

# ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Что мы о ней знаем?



**Фарух Наталья Евгеньевна**  
Учитель математики МОУ СОШ №7 с  
УИОП г. Железнодорожный

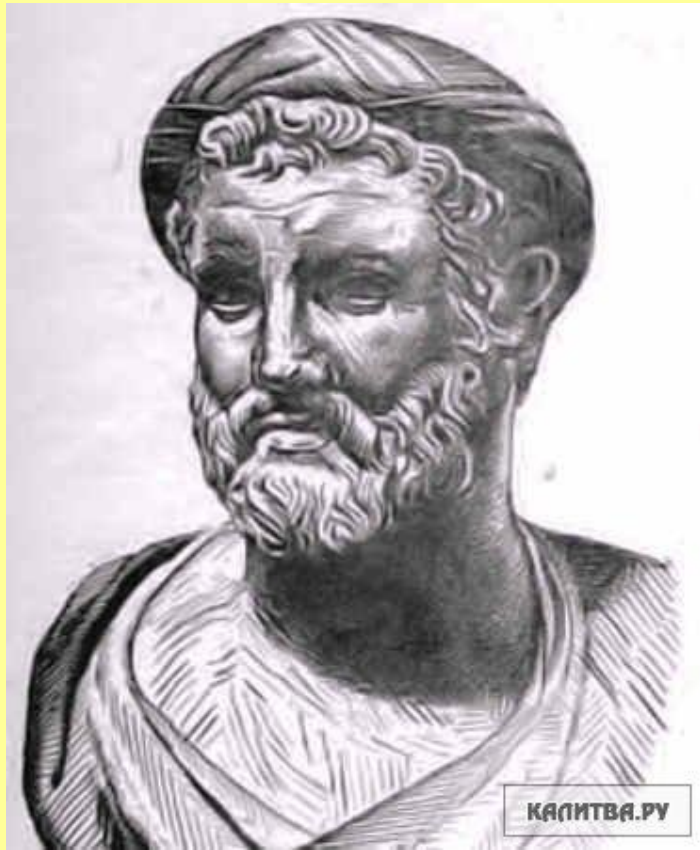
## **ЦЕЛЬ:**

*знать теорему Пифагора,  
уметь ее доказывать и приме  
нять при решении задач*

## **ЗАДАЧИ:**

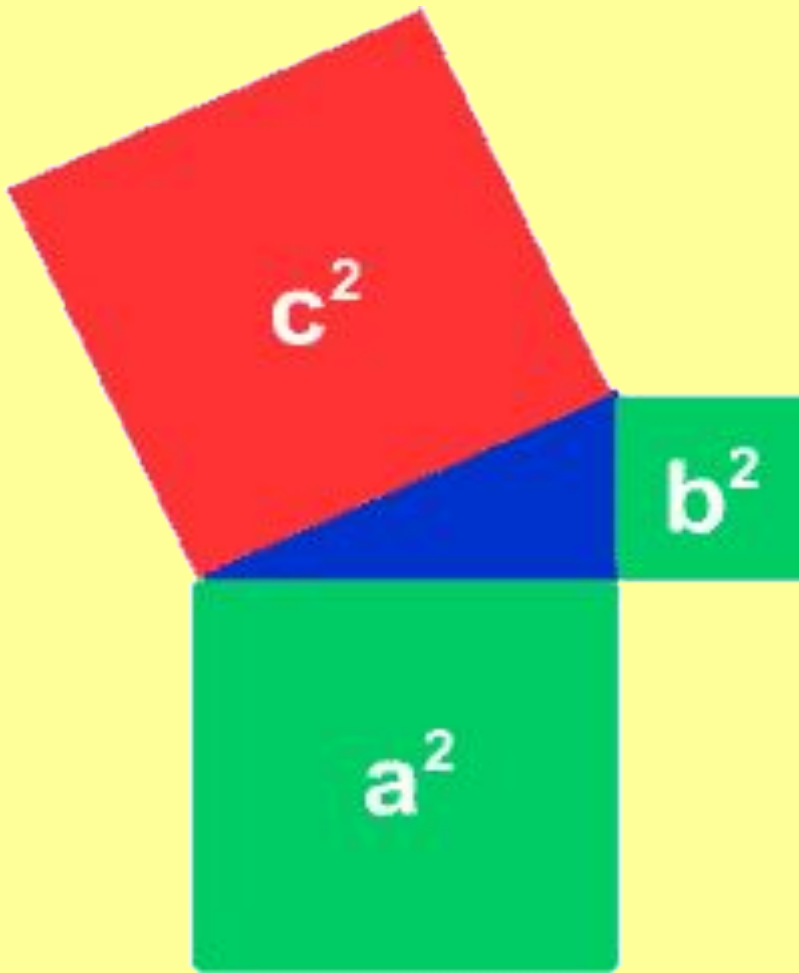
- знать зависимость между сторонами прямоугольного треугольника,*
- расширить круг геометрических задач, решаемых школьниками,*
- воспитывать познавательный интерес к изучению геометрии.*

# ПИФАГОР



*Знаменитый греческий философ и математик Пифагор Самосский, именем которого названа теорема, жил около 2,5 тысяч лет тому назад. Дошедшие до нас биографические сведения о Пифагоре отрывочны и далеко не достоверны. С его именем связано много легенд. Достоверно известно, что Пифагор много путешествовал по странам Востока, посещал Египет и Вавилон.*

# Иоганн Кеплер о теореме ПИФАГОРА



*«В геометрии существуют два сокровища – теорема Пифагора и деление отрезка в крайнем и среднем отношении.*

*Первое можно сравнить с ценностью золота, второе можно назвать драгоценным камнем».*

# ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Геометрическая

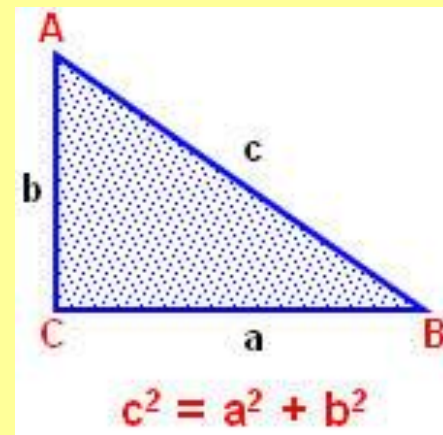
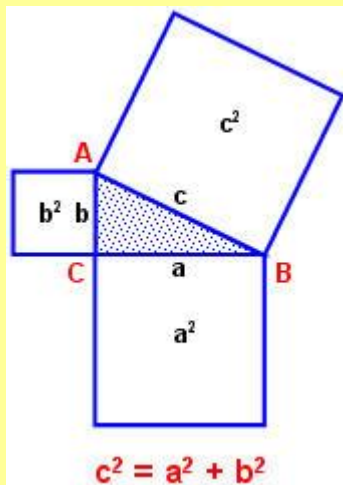
я

формулировка:

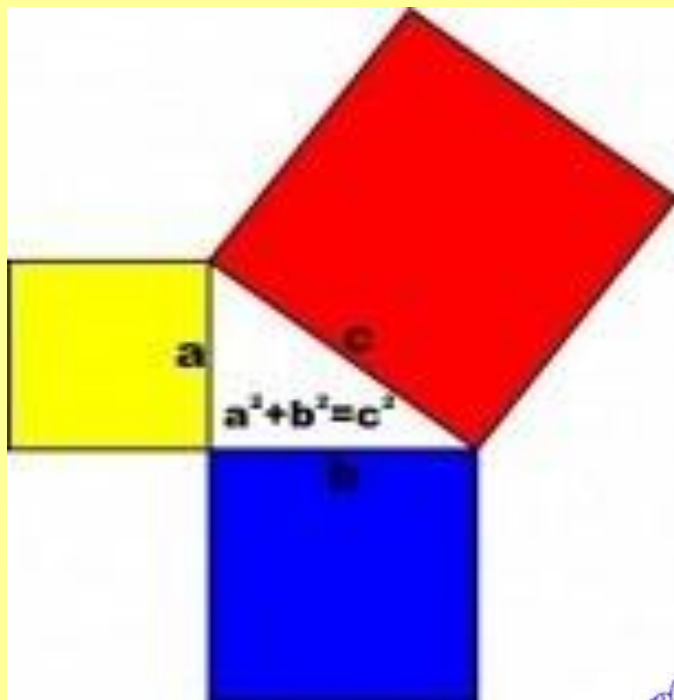
Алгебраическая  
формулировка:

