МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБОГАТИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Вашлаев Антон Иванович
ст. преп. кафедры ОПИ

Литература по дисциплине:

1. Тихонов О. Н. Закономерности эффективного разделения минералов в процессах обогащения полезных ископаемых. М.: Недра, 1984. – 208с.

2. Моделирование обогатительных процессов: Рабочая программа, методические указания, задания для контрольной работы для студентов заочной формы обучения / Сост. **В. И. Брагин**; ГАЦМиЗ. - Красноярск, 1999 - 20с.

3. Моделирование обогатительных процессов: Методические указания к практическим занятиям / Сост. **Ю. М. Емельяшин**; КИЦМ. – Красноярск, 1993. – 32 с.

4. Цыпин Е. Ф., Морозов Ю. П., Козин В.З. Моделирование обогатительных процессов и схем: Учебник. – Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 1996. – 368 с.

5. Справочник по проектированию рудных обогатительных фабрик. / Под ред. **О. Н. Тихонова**. Книга 1. - М. : Недра, 1988. – 374с.

Раздел 1

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОБОГАТИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

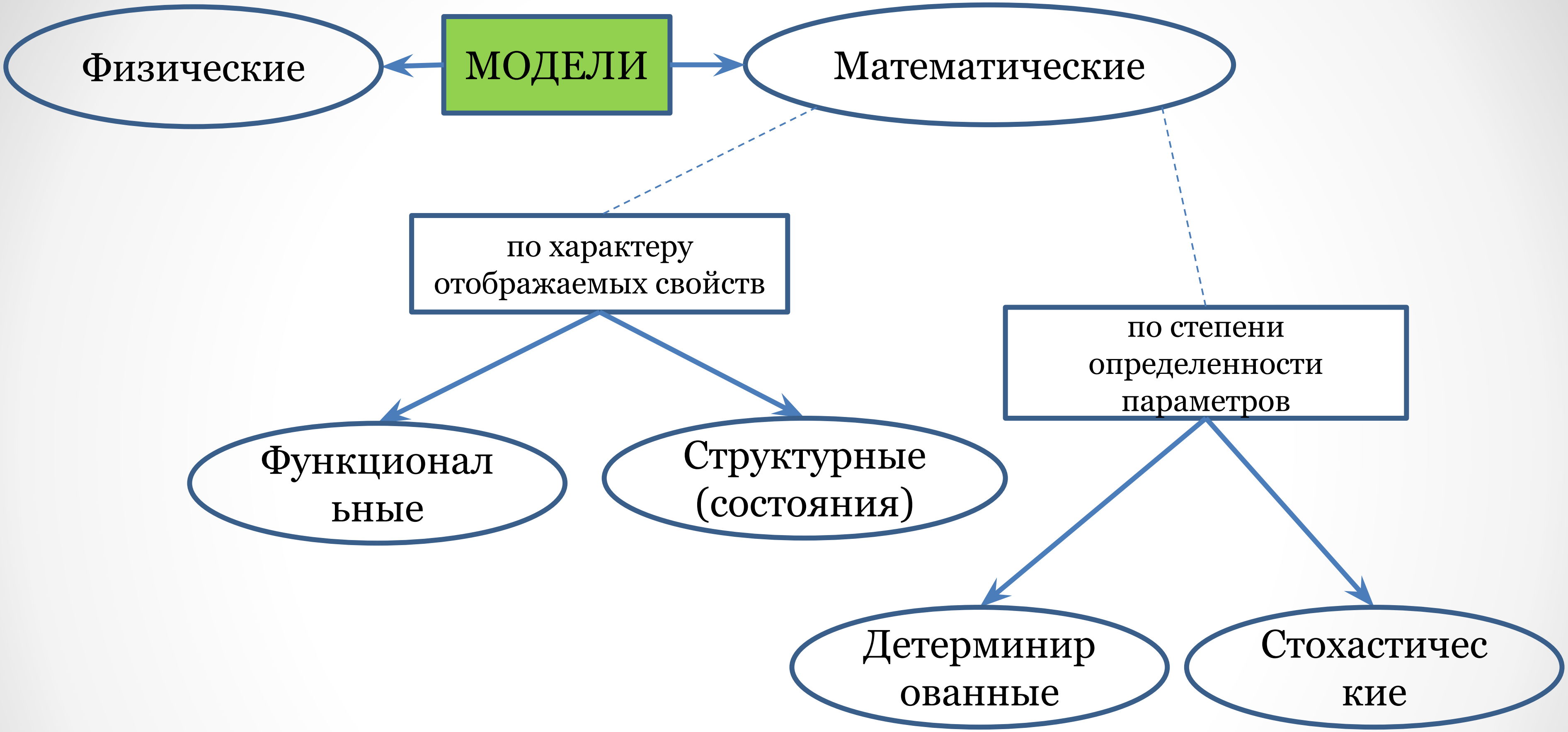
Тема 1

Общие представления о моделировании

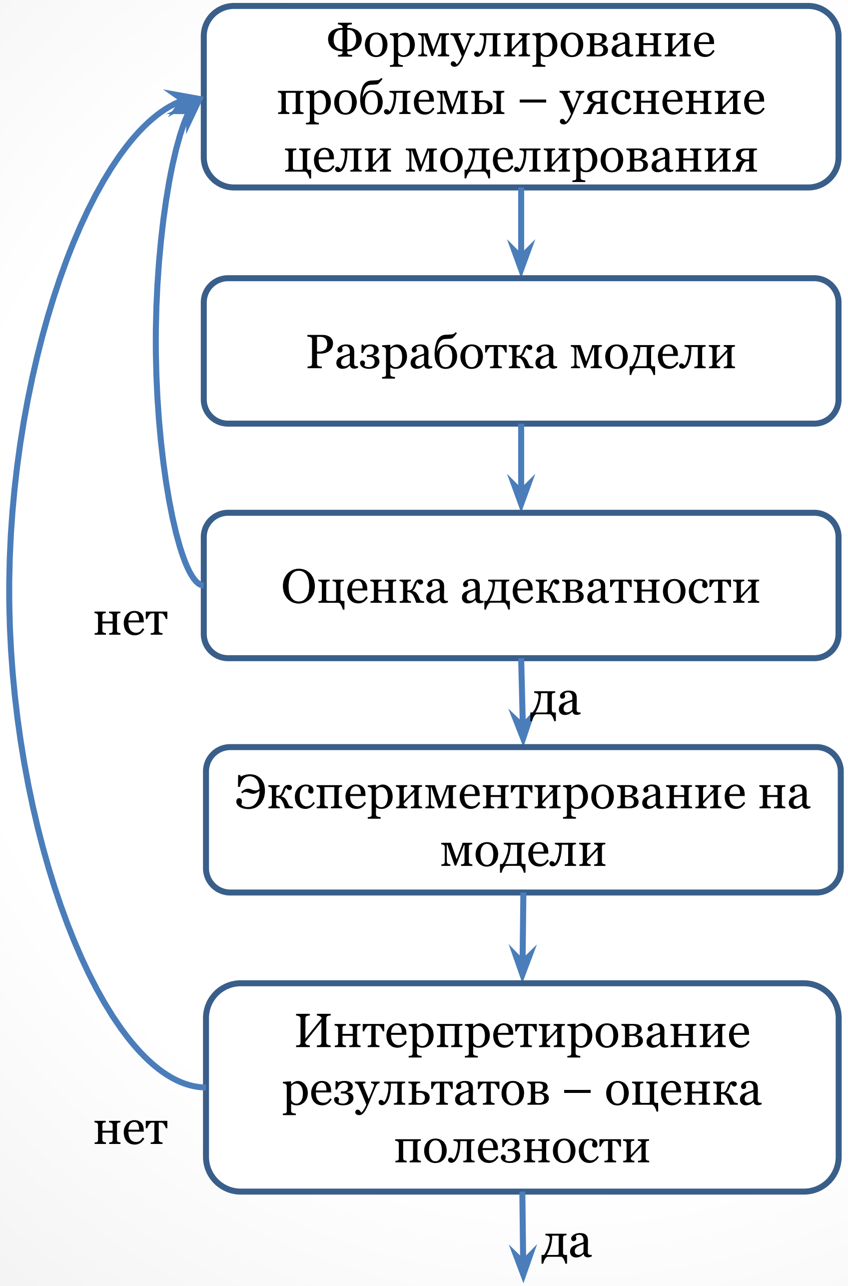
Цели и задачи моделирования

- Моделирование – метод изучения объектов, при котором сам объект заменяется его моделью.
- Модель – аналог объекта, системы или процесса в некоторой форме, отличной от формы их реального существования.
- Цели – углубленное изучения механизма какого-либо явления; прогноз поведения объекта; определения состояния, параметров, режимов системы; оптимизации процесса, аппарата, схемы.

