

Разложение многочлена на множители

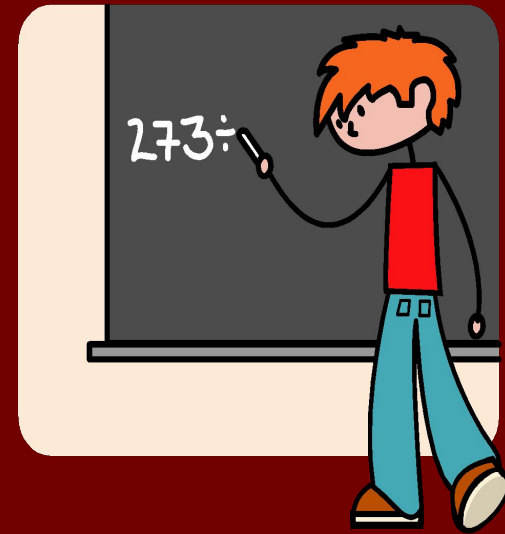
Выполнила учитель математики и
информатики Каратунской СОШ
Яруллина Земфира Ш.

Прием разложения многочлена на множители:

- Вынесение общего множителя за скобки.
- Разложение многочленов с помощью формул сокращенного умножения.
- Способ группировки.

Алгоритм отыскания общего множителя нескольких одночленов.

- Найти наибольший общий делитель коэффициентов всех одночленов, входящих в многочлен, - он и будет общим числовым множителем (разумеется, это относится только к случаю целочисленных коэффициентов).
- Найти переменные, которые входят в каждый член многочлена, и выбрать для каждой из них наименьший (из имеющихся) показатель степени.
- Произведение коэффициента, найденного на первом шаге, и степеней, найденных на втором шаге, является общим множителем, который целесообразно вынести за скобки.



Пример

$$2x + 6y = 2 (x + 3y)$$

За скобки вынесли общий делитель
коэффициентов членов многочлена



Формулы сокращенного умножения



$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad (1)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \quad (2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \quad (3)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \quad (4)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \quad (5)$$

Рассмотрим примеры.

Воспользуемся формулой (1) (разность квадратов);

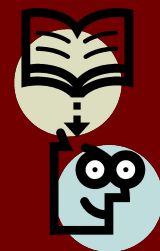
$$\text{а) } 64x^2 - 9 = (8x)^2 - 3^2 = (8x - 3)(8x + 3);$$

Воспользуемся формулой (2) и (3) (разность и сумма кубов);

$$\text{б) } 125a^3 - 8b^3 = (5a)^3 - (2b)^3 = (5a - 2b)((5a)^2 + 5a \cdot 2b + (2b)^2) = (5a - 2b)(25a^2 + 10ab + 4b^2);$$

Воспользуемся формулами (4) и (5) для разложения трехчлена на множители

$$\text{в) } a^2 - 4ab + 4b^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 2b + (2b)^2 = (a - 2b)^2 ;$$



Способ группировки

Рассмотрим пример.

Разложить на множители многочлен.

$$2a^2 + 6a + av + 3v.$$

Решение. Объединим в одну группу первые два члена, а в другую – последние два члена многочлена:

$$(2a^2 + 6a) + (av + 3v).$$

Из первой группы можно вынести за скобки $2a$, а во второй группе – v .

Получим $2a(a + 3) + v(a + 3)$.

Появился общий множитель $(a + 3)$, который можно вынести за скобки.

Получим $(a + 3)(2a + v)$.

$$\begin{aligned} 2a^2 + 6a + av + 3v &= (2a^2 + 6a) + (av + 3v) = 2a(a + 3) + v(a + 3) \\ &= (a + 3)(2a + v). \end{aligned}$$