В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов



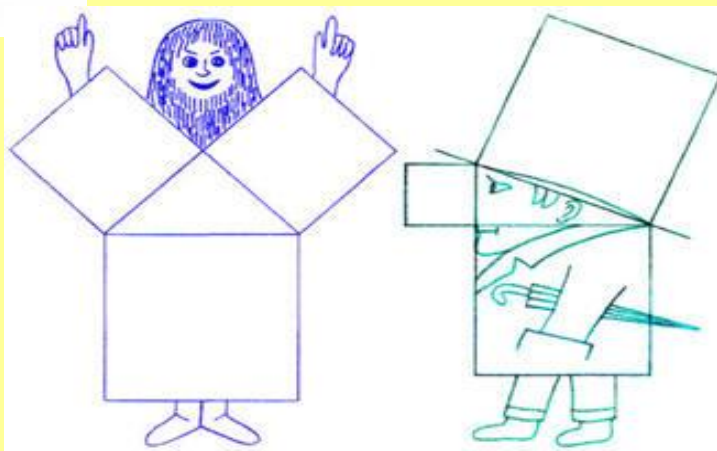
# Шутливая формулировка ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА



*Если дан нам треугольник  
И притом с прямым углом,  
То квадрат гипотенузы  
Мы всегда легко найдём:  
Катеты в квадрат возводим,  
Сумму степеней находим –  
И таким простым путём  
К результату мы придём.*

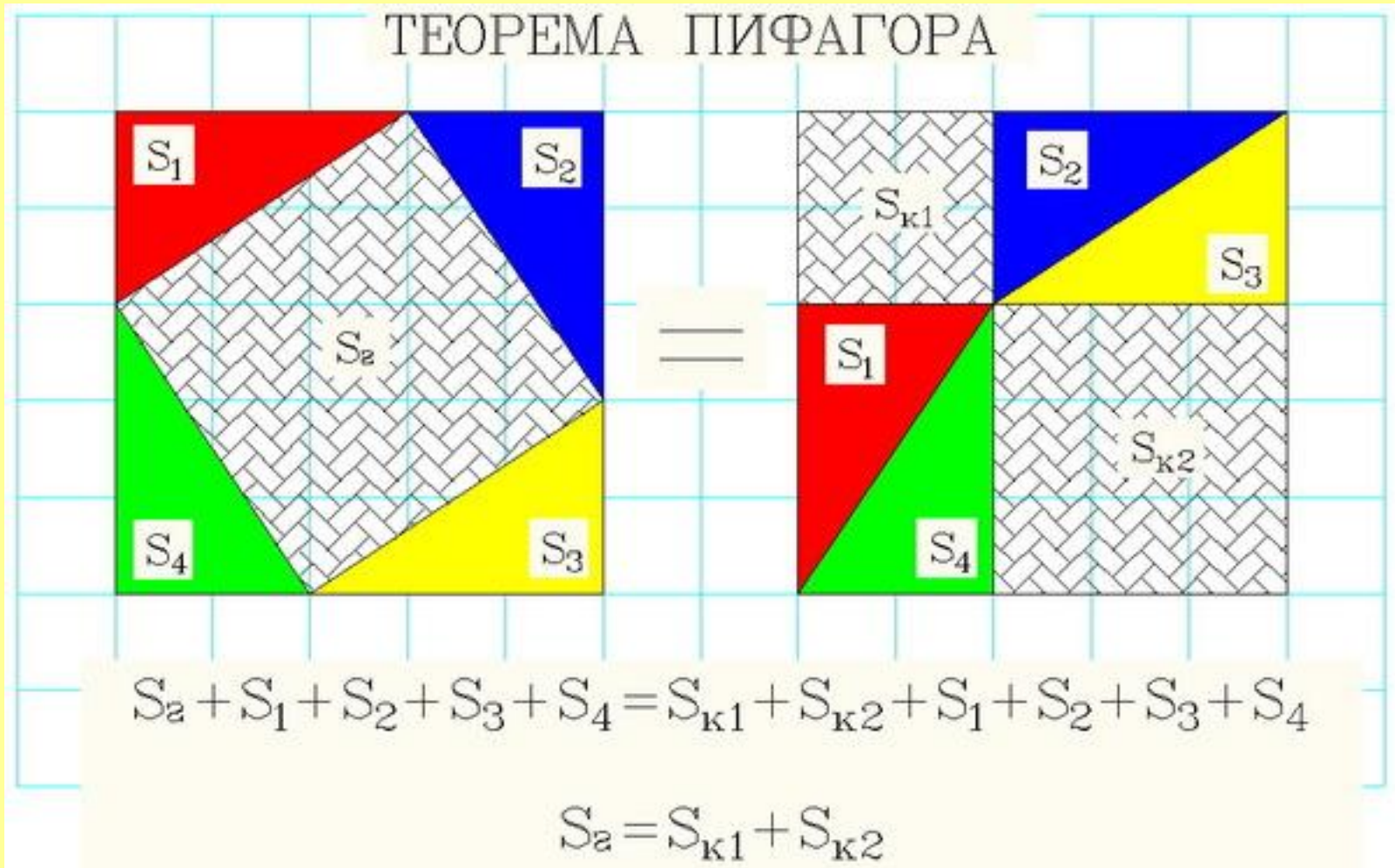
**И. Дырченко**

**Шаржи  
учеников**



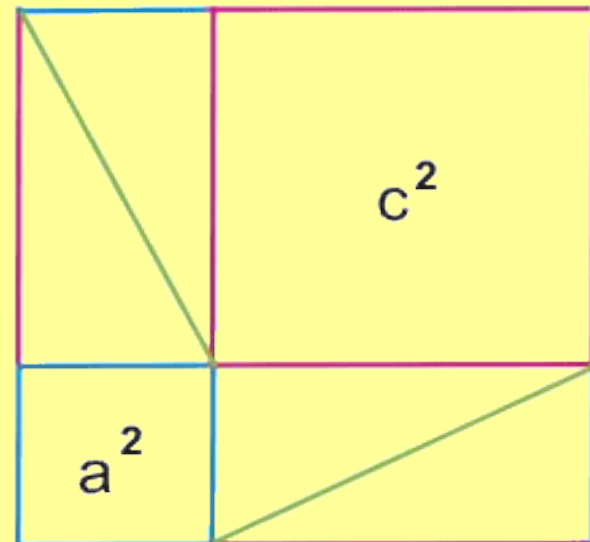
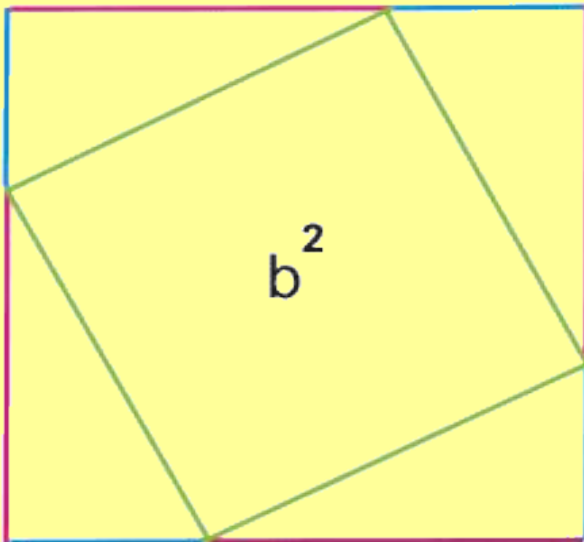