Классификация моделей

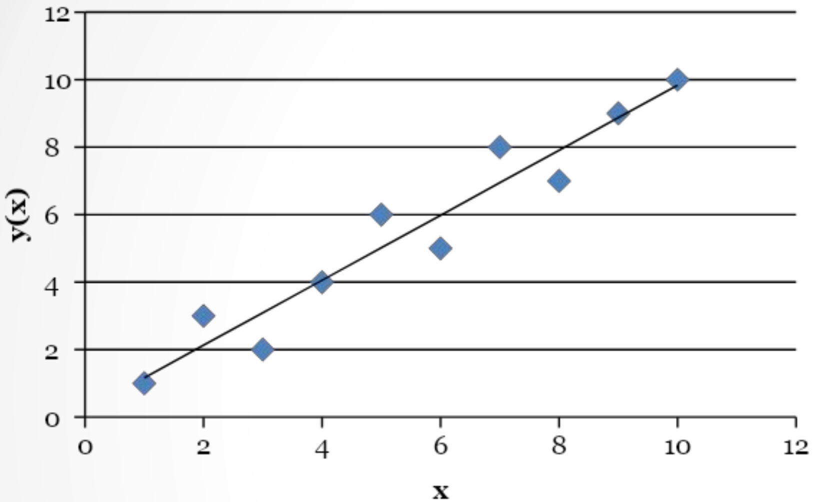


Этапы процесса моделирования



Примеры моделей

Аппроксимация данных эксперимента



Кинетика флотации

- $-\Delta m = pm\Delta t$
- $\Delta m/\Delta t = -pm$
- $dm/dt = -pm$
- $\int \frac{dm}{m} = \int -pdt$
- $\ln m = -pt + c$
- $m = e^{-pt+c}$
- $m(t) = m_0 e^{-pt}$

Раздел 1

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОБОГАТИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Тема 2

Структура теории моделирования обогатительных процессов

Некоторые отличия от общепринятой теории

Рудоподготовка – процессы ***подготовки*** минеральной смеси к сепарации.

Сепарация – процессы ***разделения*** минеральной смеси на продукты.

Рудоподготовка	Сепарация
• Дробление • Измельчение • Реагентная обработка • Обжиг	• ***Грохочение*** • ***Классификация*** • Гравитация • Флотация • Магнитное обогащение • Радиометрия • Электрическая сепарация

Характеристики минеральных частиц: ***признак разделения***

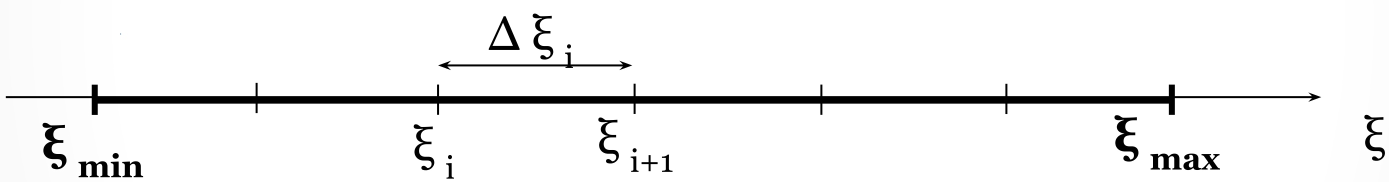
Признаком разделения **ξ** называют свойство минеральных частиц, по которому производится сепарация (*разделение*) в данном процессе.

Процесс	Свойство
Грохочение	***l*** – *крупность, мм*
Классификация	***l*** – *крупность, мм*
Гравитация	***ρ*** – *плотность, г/см³*
Флотация	***k*** – *флотируемость, м/с*
Магнитное обогащение	***χ***– *магнитная воспр-ть, см³/г*
Радиометрия	***φ*** – *светимость*
Электрическая сепарация	***q*** – *удел. эл. заряд, Кл/см³*

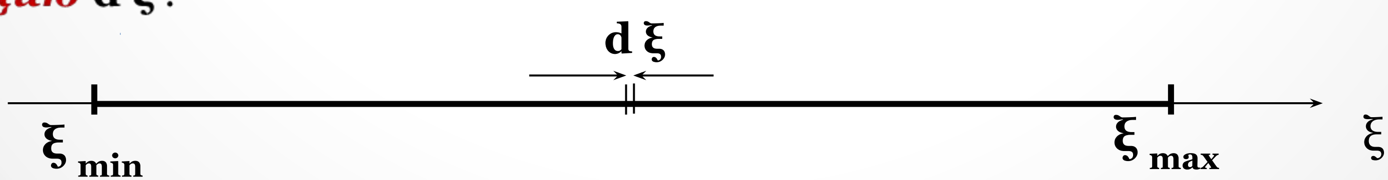
Характеристики минеральных частиц: ***диапазон, узкая фракция, элементарная фракция***

Минеральные частицы в смеси имеют значения признака разделения, находящиеся в интервале от минимального $\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{min}}$ до максимального $\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{max}}$. Другими словами, физическое свойство $\boldsymbol{\xi}$ изменяется в ***диапазоне*** $\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{min}} < \boldsymbol{\xi} < \boldsymbol{\xi}_{\mathbf{max}}$.

Этот интервал (диапазон) можно разбить на ***узкие фракции*** $\boldsymbol{\Delta \xi_i}$, в которых значения признака разделения частиц различаются незначительно и находится в пределах от $\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{i}}$ до $\boldsymbol{\xi}_{\mathbf{i+1}}$.



При увеличении числа фракций ширина каждой из них уменьшается и стремится к нулю $\boldsymbol{\Delta \xi_i} \rightarrow 0$, что дает в пределе точку, или по-дугому, ***элементарную фракцию*** $\mathbf{d}\boldsymbol{\xi}$.

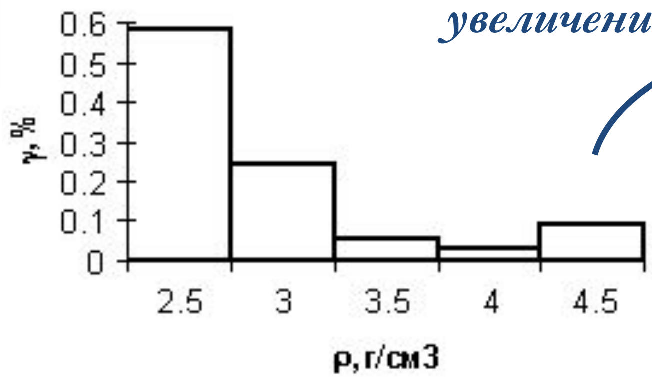


Характеристики минеральных частиц: ***функция распределения***

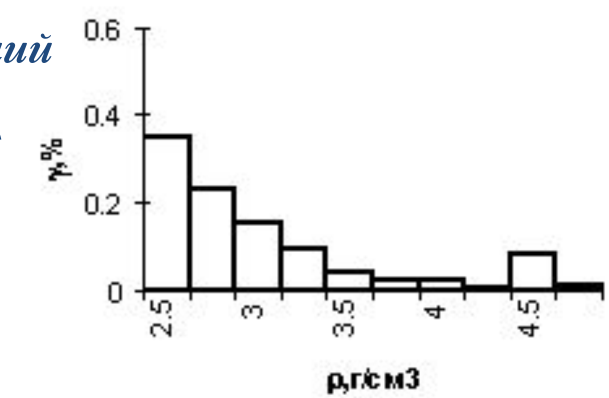
Выход i-ой фракции $[\xi_i, \xi_{i+1}]$ – отношение массы $\mathbf{P_i}$ частиц, входящих в эту фракцию, к суммарной массе всех частиц $\sum \mathbf{P_i}$ в диапазоне $[\xi_{min}, \xi_{max}]$.

