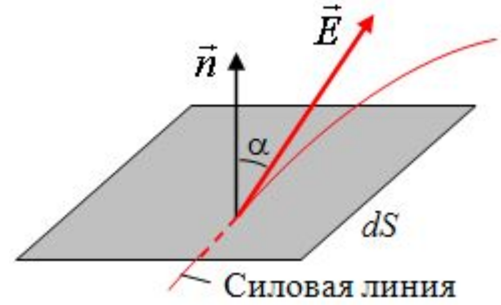
Основной задачей электростатики является задача о нахождении напряженности $\vec{E}$ и потенциала φ электрического поля в каждой точке пространства. Основной способ базируется на теореме Гаусса

Потоком (Φ_E) вектора $\vec{E}$ электрического поля через плоскую поверхность площади dS называется скалярная физическая величина, характеризующая интенсивность поля в данном месте пространства и численно равная количеству силовых линий, пронизывающих данную площадку в направлении нормали к ней.



$$d\Phi_E = E dS \cos\alpha = E_n dS \Rightarrow \qquad (9)$$

$$\Phi_E = \int_S E_n dS \qquad (9a)$$



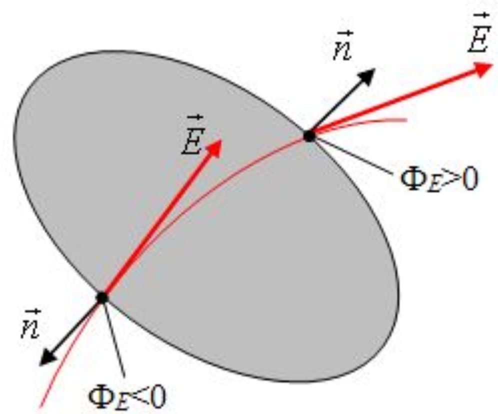
где $E_n = \vec{E}\cdot\vec{n}$, $\quad E_n dS = \vec{E}\cdot d\vec{S}$, $\quad d\vec{S} = \vec{n}\cdot dS$

тогда $\quad d\Phi_E = \vec{E}\cdot d\vec{S}$, $\quad \Phi_E = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} \qquad$ ***(10), (10a)***

<u>Правило знаков:</u>

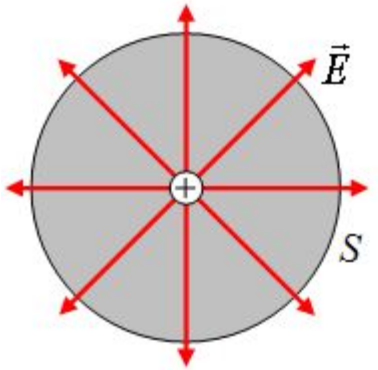
$\Phi_E > 0$, если вектор $\vec{E}$ направлен наружу;

$\Phi_E < 0$, если вектор $\vec{E}$ направлен внутрь.



Поток $Ф_E$, создаваемый единичным положительным зарядом

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S E dS \mathrm{Cos}\alpha = E \cdot S$$



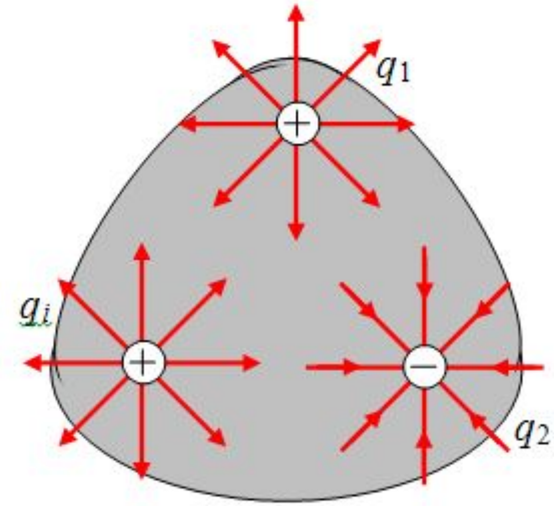
площадь сферы $S = 4\pi r^2$

для точечного заряда $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$\Phi_E = E \cdot S = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (11)$$

Для произвольного распределения зарядов поток вектора $\boldsymbol{\Phi_E}$ определяется

из принципа суперпозиции:



$$\Phi_{Ei} = \oint_S E_{ni} dS = \frac{q_i}{\varepsilon_0}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \Phi_{Ei} = \sum_{i=1}^{n} \oint_S E_{ni} dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$$

$\Phi_E = \sum_{i=1}^{n} \Phi_{Ei}$ – *полный поток через замкнутую поверхность*

$$\sum_{i=1}^{n} \oint_S E_{ni} dS = \oint_S \sum_{i=1}^{n} E_{ni} dS = \oint_S E_n dS$$

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i$$ *- теорема Гаусса* **(12)**

Поток вектора напряженности ЭСП через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на ε_0.

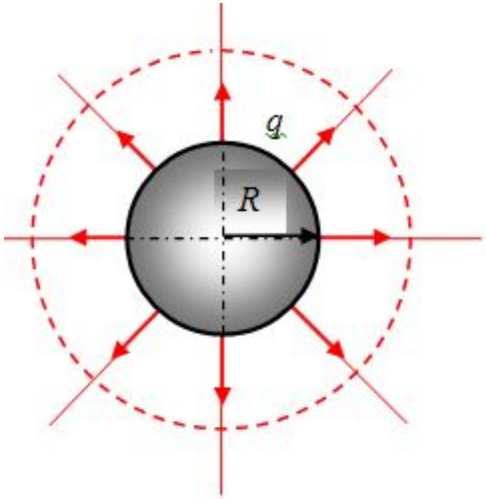
Для непрерывно распределенного заряда с объемной плотностью $\rho = dQ/dV$, Кл/м^3:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV \qquad (13)$$

6 учебный вопрос: Применение теоремы Гаусса к расчету электростатических полей.