# Самое простое доказательство теоремы ПИФАГОРА 1



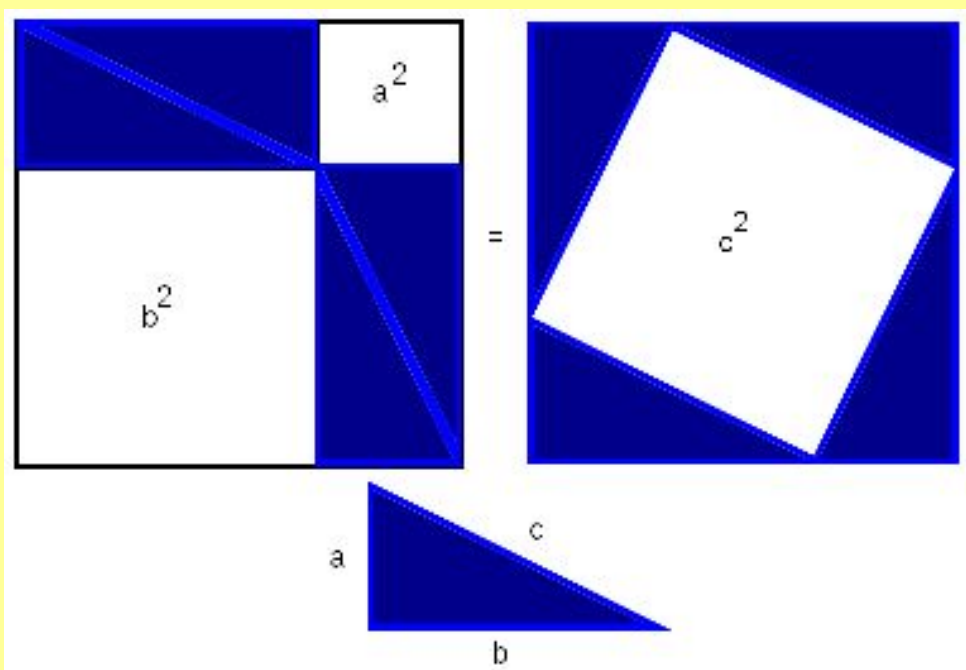
# Самое простое доказательство теоремы ПИФАГОРА 2

*Рассмотрим квадрат, показанный на рисунке. Сторона квадрата равна  $a+c$ . В одном случае (слева) квадрат разбит на квадрат со стороной  $b$  и четыре прямоугольных треугольника с катетами  $a$  и  $c$ . В другом случае (справа) квадрат разбит на два квадрата со сторонами  $a$  и  $c$ . Таким образом получаем, что площадь квадрата со стороной  $b$  равна сумме площадей квадратов со сторонами  $a$  и  $c$ .*





# Доказательство через равнодополняемость



*Расположим четыре равных  
прямоугольных  
треугольника так, как  
показано на рисунке.*

*Четырёхугольник со  
сторонами с является  
квадратом, так как сумма  
двух острых углов  $90^\circ$ , а  
развёрнутый угол —  $180^\circ$ .*

*Площадь всей фигуры равна,  
с одной стороны, площади  
квадрата со стороной  
( $a+b$ ), а с другой стороны,  
сумме площадей четырёх  
треугольников и площади  
внутреннего квадрата.*

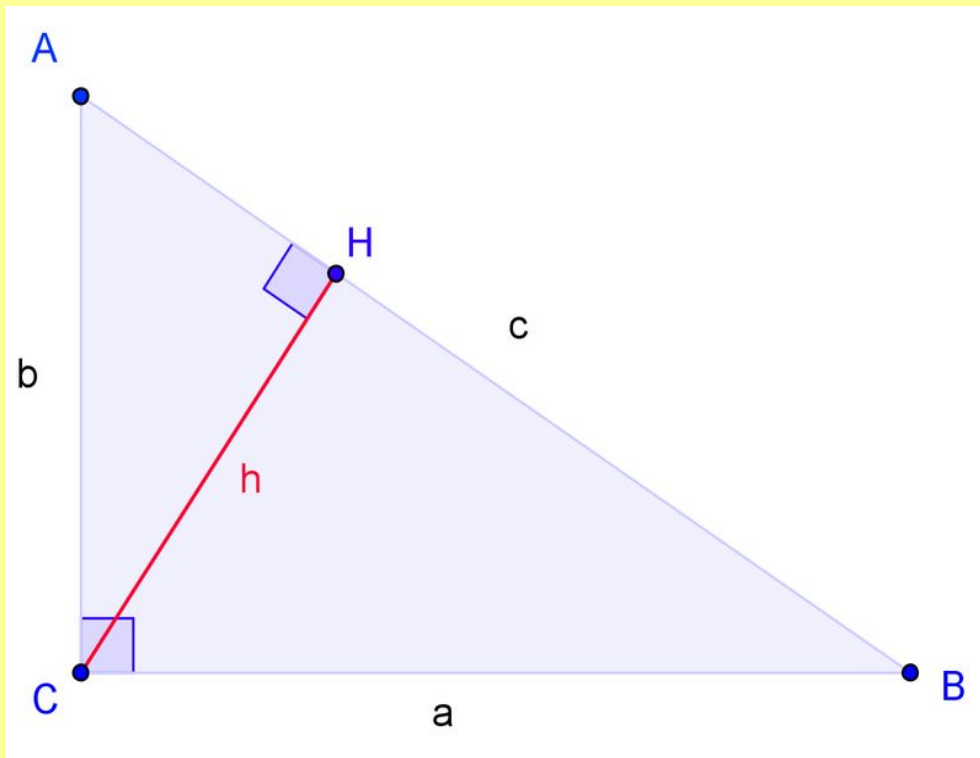
$$(a+b)^2 = 4 \cdot \frac{ab}{2} + c^2;$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2;$$

$$c^2 = a^2 + b^2;$$

*Что и требовалось доказать.*

# Доказательство через подобные треугольники



Пусть  $ABC$  есть прямоугольный треугольник с прямым углом  $C$ . Проведём высоту из  $C$  и обозначим её основание через  $H$ . Треугольник  $ACH$  подобен треугольнику  $ABC$  по двум углам. Аналогично, треугольник  $CBH$  подобен  $ABC$ . Введя обозначения:

$$|BC| = a, |AC| = b, |AB| = c$$

получаем  $\frac{a}{c} = \frac{|HB|}{a}, \frac{b}{c} = \frac{|AH|}{b}$ .