Обозначение: $\bar{\gamma}_i = P_i / \sum P_i$

Проблема:

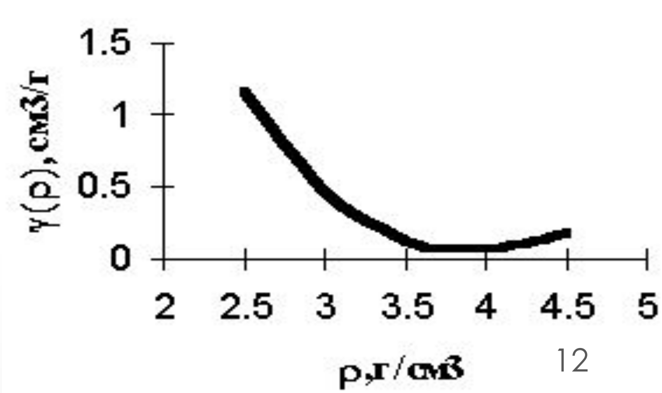


увеличение числа фракций

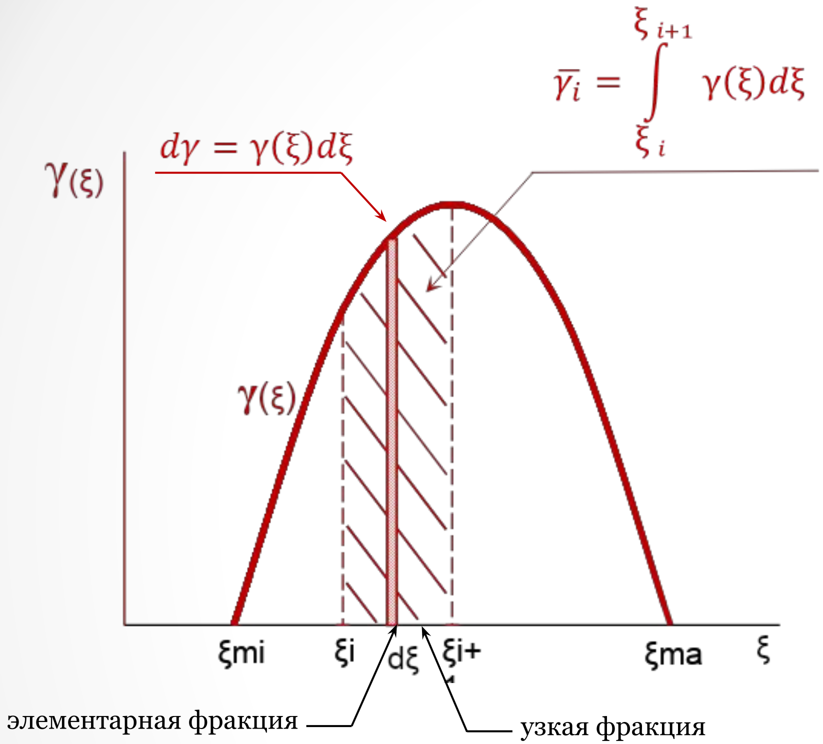


Решение: $\boxed{\bar{\gamma}_i = \gamma(\xi_i)\, \Delta \xi_i}$ - разбиваем выход i-ой фракции на два сомножителя

Функция $\gamma(\xi_i)$, определенная этой формулой, называется ***функцией распределения*** и служит основной характеристикой состава минеральных частиц при моделировании

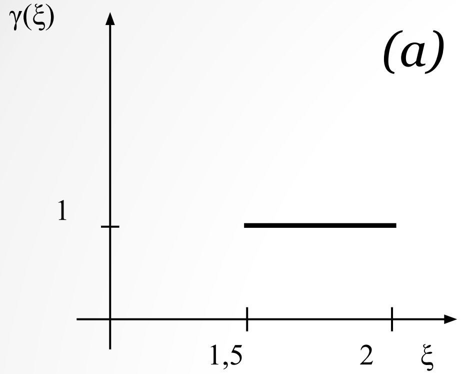


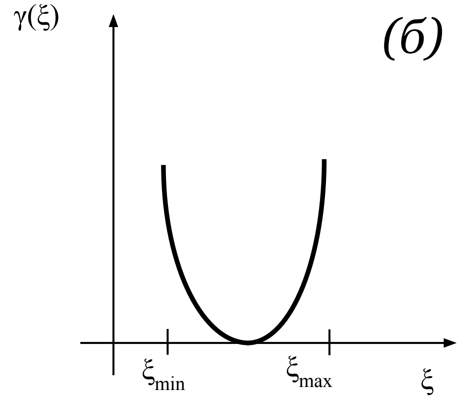
Функция распределения vs *выход фракции*

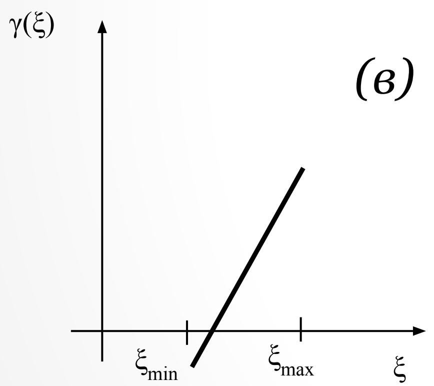


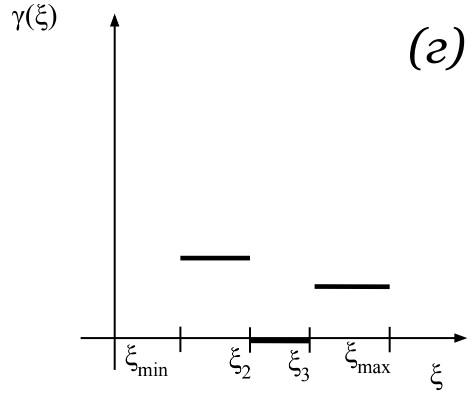
$$\int_{\xi_{min}}^{\xi_{max}} \gamma(\xi) d\xi = 1$$ - нормирующее свойство функции распределения

Найти функцию распределения





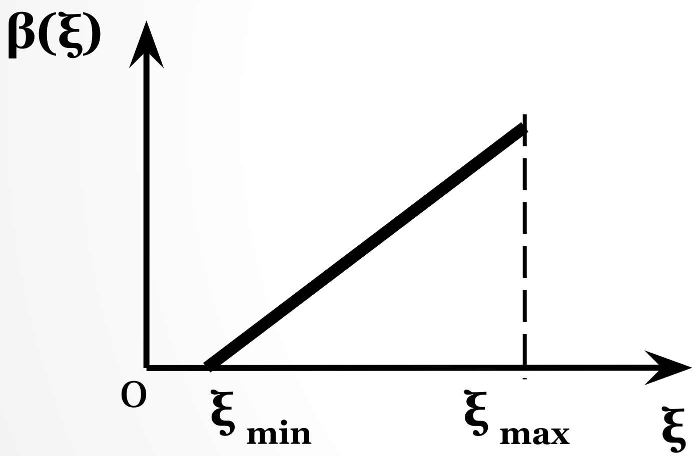




Характеристики минеральных частиц: ***функция содержания***

Функция содержания **β(ξ)** – функция, показывающая содержание ценного компонента в элементарных фракциях.

Ее определяет не фракционный состав смеси, а *<u>зависимость между содержанием ценного минерала в зерне и величиной признака разделения.</u>* Например:



$$\bar{\beta}_i = \frac{1}{\bar{\gamma}_i} \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \beta(\xi)\gamma(\xi)d\xi$$

$$\alpha = \int_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} \beta(\xi)\gamma(\xi)d\xi$$

Примечательно, что функция содержания никогда не меняется при сепарации, и почти не меняется при рудоподготовке.

Расчет фракционного состава угля

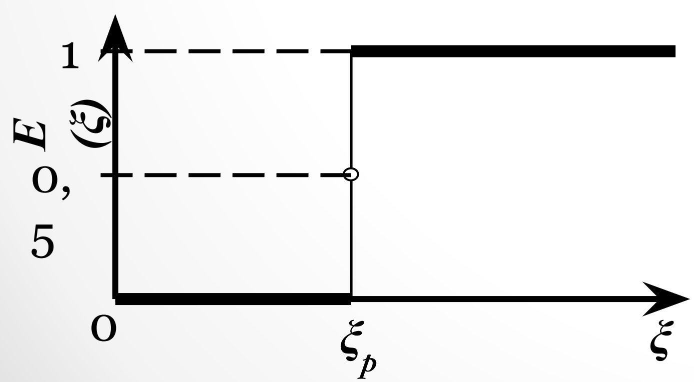
Границы фракции $\rho_{i,}$ т/м^3	Масса фракции P_i, кг		Содержание золы	Функция распр-ния, $\gamma(\rho_i)$
1.1-1.4	0.8	0,4	10	1,33
1.4-1.7	0.4	0,2	30	0,67
1,7-2	0.3	0,15	50	0,5
2-2,3	0.3	0,15	70	0,5
2.3-2.6	0.2	0,1	90	0,33

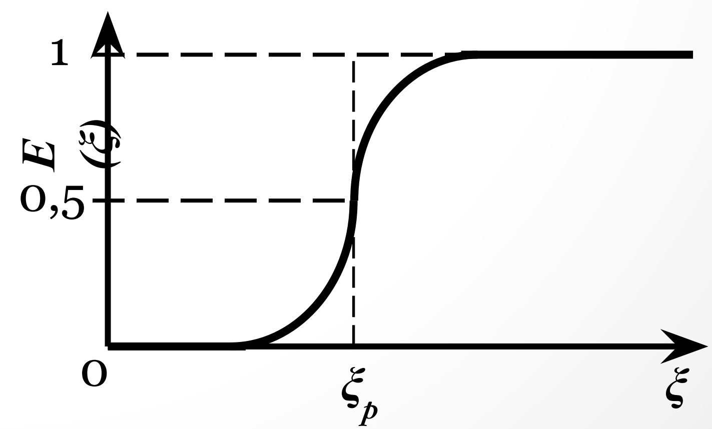
Характеристики обогатительных аппаратов: *сепарационная характеристика*

Сепарационная характеристика **$\varepsilon_к(\xi)$** – функция, показывающая зависимость извлечения ***материала*** элементарной фракции в концентрат.