Поверхностно заряженная сфера

Внутри сферы (r < R):



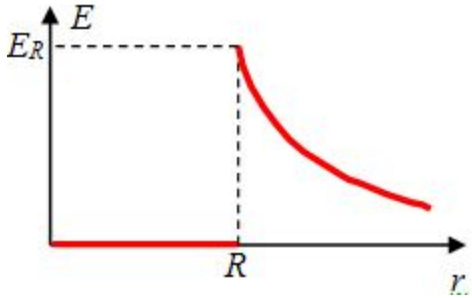
$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S EdS\cos\alpha = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i = 0$$

E=0, поле внутри сферы отсутствует

Вне сферы (r > R):

$$\Phi_E = \oint_S EdS\cos\alpha = E\oint_S dS = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad E_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2} \qquad (14)$$

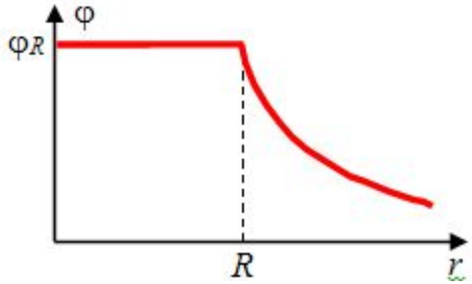


Потенциал

С учетом $E = -d\varphi/dr \qquad d\varphi = -E \cdot dr$

Вне сферы ($r > R$):

$$\int_{\varphi_R}^{\varphi_r} d\varphi = -\int_R^r E dr \qquad \varphi_r - \varphi_R = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_R^r \frac{dr}{r^2}$$

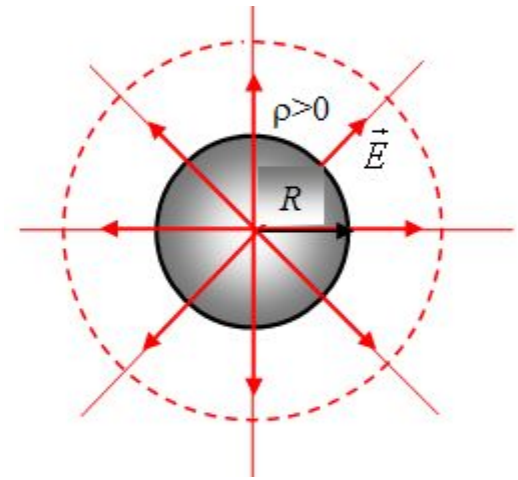


$$\varphi_R - \varphi_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) \qquad \varphi_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \qquad (15)$$

Внутри сферы ($r < R$): $d\varphi/dr = 0 \qquad \varphi = \varphi_R = \text{const}$

Объёмно заряженный шар

Объемная плотность заряда



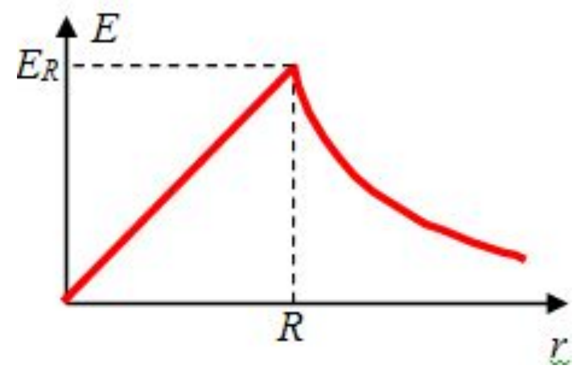
$$\rho = \frac{q}{V}, \qquad V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow \qquad \rho = \frac{q}{4/3\pi R^3}$$

Вне шара (r > R): **(14)**

Внутри шара (r < R):

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV \Rightarrow \qquad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi r^3$$

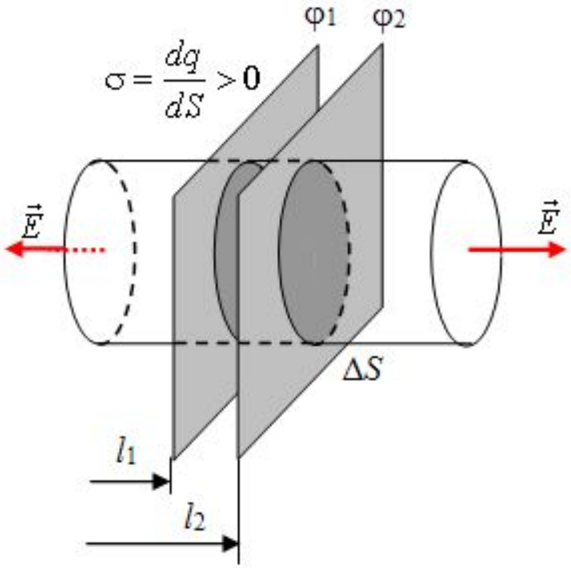
$$E = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon_0} r \Rightarrow \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^3} r$$



$$E_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

Бесконечная однородно заряженная плоскость

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV$$



$$2E \cdot \Delta S = \sigma\Delta S \frac{1}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Найдем разность потенциалов между соседними плоскостями

$$-\mathrm{d}\varphi = E\mathrm{d}l \qquad -\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \mathrm{d}\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_{l_1}^{l_2} \mathrm{d}l \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(l_2 - l_1\right)$$