Что эквивалентно

$$a^2 = c \cdot |HB|; b^2 = c \cdot |AH|.$$

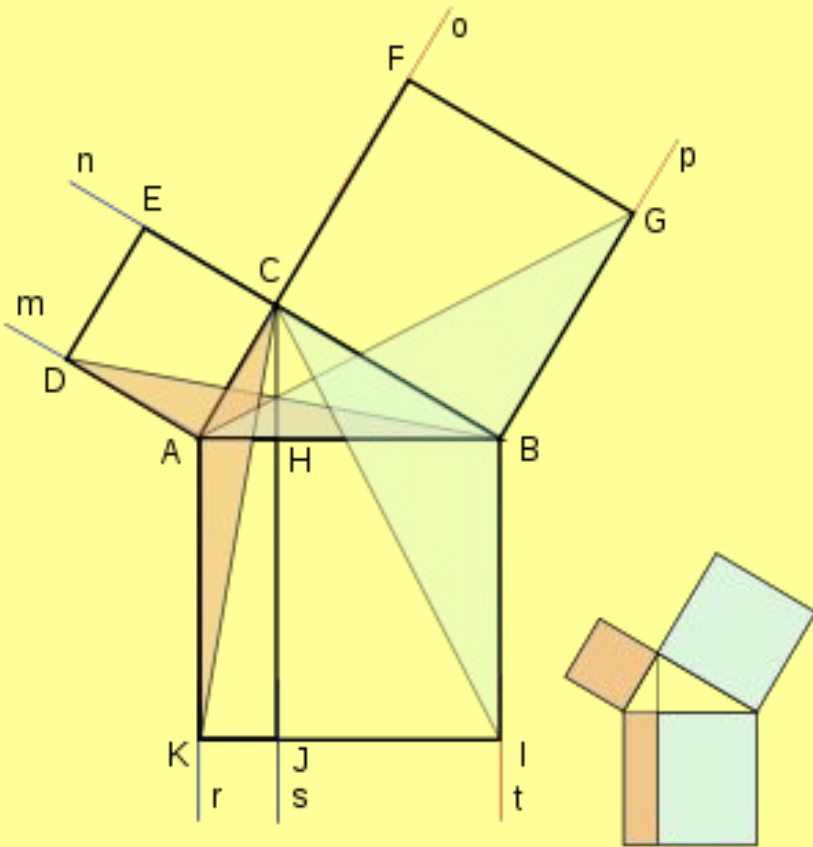
Сложив, получаем

$$a^2 + b^2 = c \cdot (|HB| + |AH|) = c^2.$$

или

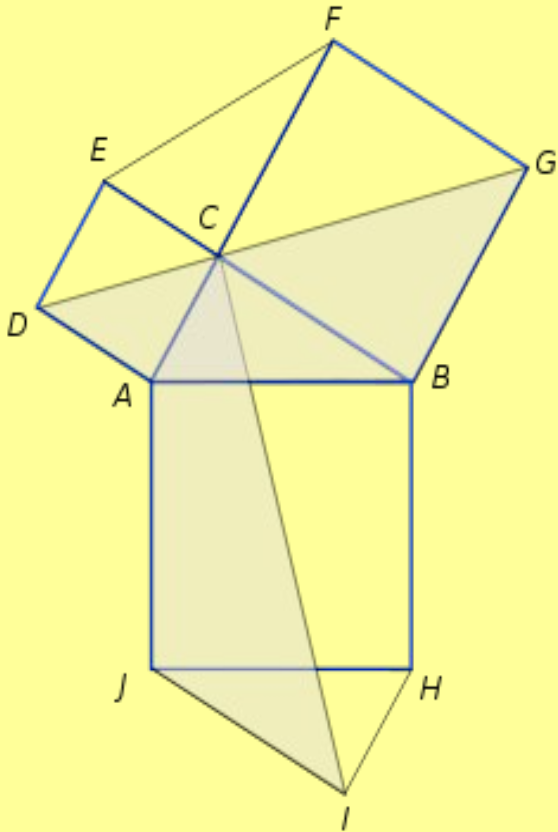
$$a^2 + b^2 = c^2$$

# Доказательство ЕВКЛИДА



- *Идея доказательства Евклида состоит в следующем: попробуем доказать, что половина площади квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, а тогда и площади большого и двух малых квадратов равны.*
- *Рассмотрим чертеж слева. На нём мы построили квадраты на сторонах прямоугольного треугольника и провели из вершины прямого угла  $C$  луч  $s$  перпендикулярно гипотенузе  $AB$ , он пересекает квадрат  $ABKI$ , построенный на гипотенузе, на два прямоугольника —  $BHJI$  и  $НАКJ$  соответственно. Оказывается, что площади данных прямоугольников в точности равны площадям квадратов, построенных на соответствующих катетах.*

# Доказательство ЛЕОНАРДО да ВИНЧИ



*Главные элементы доказательства — симметрия и движение. Рассмотрим чертёж, как видно из симметрии, отрезок  $CI$  пересекает квадрат  $ABHJ$  на две одинаковые части (так как треугольники  $ABC$  и  $JHI$  равны по построению). Пользуясь поворотом на  $90$  градусов против часовой стрелки, мы усматриваем равенство заштрихованных фигур  $CAI$  и  $GDAB$ . Теперь ясно, что площадь заштрихованной нами фигуры равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, и площади исходного треугольника. С другой стороны, она равна половине площади квадрата, построенного на гипотенузе, плюс площадь исходного треугольника.*

# Доказательство Эйнштейна

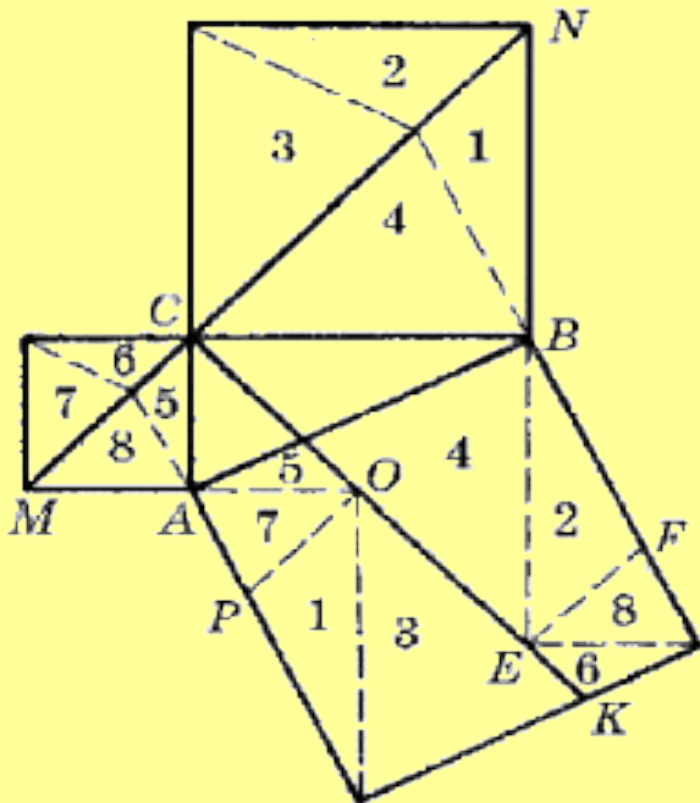
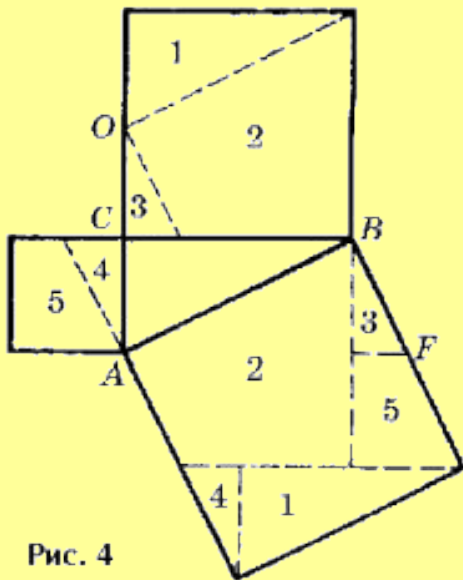


Рис. 3

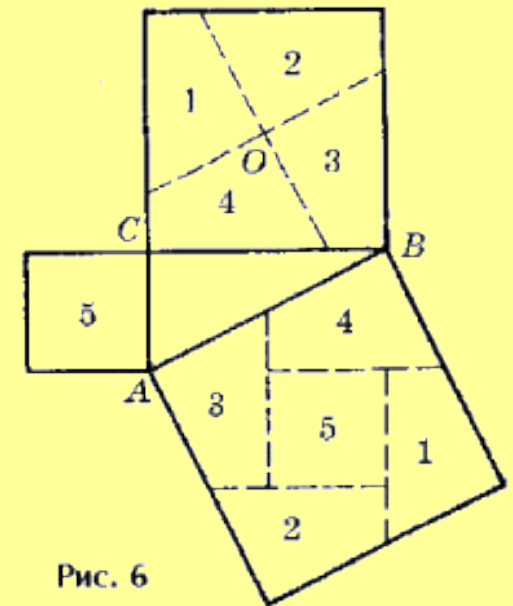
- Доказательство Эйнштейна (рис. 3) основано на разложении квадрата, построенного на гипотенузе, на 8 треугольников.
- Здесь:  $ABC$  – прямоугольный треугольник с прямым углом  $C$ ;  $COMN$ ;  $SKMN$ ;  $POEF$ ;  $PO \parallel MN$ ;  $EF \parallel MN$ .
- Самостоятельно докажете попарное равенство треугольников, полученных при разбиении квадратов, построенных на катетах и гипотенузе.