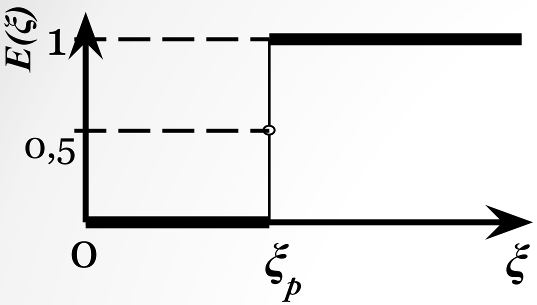
Идеальный сепаратор – это сепаратор, который осуществляет разделение следующим образом:

- все зерна с признаком разделения меньшим, чем граница разделения, отправляются в хвосты
- все зерна с признаком разделения большим, чем граница разделения, отправляются в концентрат
- зерна с признаком разделения равным границе разделения, поровну распределяются между хвостами и концентратом





Прогнозный расчет технологических показателей при идеальной сепарации



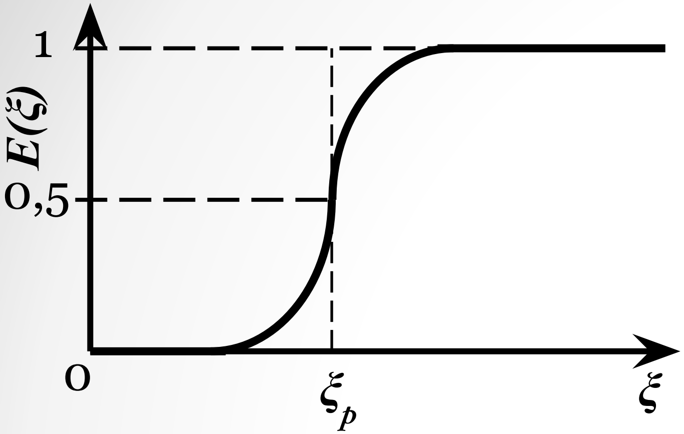
$$E(\xi)=\begin{cases}0,\ если\ \xi<\xi_p\\ 1,\ если\ \xi>\xi_p\end{cases}$$

$$\bar{\gamma}_k=\int_{\xi_p}^{\xi_{\max}}\gamma(\xi)\,d\xi$$

$$\bar{\beta}_k=\frac{1}{\bar{\gamma}_k}\int_{\xi_p}^{\xi_{\max}}\gamma(\xi)\,\beta(\xi)\,d\xi$$

$$\bar{\varepsilon}_k=\frac{\bar{\beta}_k\bar{\gamma}_k}{\alpha}$$

Прогнозный расчет технологических показателей при реальной сепарации



$$\overline{\gamma}_k = \int_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} \gamma(\xi) E(\xi) d\xi$$

$$\overline{\beta}_k = \frac{1}{\overline{\gamma}_k} \int_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} \gamma(\xi) \beta(\xi) E(\xi) d\xi$$

$$\overline{\varepsilon}_k = \frac{\overline{\beta}_k \overline{\gamma}_k}{\alpha}$$

Экспериментальное снятие сепарационной характеристики

Как по известным фракционному составу, функции содержания и сепарационной характеристике можно рассчитать технологические показатели сепарации, так реальна и обратная задача определения сепарационной характеристики

$$E(\xi) = \frac{Q_k(\xi)}{Q_{исх}(\xi)} = \frac{Q_{исх}\bar{\gamma}_k \gamma_k(\xi)d\xi}{Q_{исх}\gamma(\xi)d\xi}$$

$$E(\xi) = \bar{\gamma}_k \frac{\gamma_k(\xi)}{\gamma(\xi)}$$

Таким образом, для снятия сепарационной характеристики с использованием этой формулы, необходимо провести сепарацию материала известного фракционного состава и определить выход и фракционный состав концентрата

Расчет технологических показателей

Границы фракции ρ_i, т/м^3	Масса фракции в исходном P_i, кг	Выход фракции в исходном	Содержание золы,%	Сепарационная характеристика	Выход фракции в концентрате
1.2-1.4	0.2	0.2	0	0.97	0.368
1.4-1.6	0.4	0.4	15	0.6	0.456
1.6-1.8	0.2	0.2	45	0.4	0.152
1.8-2.2	0.1	0.1	65	0.1	0.018
2,2-3	0.1	0.1	90	0.03	0.006

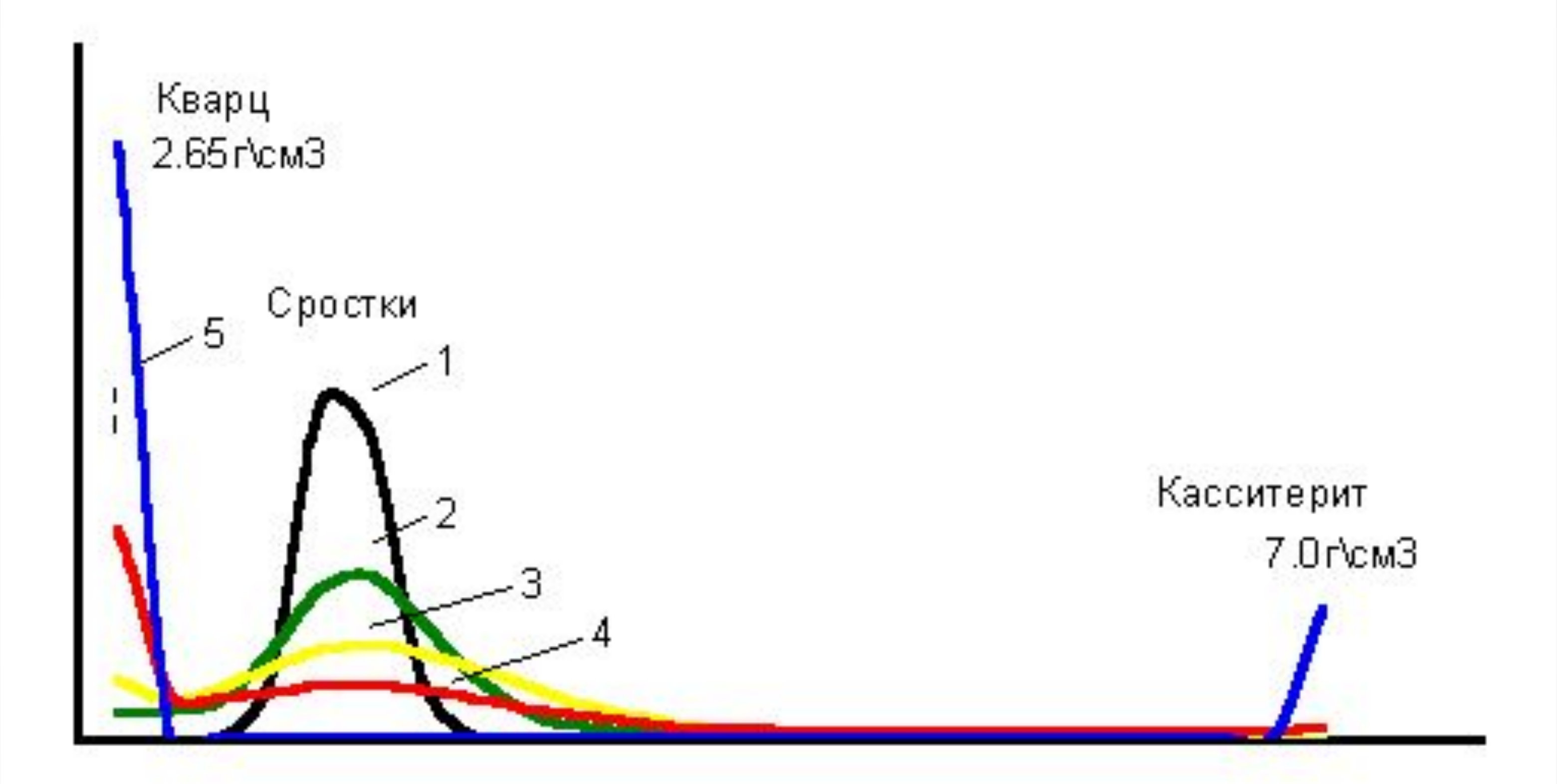
Раздел 1

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОБОГАТИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Тема 3