# Несколько интересных доказательств

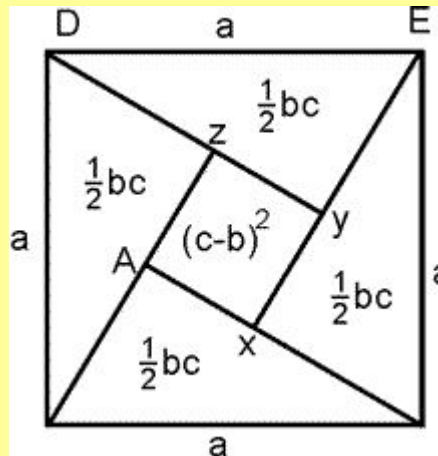
Разбиение ан-Найризия



«Колесо с лопостями»



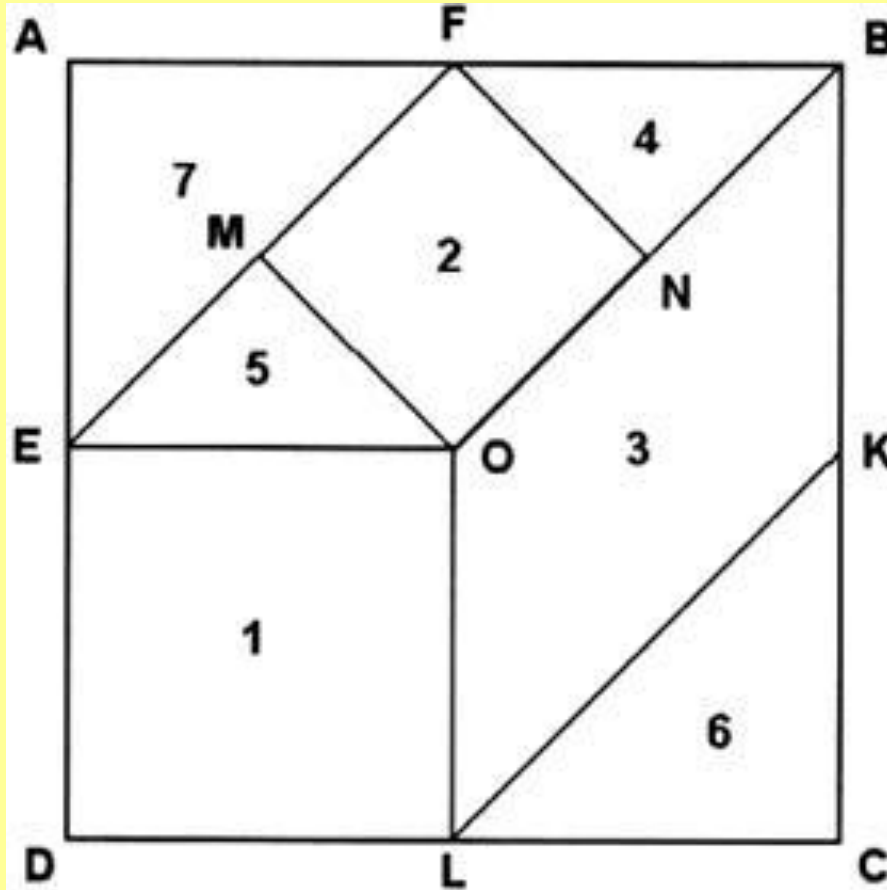
«Доказательство Бхаскари»



*Великий индийский математик подписал к  
рисунку только одно слово: "Смотри".*

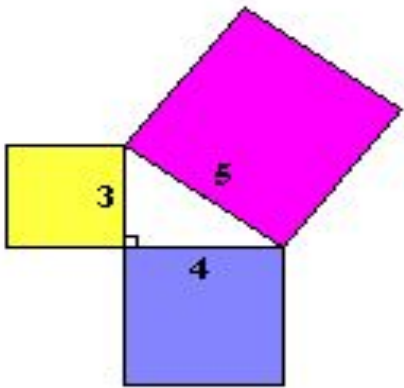


# ПИФАГОРОВА ГОЛОВОЛОМКА

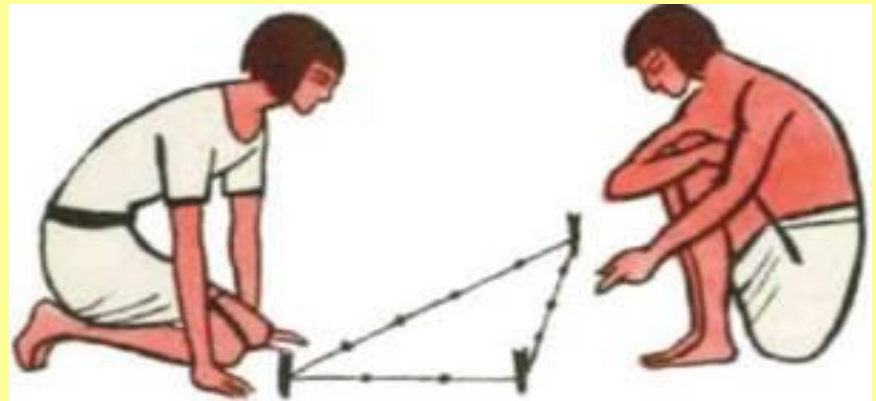


*Из семи частей квадрата составить снова квадрат, прямоугольник, равнобедренный треугольник, трапецию. Квадрат разрезается так: E, F, K, L - середины сторон квадрата, O - центр квадрата,  $OM \perp EF$ ,  $NF \perp EF$ .*

# Египетский треугольник



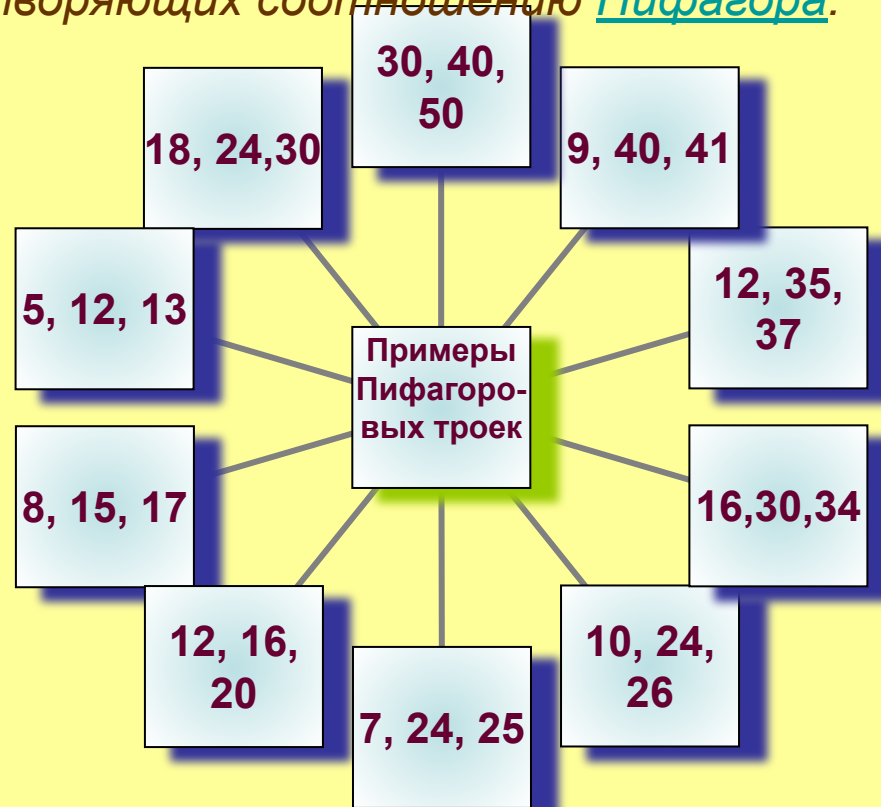
*Египетский треугольник — прямоугольный треугольник с соотношением сторон 3:4:5. Особенностью такого треугольника, известной ещё со времён античности, является то, что при таком отношении сторон теорема Пифагора даёт целые квадраты как катетов, так и гипотенузы, то есть 9:16:25. Египетский треугольник является простейшим (и первым известным) из Героновых треугольников — треугольников с целочисленными сторонами и площадями.*