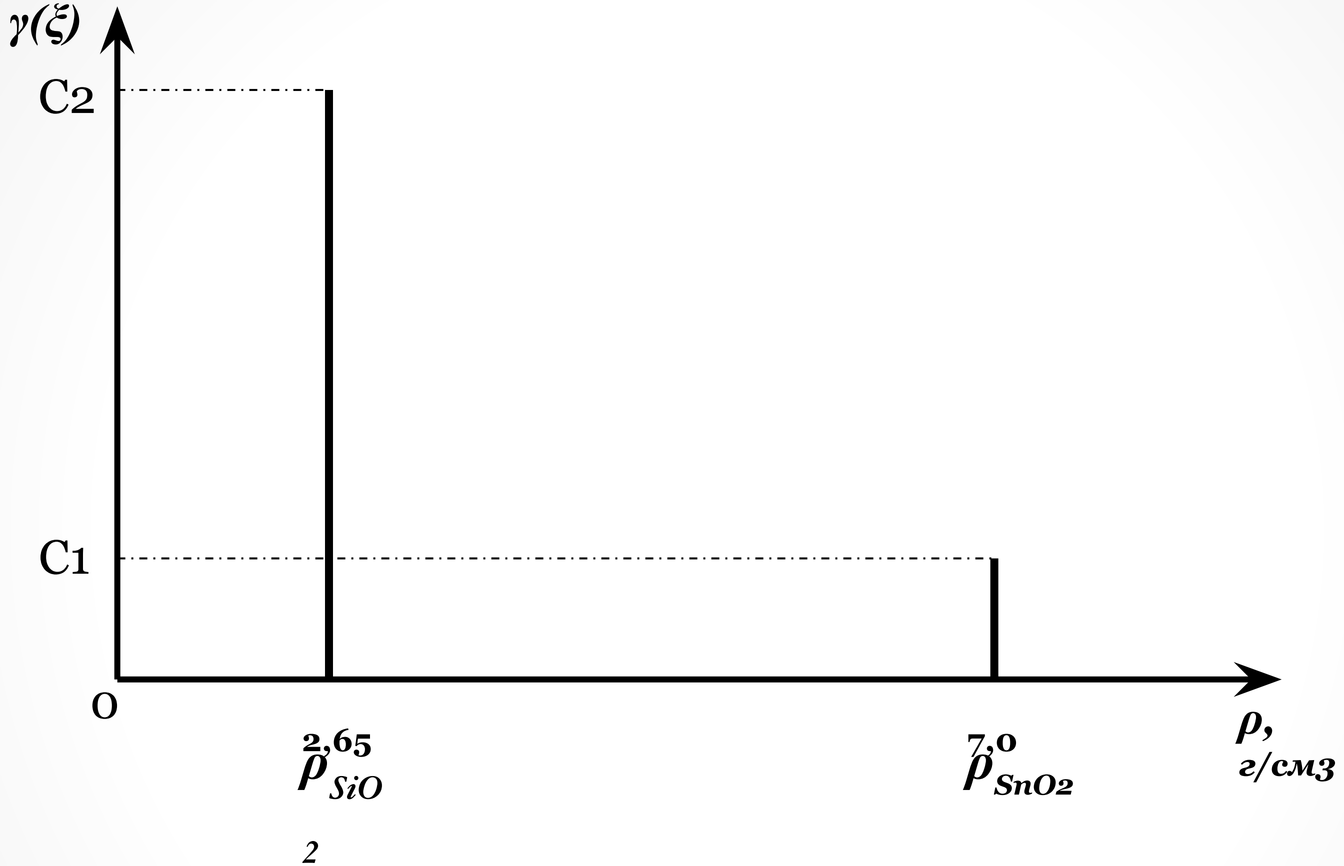
Деформации функций распределения и содержания при рудоподготовке (дроблении, измельчении)

Деформация функции распределения при рудоподготовке (дроблении, измельчении)



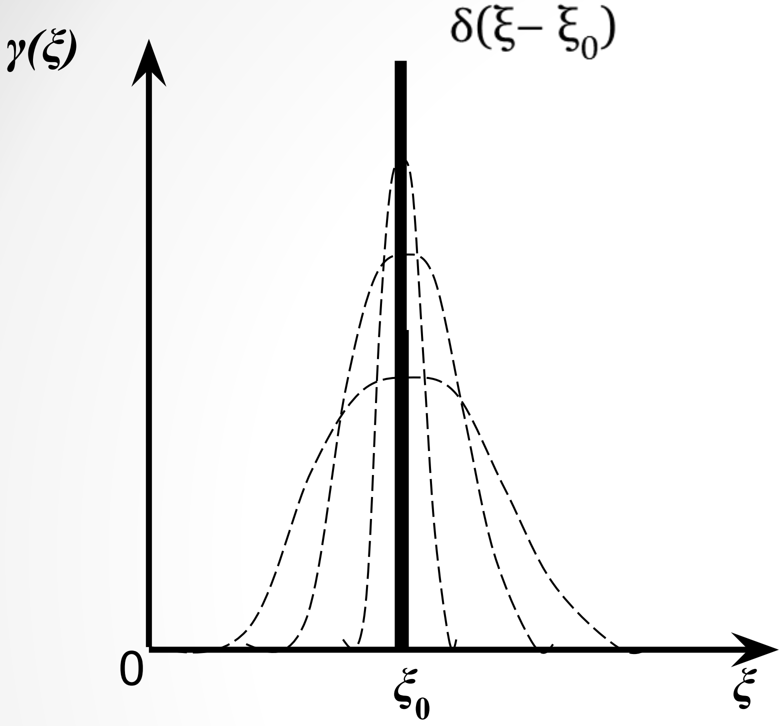
1 - исходное состояние (дробленая руда), при котором содержание касситерита практически одинаково во всех зернах и, следовательно, плотность каждого зерна равна средней плотности руды
2,…,4 – рост разброса содержания тяжелого минерала в зернах
5 –при крупности измельчения, близкой к размеру вкрапленности, наблюдается преобладание мономинеральных зерен

Деформация функции распределения при рудоподготовке (дроблении, измельчении) – **предельный случай**



В пределе, при очень тонком измельчении, сростки раскрываются полностью, материал состоит из мономинеральных зерен кварца и касситерита

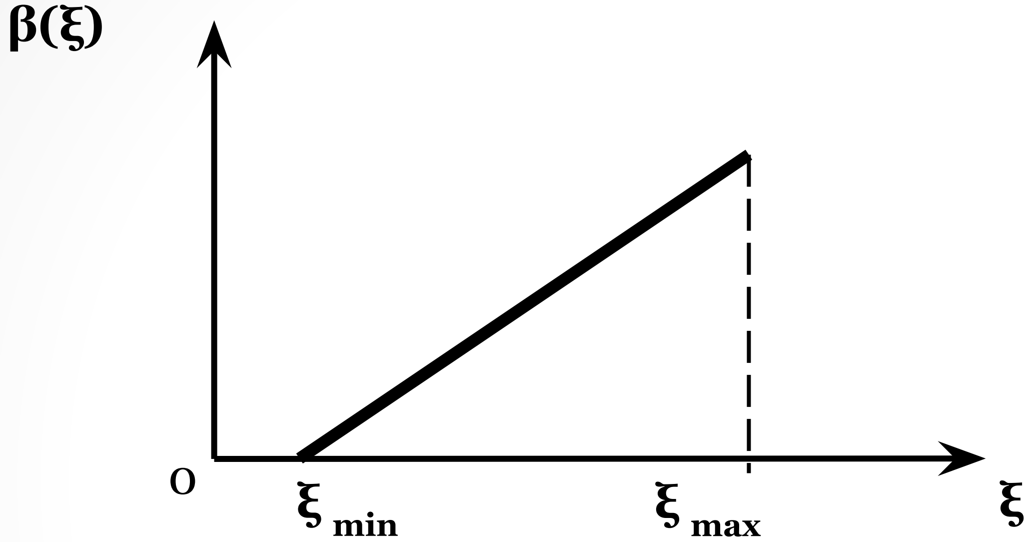
Дельта-функция Дирака



$$\delta\left(\xi-\xi_0\right)=\begin{cases}0, если \xi \neq \xi_0\\ \infty, если \xi=\xi_0\end{cases}$$

$$\int \delta(\xi-\xi_0)=1$$

Деформация функции содержания при рудоподготовке (дроблении, измельчении)



Функция содержания **β(ξ)** в отличие от функции распределения **γ(ξ)** ***не трансформируется*** при ***сепарации*** и ***рудоподготовке*** (дроблении, измельчении).