# Пифагоровы тройки

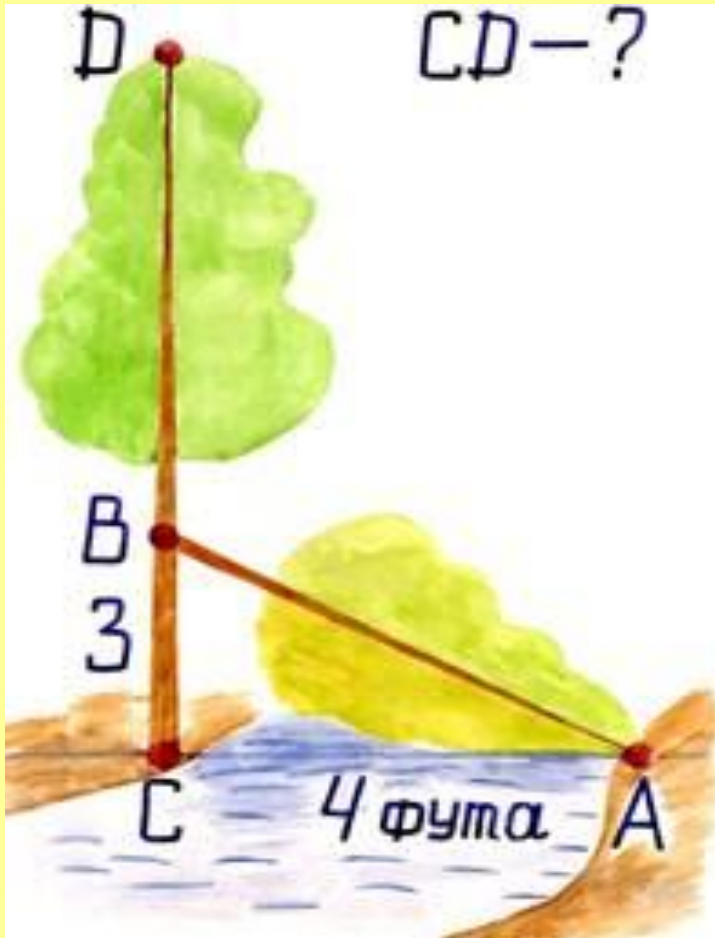
В [математике](#) пифагоровыми числами (пифагоровой тройкой) называется [кортеж](#) называется кортеж из трёх [целых чисел](#) называется кортеж из трёх целых чисел удовлетворяющих соотношению [Пифагора](#):

$$x^2 + y^2 = z^2.$$



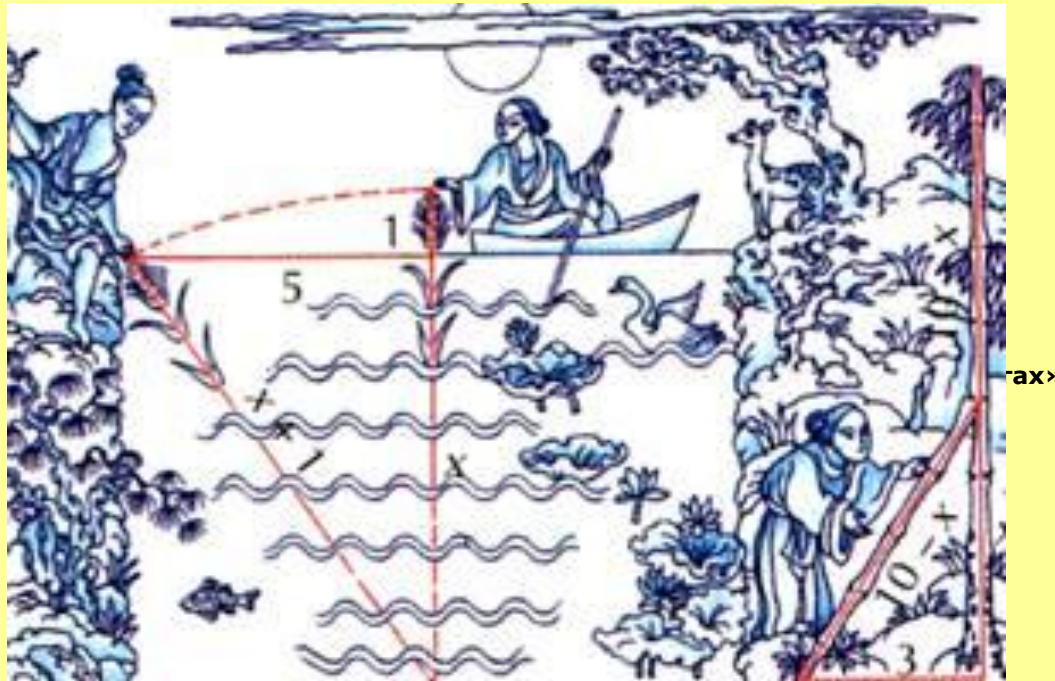
Пифагоровы тройки известны очень давно. В архитектуре древнемесопотамских надгробий встречается равнобедренный треугольник, составленный из двух прямоугольных со сторонами 9, 12 и 15 локтей. Пирамиды фараона Снофру (XXVII век до н. э.) построены с использованием треугольников со сторонами 20, 21 и 29, а также 18, 24 и 30 десятков египетских локтей.

# Задача индийского математика XII века Бхаскары



- *«На берегу реки рос тополь одинокий.  
Вдруг ветра порыв его ствол надломал.  
Бедный тополь упал. И угол прямой  
С течением реки его ствол составлял.  
Запомни теперь, что в этом месте река  
В четыре лишь фута была широка  
Верхушка склонилась у края реки.  
Осталось три фута всего от ствола,  
Прошу тебя, скоро теперь мне скажи:  
У тополя как велика высота?»*

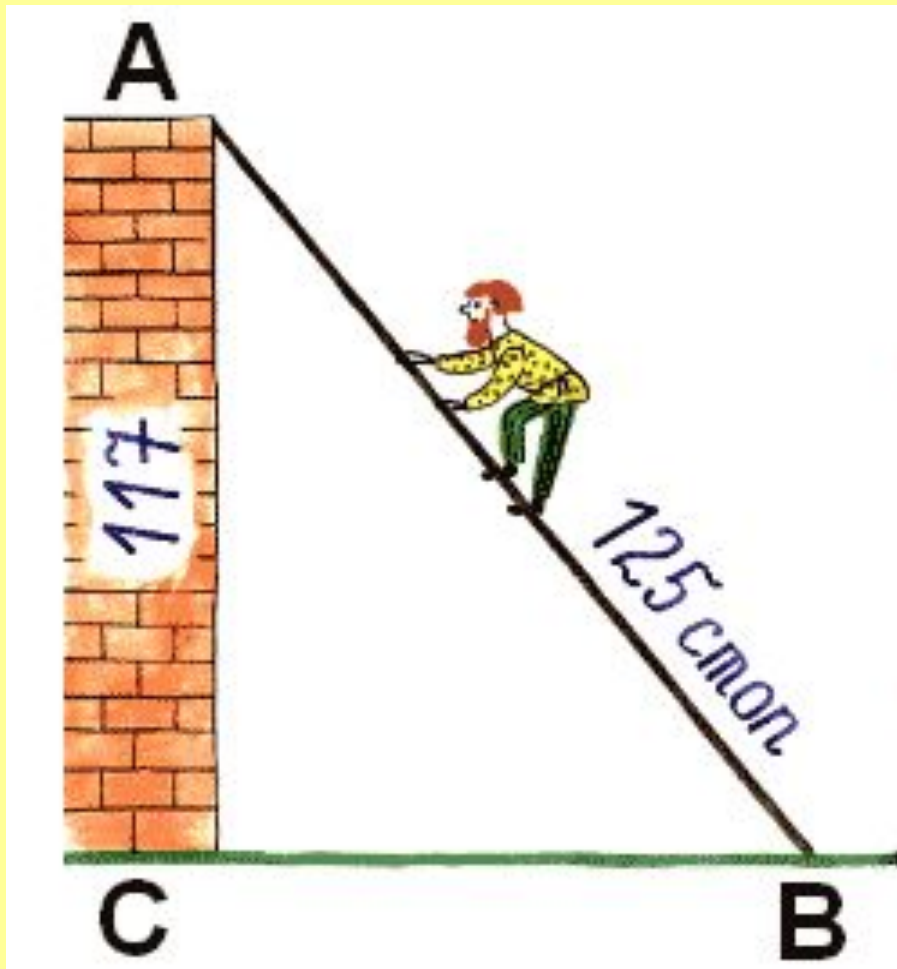
# Задача из китайской «Математики в девяти книгах»



*«Имеется водоем со стороной в 1 чжан = 10 чи. В центре его растет камыш, который выступает над водой на 1 чи. Если потянуть камыш к берегу, то он как раз коснётся его. Спрашивается: какова глубина воды и какова длина камыша?».*