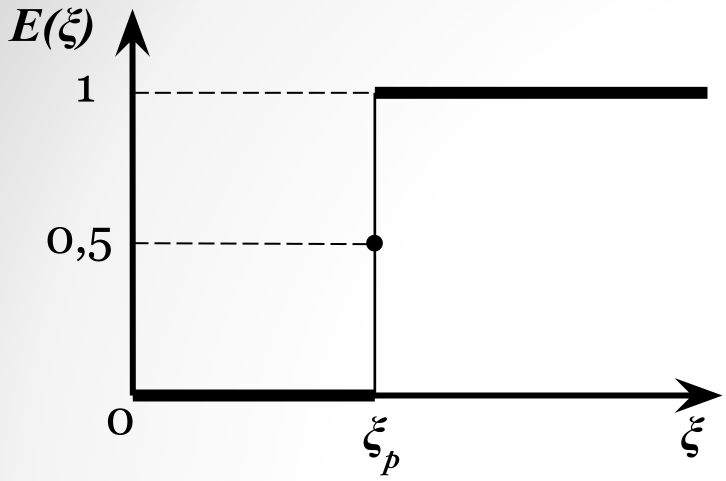
Раздел 1

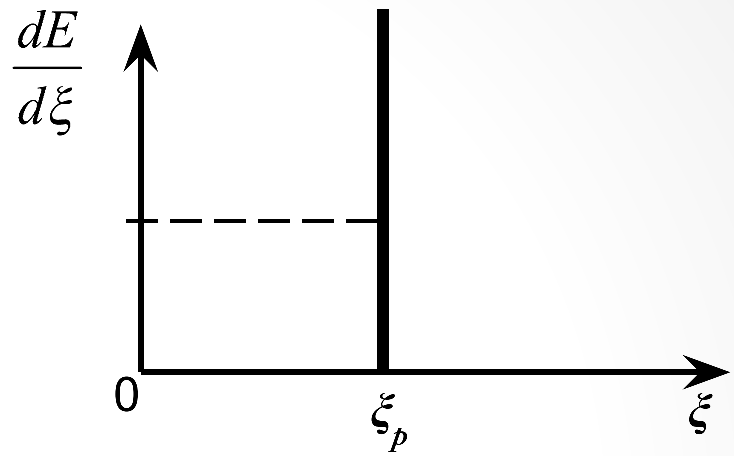
ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОБОГАТИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Тема 3

Модели сепарационных характеристик

Идеальная характеристика

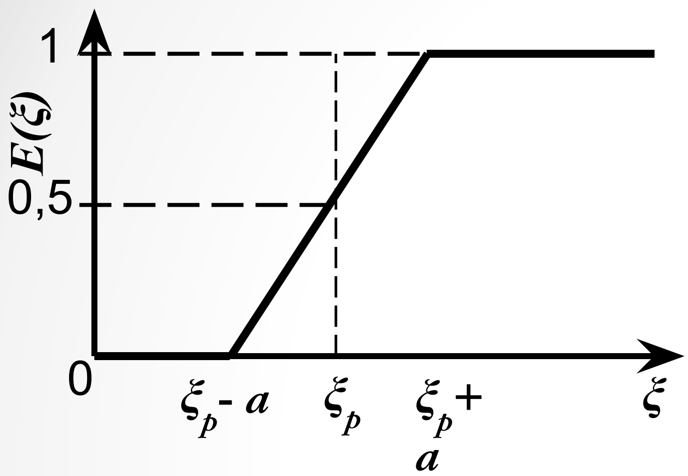


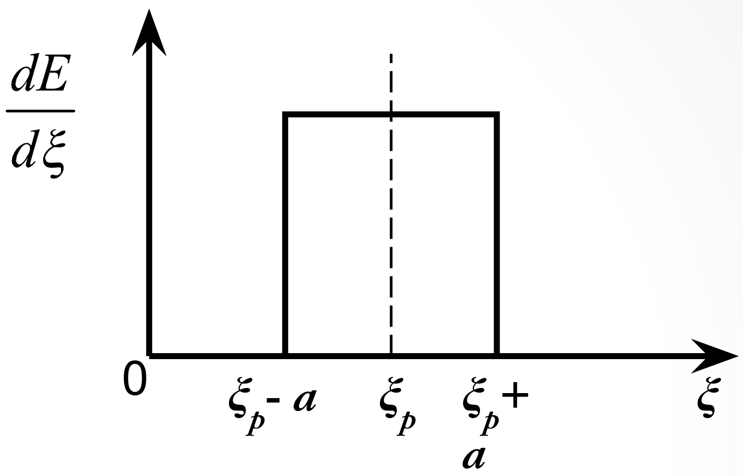


$$\left.\frac{dE}{d\xi}\right|_{\xi=\xi_p}$$ – крутизна сепарационной характеристики

$$\frac{dE}{d\xi} = \delta(\xi - \xi_{\text{p}})$$

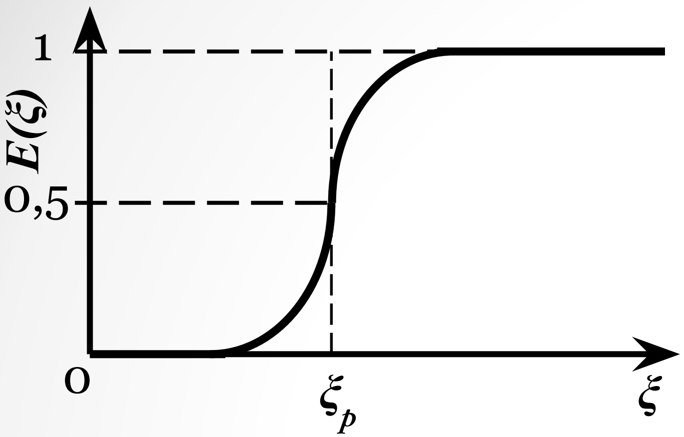
Реальная характеристика. Линейное приближение

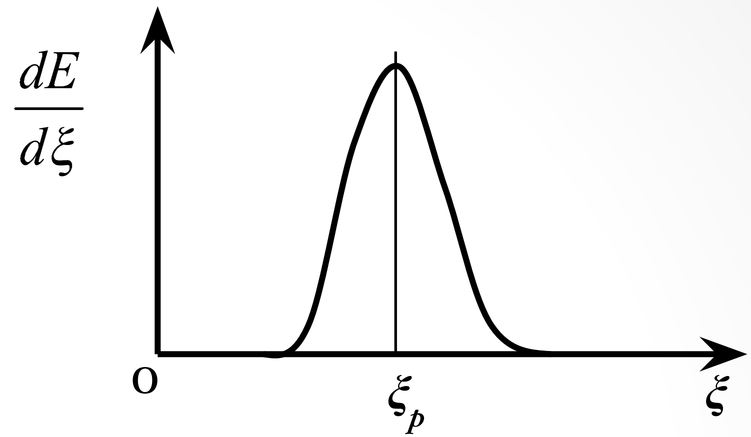




$$\frac{dE}{d\xi} = \begin{cases} \dfrac{1}{2a}, \textit{если } \xi_{\text{р}} - a < \xi < \xi_{\text{р}} + a \\ 0, \textit{если } \xi_{\text{р}} - a > \xi > \xi_{\text{р}} + a \end{cases}$$

Реальная характеристика. Нормальное приближение



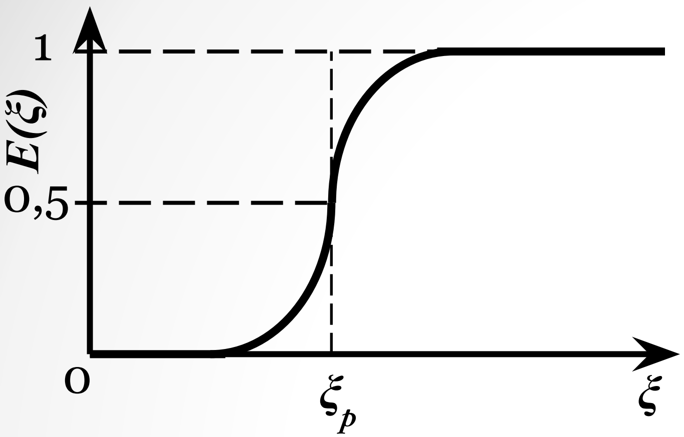


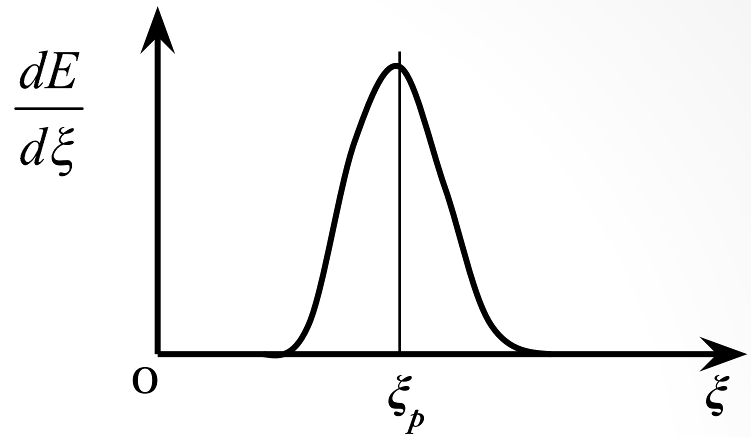
$$E = \Phi\left(\frac{\xi - \xi_p}{\sigma}\right)$$

$$\frac{dE}{d\xi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\left(\xi - \xi_p\right)^2}{2\sigma^2}}$$