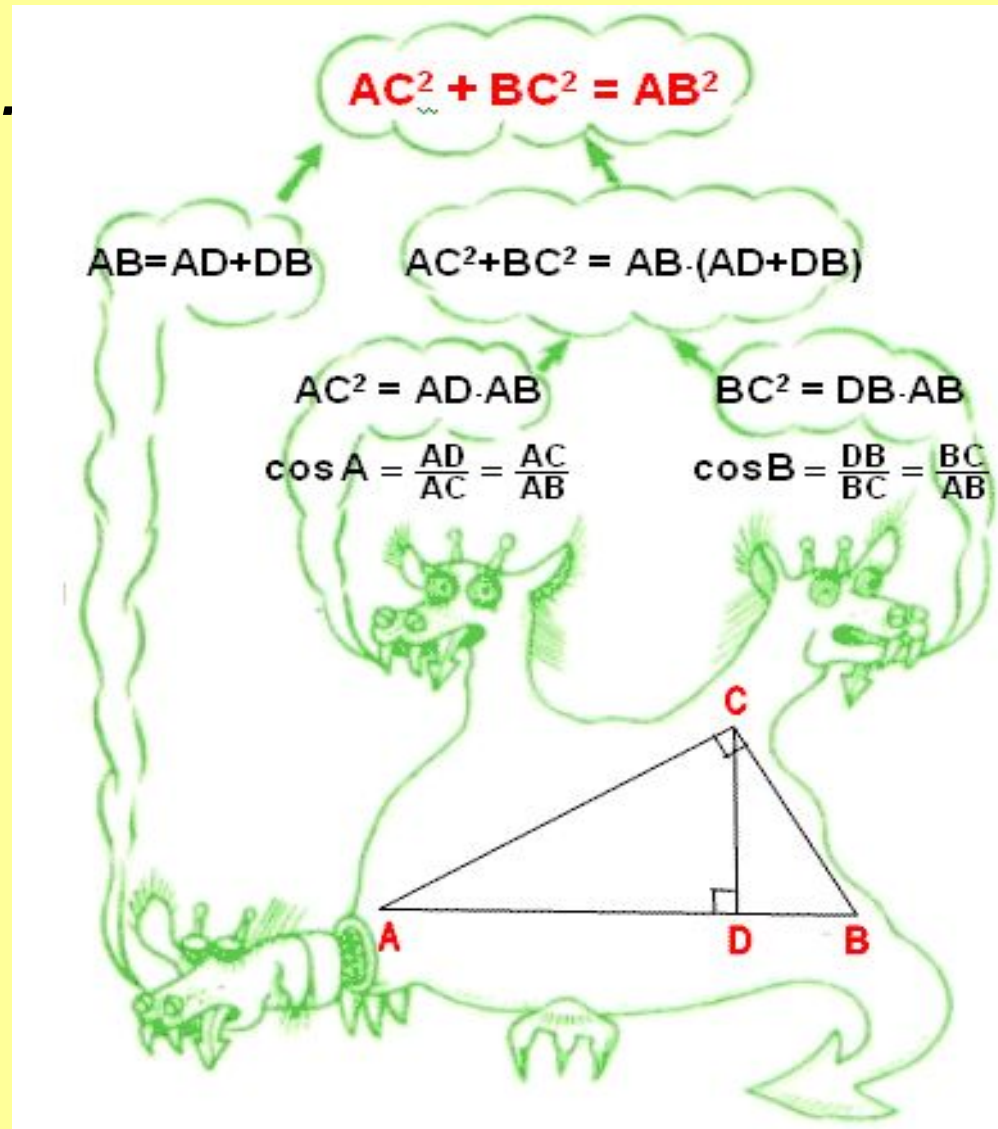
# Задача из учебника «Арифметика» Леонтия Магницкого



*«Случися некому  
человеку к стене  
лестницу прибрати,  
стены же тоя высота  
есть 117 стоп. И  
обреете лестницу  
долготью 125 стоп. И  
ведати хочет, колико  
стоп сея лестницы  
нижний конец от стены  
отстояти иматъ».*



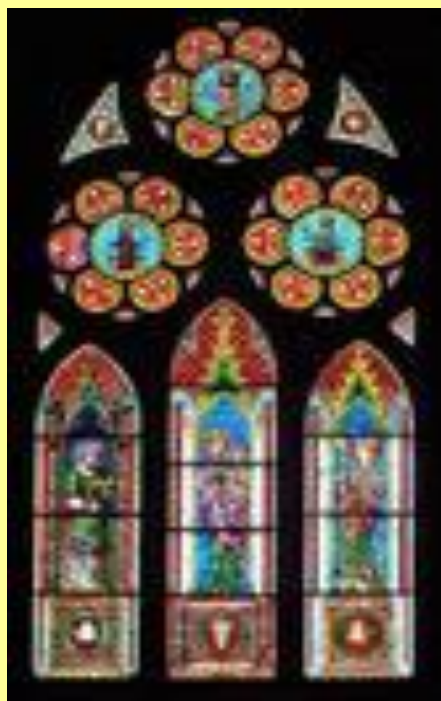
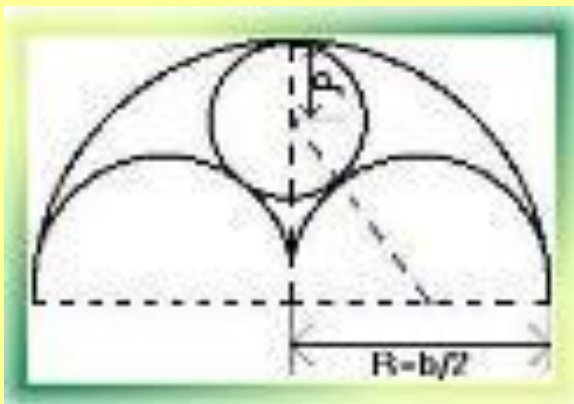
# Опорный сигнал к теореме



*Отрубил Иван-царевич дракону голову, а у него две новые выросли.*

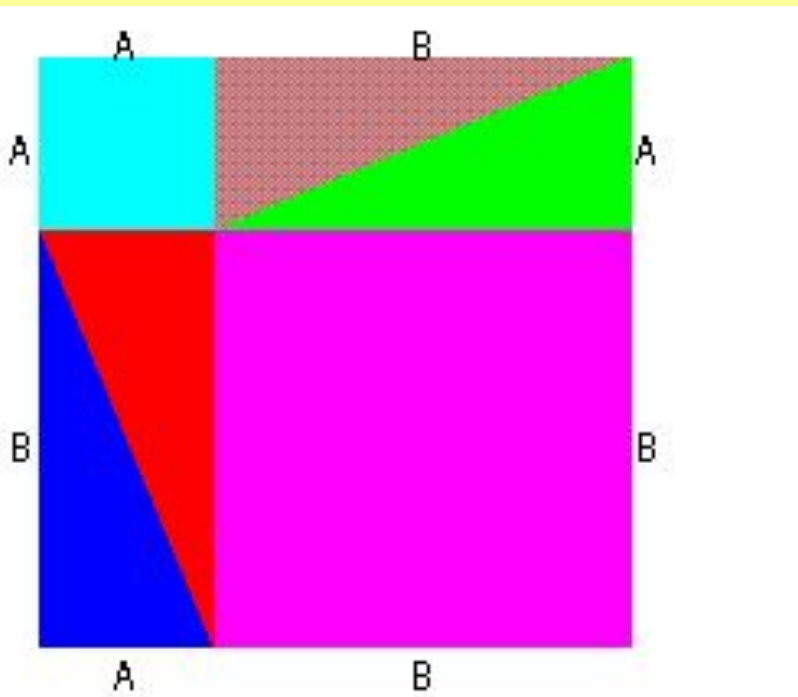
*На математическом языке это означает: провели в  $D$   $ABC$  высоту  $CD$ , и образовалось два новых прямоугольных треугольника  $ADC$  и  $BDC$ .*

# Теорема ПИФАГОРА в архитектуре



В зданиях готического и романского стиля верхние части окон расчленяются каменными ребрами, которые не только играют роль орнамента, но и способствуют прочности окон.