Реальная характеристика. Логистическое приближение

$$th(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$$

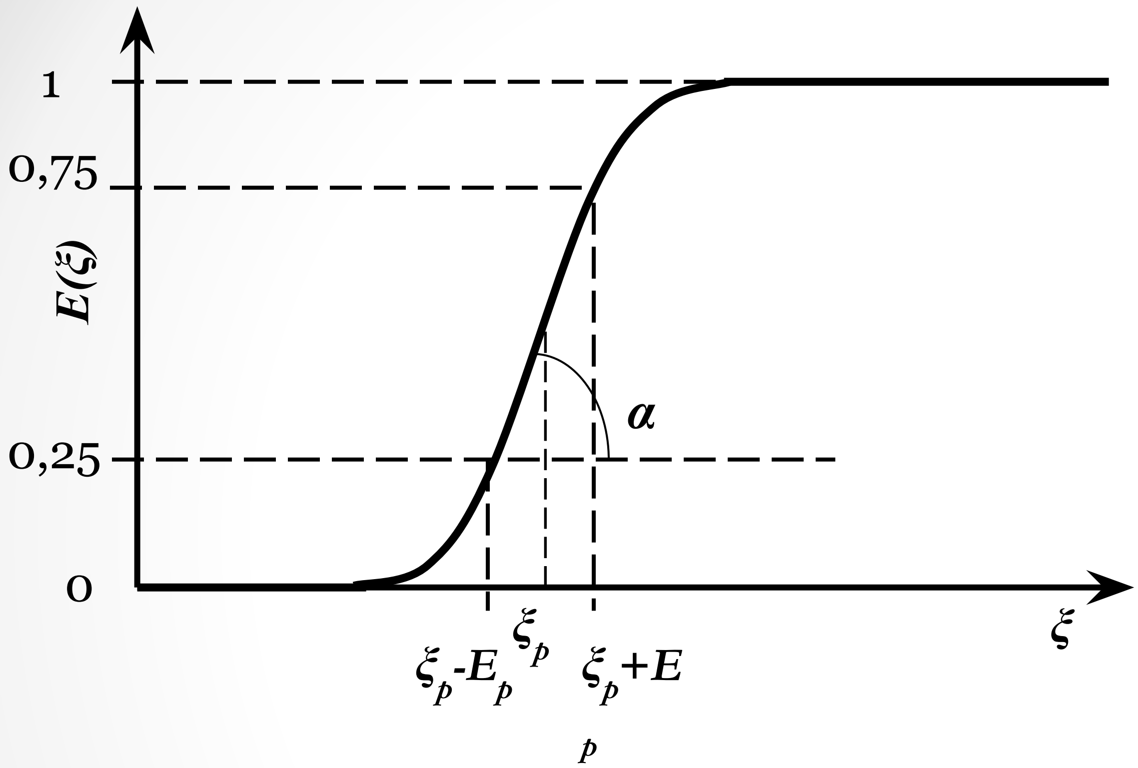




$$\frac{dE}{d\xi}=\frac{\pi}{\sqrt{3}\sigma}\cdot\frac{e^{-\frac{\pi}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\xi-\xi_p}{\sigma}}}{\left[1+e^{-\frac{\pi}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\xi-\xi_p}{\sigma}}\right]^2}$$

$$E=\int_0^{\xi}\frac{dE}{d\xi}d\xi=\frac{1}{1+e^{-\frac{\pi}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\xi-\xi_p}{\sigma}}}=\frac{1}{2}\left[1+th\left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{\xi-\xi_p}{\sigma}\right)\right]$$

Срedневероятное отклонение



$$E' = \frac{0.75 - 0.25}{2E_p} = \frac{1}{4E_p}$$

E_p - средневероятное отклонение

Раздел 2

МОДЕЛИ СЕПАРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Тема 4

Силы, действующие в рабочей зоне сепаратора

Основные понятия

Рабочая зона аппарата – область, в которой минеральная смесь подвергается воздействию сепарирующих сил, приводящему к пространственному разделению их на область концентрата и область хвостов.

В точке *(x, y, z)* в момент времени *t* минеральная смесь имеет фракционный состав γ (ξ, x, y, z, t).

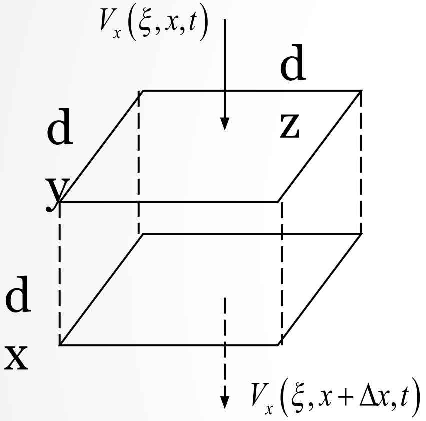
γ (ξ, x, y, z, t) – функция фракционного состава минерального материала в смеси.

V **(ξ, x, y, z, t)** – скорость движения минеральных частиц в локальной точке зоны (x, y, z, t).

Базисные уравнения массопереноса

1. **Закон сохранения фракций в локальной точке зоны**

(Смысл: накопление материала в момент времени **t** в произвольном объеме равно входящему через границу этого объема материалу минус выходящему через границу материалу.)



$$\frac{\partial\gamma}{\partial t} = -div\left(\gamma\vec{\mathbf{V}}\right)$$

2. Уравнение баланса сил.

(Смысл: сумма сил, действующих на минеральные частицы в зоне аппарата равна нулю.)

$$\sum F_i = 0$$

Классификация сил, действующих на минеральные частицы

I . По традиционности выделения:

1. традиционные (детерминированные)
2. среднестатистические (стохастические) – возникают при стесненном движении частиц в аппаратах.

   m(x,y,z,t) – концентрация минеральной смеси.

II. С точки зрения целей сепарации:

1. помогающие сепарации:

а) активные - гравитационная, вязкого трения, динамического сопротивления, магнитная, электростатическая и т.д.

б) реактивные -архимедова, типа архимедовой (стохастическая архимедова)

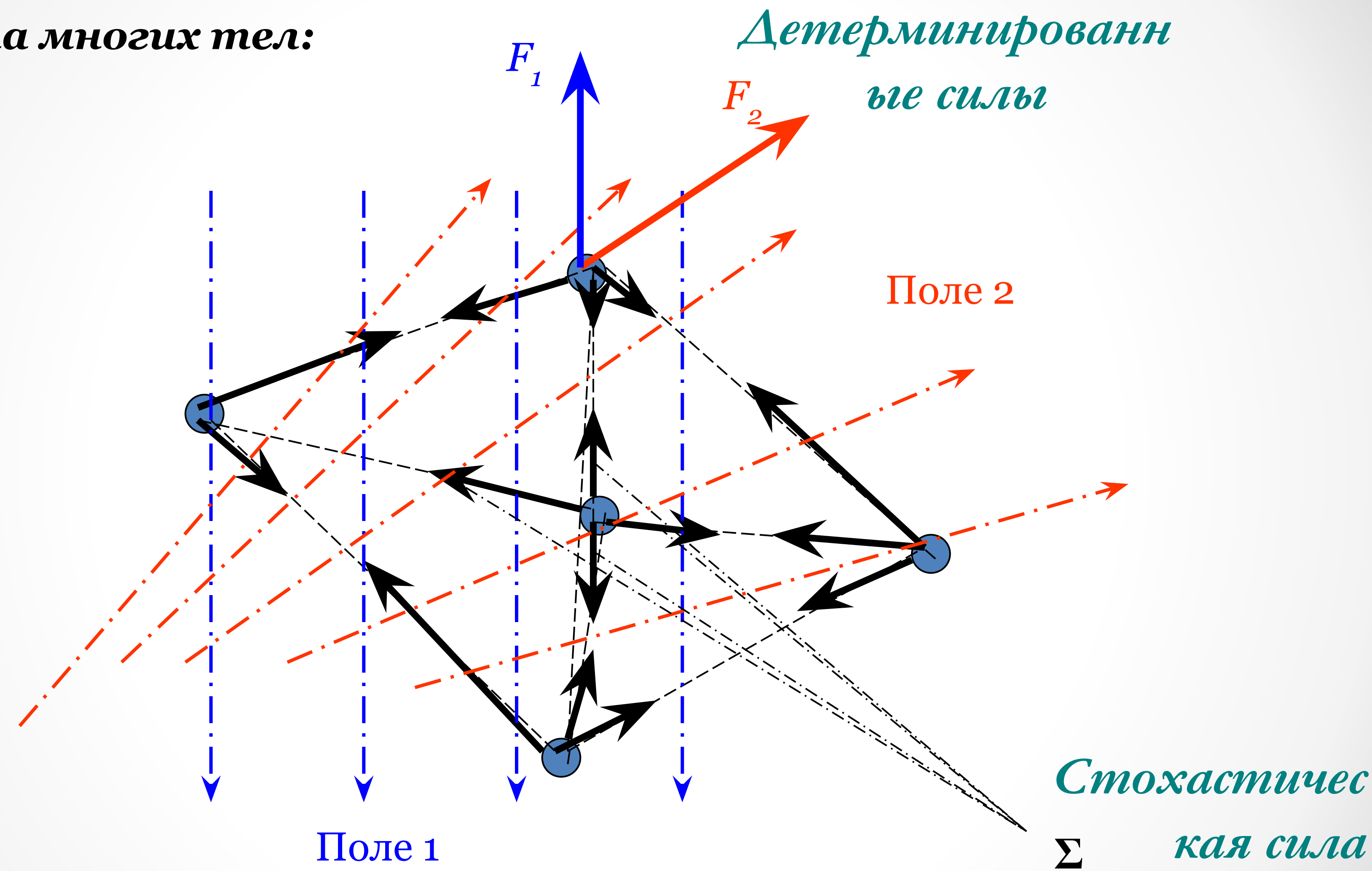
2. вредящие сепарации (антисепарационные):

а) градиентная (диффузионная)

б) силы сопротивления движению минеральных частиц.

Детерминированные и стохастические силы

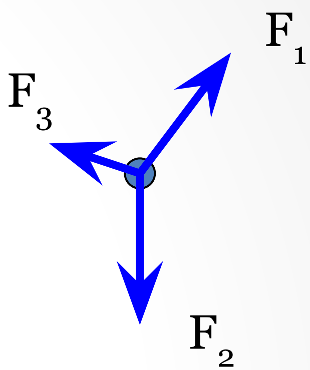
Задача многих тел:



Детерминированные силы

Детерминированная сила – взаимодействие частицы и поля

$\vec{F}_{г} = \rho \vec{g}$	**гравитационная**
$\vec{F}_{инер} = -\rho \vec{a}$	**инерции**
$\vec{F}_{арх} = -\rho \vec{g}$	**архимедова**
$\vec{F}_{c} = -\frac{\alpha_c}{l^2}\left(\vec{V} - \vec{V}_c\right)$	**сопротивления среды (Стокса)**
$\vec{F}_{маг} = \chi \mu_0 H \, \overrightarrow{grad} H$	**магнитная**
$\vec{F}_{кул} = q\vec{E}$	**электрическая**



$$\sum F_i = 0$$

Динамическое уравнение модели

Детерминированная сила лишена случайной составляющей и может быть определена для отдельной частицы

Стохастические силы

Стохастическая сила – это усредненное взаимодействие частицы и коллектива частиц

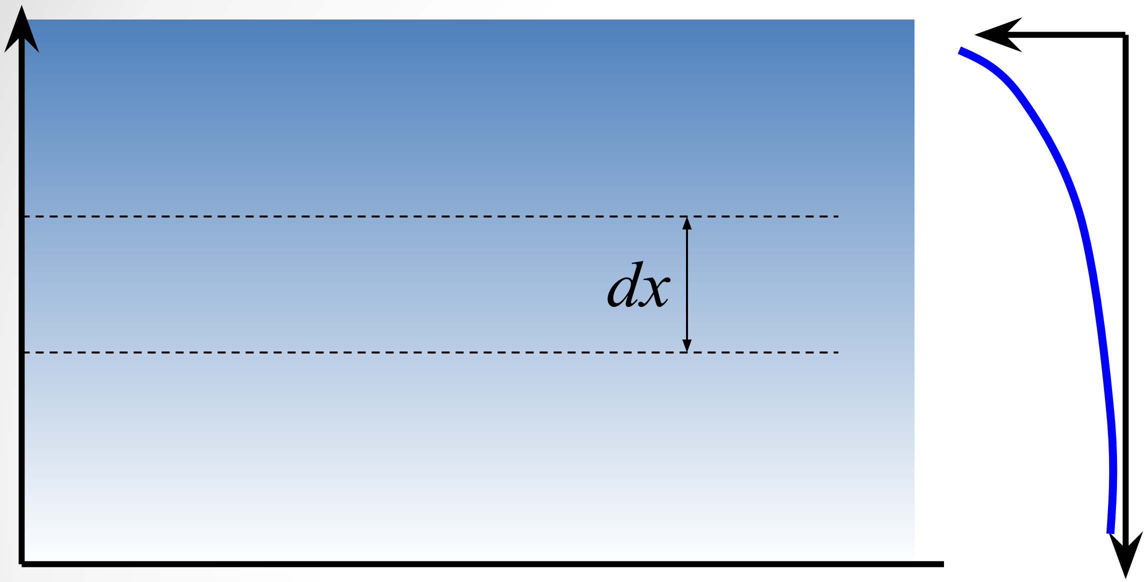
Процесс	***Сила***
Диссипация энергии	*Стохастическая сила сопротивления*
Увеличение энтропии	*Диффузионная (градиентная)*
Минимизация энергии системы	*Конкурентная (стохастическая Архимедова сила)*

Стохастическая сила сопротивления

$$F = \frac{d(mv)}{dt}$$

$$\vec{F}_{cc} = -\alpha\left(\vec{V} - \vec{V}_c\right)$$

Диффузионная (градиентная) сила



$$F = -k\frac{\overrightarrow{grad\gamma}}{\gamma}$$

Стохастическая сила Архимеда

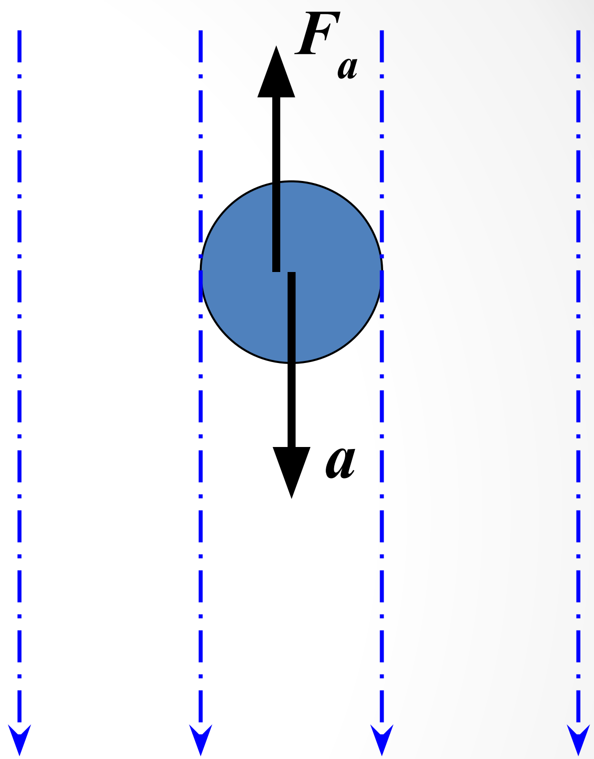
Однородная среда

$$F_a = -a\rho_c$$ ***Общий случай***

$$F_a = -g\rho_c$$ ***Гравитационное поле***

$$F_a = -\frac{v^2}{R}\rho_c$$ ***Центробежное поле***

$$F_a = -\chi_c H\,\overrightarrow{grad\,H}$$ ***Магнитное поле***



$$F_a = -a\int\limits_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \rho\gamma(\rho)\,d\rho$$

ρ_c

Гравитационное или центробежное поле

$$F_a = -\overrightarrow{H\,grad\,H}\cdot\int\limits_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} \chi\gamma(\chi)\,d\chi$$

χ_c

Магнитное поле

Динамическое уравнение массопереноса

$$\sum F_i = 0$$

Выталкивающая сила Архимеда

Градиентная сила

$$g\rho - g\rho_c - g\int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \rho\gamma(\rho)\,d\rho - \frac{k}{\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial x} - \alpha_c\left(V - V_c\right) = 0$$

Сила тяжести

Стохастическая выталкивающая сила

Сила сопротивления

$$\gamma(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \qquad \sigma = \sqrt{2t\frac{\kappa}{\alpha}}$$ - решение уравнения сепарации