# О теореме ПИФАГОРА



*Уделом истины не может быть забвенье,  
Как только мир ее увидит взор;  
И теорема та, что дал нам Пифагор,  
Верна теперь, как в день ее рожденья.  
За светлый луч с небес вознес благодаренье  
Мудрец богам не так, как было до тех пор.  
Ведь целых сто быков послал он под топор,  
Чтоб их сожгли как жертвоприношенья.  
Быки с тех пор, как только весть услышат,  
Что новой истины уже следы видны,  
Отчаянно мычат и ужаса полны:  
Им Пифагор навек внушил тревогу.  
Не в силах преградить той истине дорогу  
Они, закрыв глаза, дрожат и еле дышат.*

**А. фон Шамиссо  
(Перевод А. Хованского)**



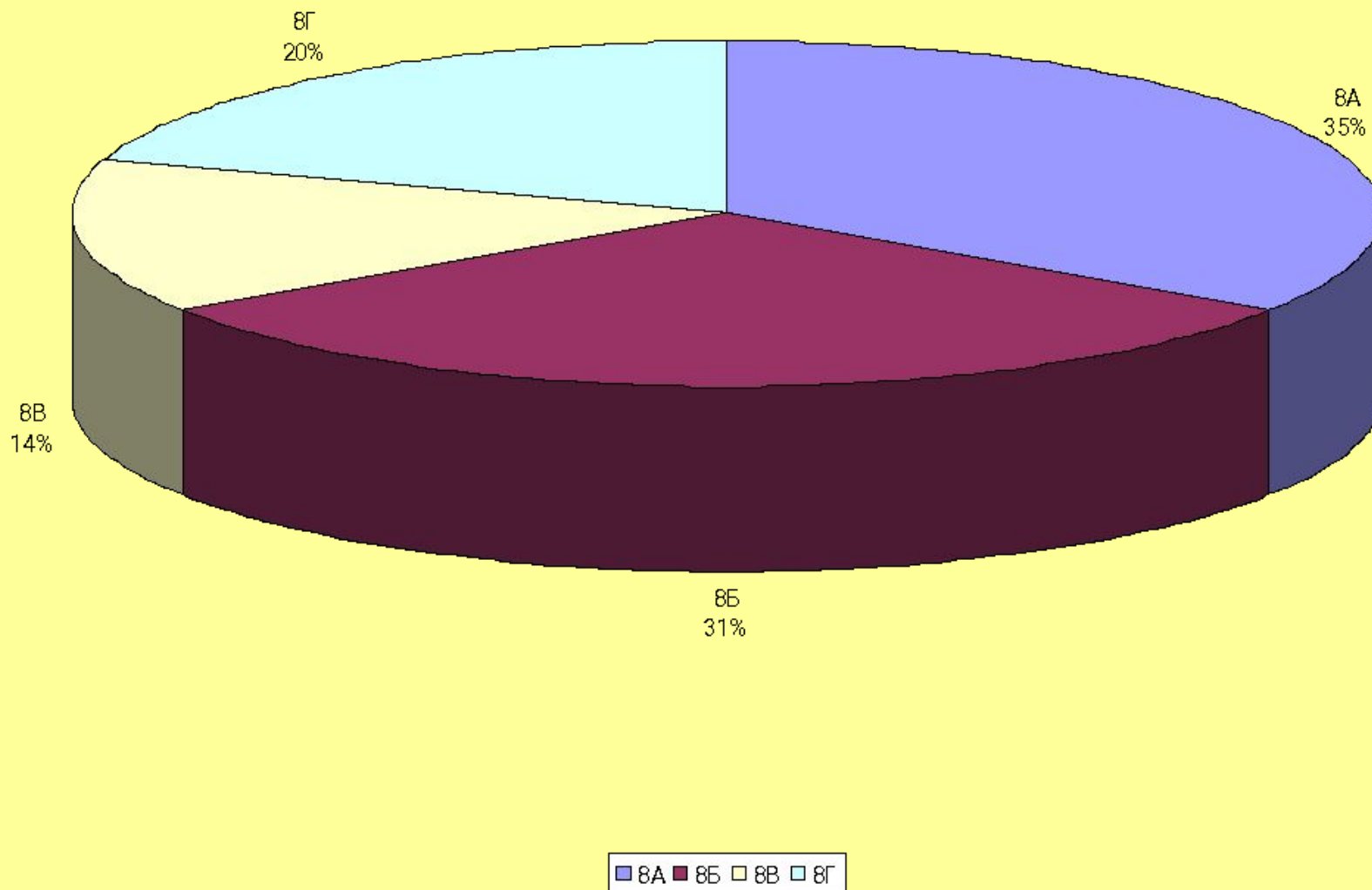
**«Будь справедлив и в словах  
и в поступках своих...»**

**ПИФАГОР**

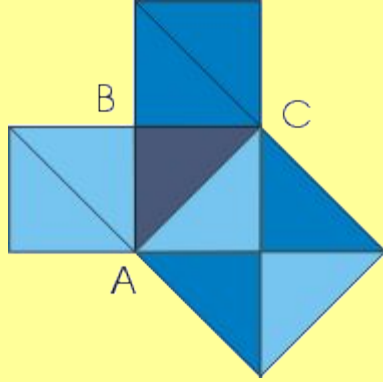


*Пифагор среди учеников*

# Уровень обученности учащихся 8 классов по теме: «Теорема Пифагора»

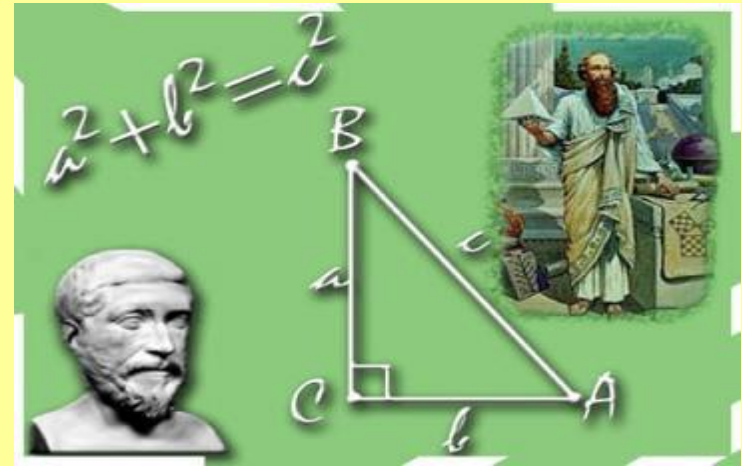






# ВЫВОДЫ

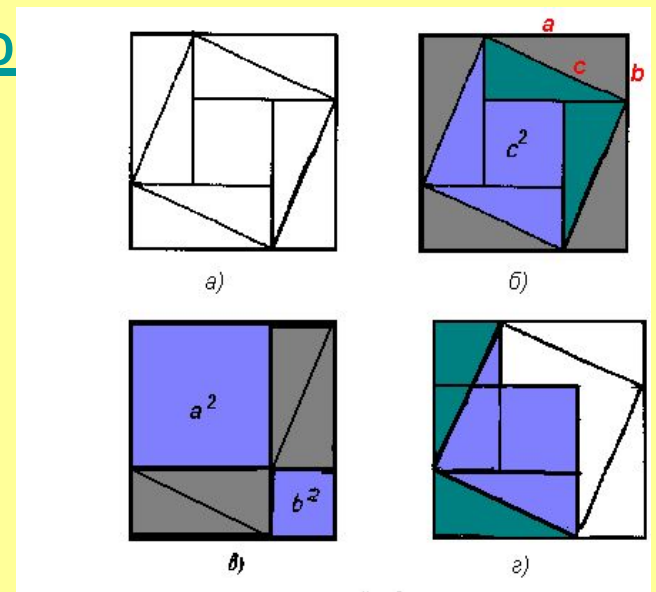
- Теорема Пифагора-одна из главных и, можно сказать, самая главная теорема геометрии .
- Теорема Пифагора триедина: это простота – красота – значимость.
- Мы познакомились с некоторыми доказательствами теоремы Пифагора. В настоящее время известно более 100 различных доказательств этой знаменитой теоремы.
- Есть доказательства, которые рассчитаны на то, что по готовым рисункам, можно воспроизвести доказательство самостоятельно. А это воспитывает познавательный интерес и логическое мышление.
- До сих пор вызывают интерес древние практические задачи, говорящие об уровне развития прикладной математики в древние века.





# Используемые материалы

- Википедия
- <http://ru.wikipedia.org/wiki/%>
- [wiki.kamqpu.ru](http://wiki.kamqpu.ru)
- [portfolio.1september.ru](http://portfolio.1september.ru)
- [pifagor.edunet.uz](http://pifagor.edunet.uz)
- [http://manuscript.h1.ru/  
manuscript.htm?/pythagor/  
theorema/teorpyf.htm](http://manuscript.h1.ru/manuscript.htm?/pythagor/theorema/teorpyf.htm)





**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ**