ТЕМА 6. Модели денежного обращения и финансовой сферы

6.1. Модели денежного обращения

- 6.1.1. Модель предложения денег
- 6.1.2. Модель Баумоля-Тобина.

6.2. Математические модели в финансовых операциях

- 6.2.1. Расчет простых процентов
- 6.2.2. Расчет сложных процентов
- 6.2.3. Дисконтирование и учет

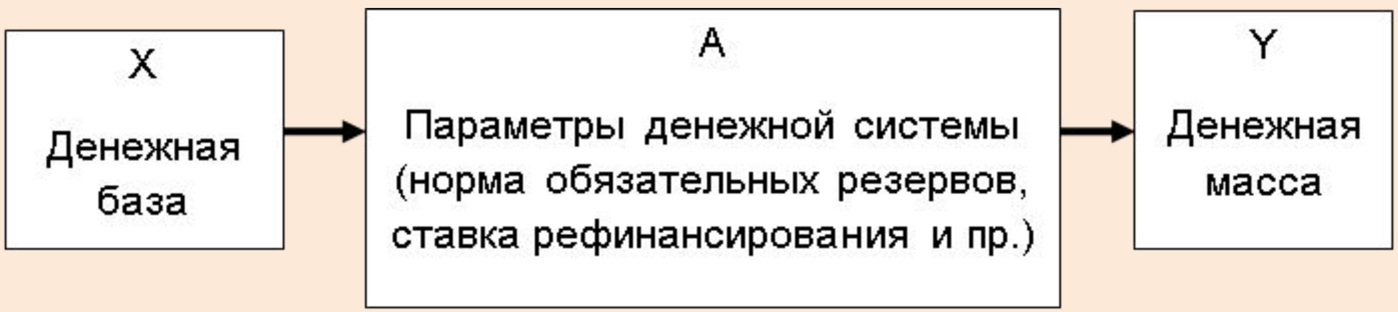
6.1. Модели денежного обращения

Цель моделирования

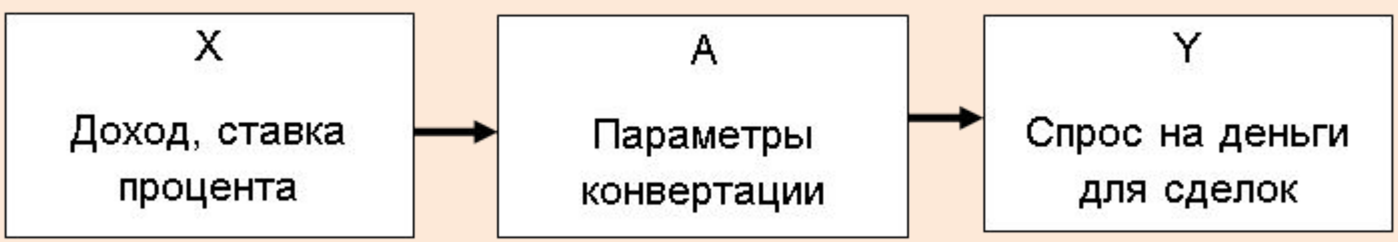
Изучение механизма функционирования рынка денег и денежного обращения, а именно: механизма формирования денежного предложения, спроса на деньги и равновесия денежного рынка.

Основные модели

Модель предложения денег:



Модель Баумоля-Тобина:



6.1.1. Модель предложения денег

Модель предложения денег

CM – сумма наличных денег на руках у населения;

R - резервы банков; $R = R_{обяз}+R_{изб}$;

D – депозиты.

Денежная база:

$$H = CM + R.$$

Предложение денег (денежная масса):

$$M = CM + D.$$

$\alpha = R/D$ – норма резервирования депозитов;

$\alpha = \alpha_{обяз} + \alpha_{изб}$;

$\beta = CM/D$ – коэффициент депонирования денег.

Модель предложения денег

$$M = \beta \cdot D + D = (\beta + 1) \cdot D$$

$$H = \beta \cdot D + \alpha \cdot D = D \cdot (\alpha + \beta)$$

Следовательно:

$$D = \frac{1}{\alpha + \beta} H.$$

А значит:

$$M = \frac{\beta + 1}{\beta + \alpha} H.$$

Модель предложения денег

$$m_M = \frac{\beta + 1}{\beta + \alpha}$$

- ***денежный мультипликатор***, который показывает, что на каждый рубль прироста денежной базы приходится *m* рублей прироста денежной массы.

Модель предложения денег

Предложение денег увеличивается, если:

- растет денежная база (H);
- снижается норма резервирования депозитов ($\alpha = \alpha\ (\alpha_{обяз},\ i)$);
- снижается коэффициент депонирования денег ($\beta = \beta\ (i)$).

$M = M\ (\alpha_{обяз},\ i,\ H)$ – функция предложения денег.

6.1.2. Модель Баумоля-Тобина

Модель Баумоля-Тобина

y_N - номинальный ежемесячный доход индивида;

i – доход по текущему счету (процентов в месяц);

h - издержки конвертации (за каждую операцию);

n – число конвертаций.

Модель Баумоля-Тобина

Среднемесячный запас наличности (спрос на деньги):

$$L_{сд} = y_N / 2n.$$

Процентные издержки хранения денег: $i \cdot y_N / 2n$.

Издержки конвертации: $h \cdot n$.

Общие издержки держания кассы:

$$TC(n) = n \cdot h + \frac{iy_N}{2n}$$

.

Модель Баумоля-Тобина

Издержки достигают минимума при:

$$\frac{dTC}{dn} = h - \frac{iy_N}{2n^2} = 0,$$

$$h = \frac{iy_N}{2n^2} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{iy_N}{2h}}.$$

Модель Баумоля-Тобина

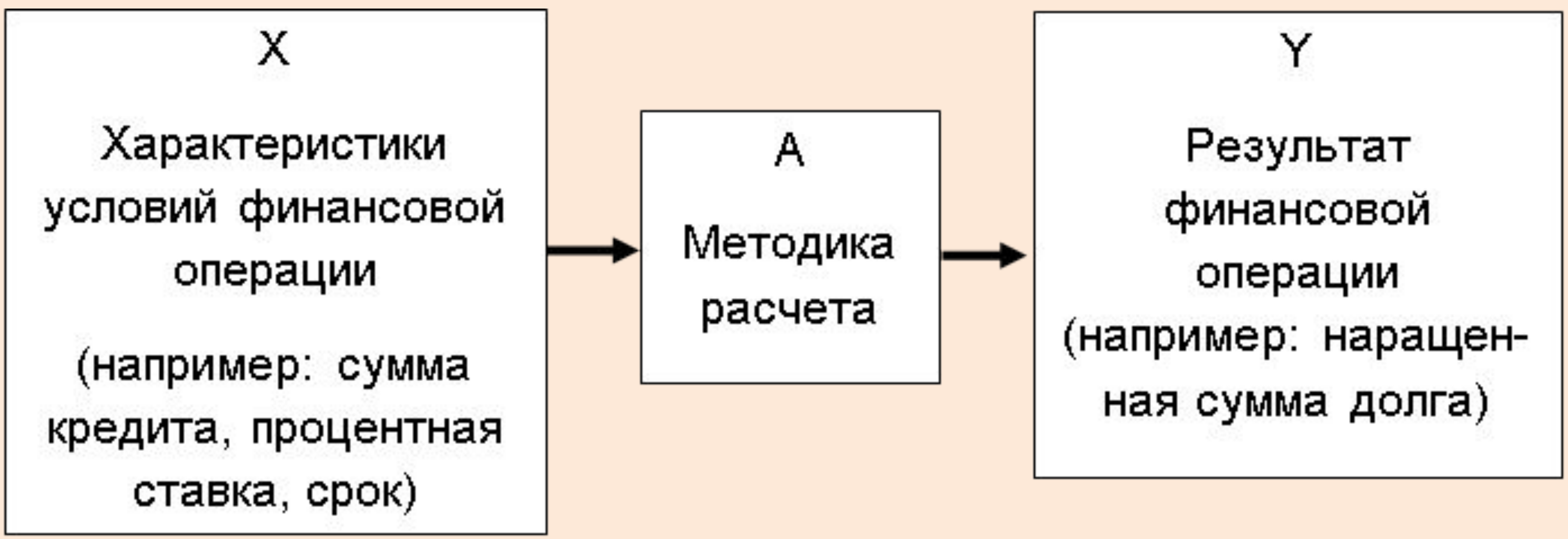
Спрос на деньги для сделок:

$$L_{сд} = \frac{y_N}{2n} = \sqrt{\frac{h * y_N}{2i}}$$

6.2. Математические модели в финансовых операциях

Цель моделирования

Количественная оценка результатов различных финансовых операций.



Основные понятия

Математические модели финансовых вычислений позволяют решать следующие задачи:

- Расчет процентов, дисконтирование и учет.
- Анализ потоков платежей, распределенных во времени.
- Оценка эффективности операций с валютой.
- Анализ финансовых последствий изменений условий контракта.
- Расчет амортизационных отчислений.
- Анализ эффективности инвестиционных и коммерческих проектов.
- Расчет доходности ценных бумаг и операций с ними.

Основные понятия

Основная трудность финансовых вычислений – некорректность простого суммирования денежных величин, относящихся к разным моментам времени.

Учет фактора времени в финансовых вычислениях осуществляется с помощью начисления процентов и дисконтирования.

Основные понятия

Процентные деньги (проценты) - абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг в любой форме.

Процентная ставка - показатель, характеризующий интенсивность начисления процентов за единицу времени, рассчитывается как отношение суммы процентных денег к величине долга.

Основные понятия

Виды процентных ставок:

- Простая процентная ставка применяется к одной и той же первоначальной сумме долга.
- Сложная процентная ставка применяется к наращенной сумме долга.
- Фиксированная процентная ставка - ставка, зафиксированная в контракте в виде определенного числа.
  - Постоянная процентная ставка - неизменная на протяжении всего периода ссуды.
  - Переменная процентная ставка - дискретно изменяющаяся во времени, но имеющая конкретную числовую характеристику.
- Плавающая процентная ставка - привязанная к определенной величине, изменяющейся во времени.

Основные понятия

Увеличение суммы долга (*P*) в связи с присоединением к ней процентных денег (*I*) называется <u>наращением</u>, а увеличенная сумма - <u>наращенной суммой</u> (*S*).

<u>Коэффициент наращения</u> - отношение наращенной суммы к первоначальной сумме долга.

Основные понятия

<u>Период начисления</u> — общий промежуток времени, за который начисляются проценты (получается доход).

Период начисления может разбиваться на интервалы начисления.

<u>Интервал начисления</u> — минимальный промежуток времени, по прошествии которого происходит начисление процентов.

6.2.1. Расчет простых процентов

Простые проценты

Простые ставки процентов применяются в краткосрочных финансовых операциях, когда интервал начисления совпадает с периодом начисления, или когда после каждого интервала начисления кредитору выплачиваются проценты.

Простые проценты: наращение

Наращенная сумма по схеме простых процентов:

$$S = P + I = P + iPn = P(1 + in)$$

где $i = \dfrac{S - P}{P}$ - процентная ставка;

n – срок ссуды.

$k_{нар} = (1 + in)$ – коэффициент наращения.

Простые проценты: наращение

При <u>продолжительности операции менее года:</u>

$$n = \frac{t}{K}$$

где n – срок ссуды в долях года

К – число дней в году (временная база)

t - срок операции в днях

Способы расчета :

1. Обыкновенные или коммерческие проценты с приближенным числом дней ссуды (360/360).

2. Обыкновенные или коммерческие проценты с точным числом дней ссуды (365/360).

3. Точные проценты с точным числом дней ссуды (365/365).

Простые проценты: наращение

Если процентные ставки не остаются неизменными во времени, то формула наращения:

$$S = P(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2 + \ldots + n_k i_k = P(1 + \sum_{k=1}^{k} n_k i_k)$$

где i_t - ставка простых процентов в интервале с номером t,

n_t – продолжительность интервала начисления по ставке i_t.

6.2.2. Расчет сложных процентов

Сложные проценты

Применение схемы сложных процентов целесообразно в тех случаях, когда интервал начисления не совпадает с периодом начисления и при этом проценты не выплачиваются по мере их начисления, а присоединяются к первоначальной сумме долга.

Сложные проценты: наращение

Наращенная сумма для сложных процентов:

$$S = P(1+i)^n$$

Где i – годовая ставка сложных процентов;

n – срок ссуды.

$k_{нар} = (1+i)^n$ – множитель (коэффициент) наращения.

Сложные проценты: наращение

Наращение процентов при переменной ставке:

$$S = P(1+i_1)^{n1}(1+i_2)^{n2}\ldots(1+i_k)^{nk}$$

$k_{нар} = (1+i_1)^{n1}(1+i_2)^{n2}\ldots(1+i_k)^{nk}$ - множитель наращения

Сложные проценты: наращение

Начисление процентов при дробном числе лет:

- общий метод:

$$S = P(1 + i)^n,$$

- смешанный метод:

$$S = P(1 + i)^a(1 + bi).$$

где $n = a + b$ - период начисления;

a - целое число лет;

b - дробная часть года.

Простые и сложные проценты: сопоставление

Через сколько лет сумма ссуды возрастет в N раз при данной процентной ставке?

а) для простых процентов $k_{нар} = (1+ni_{пр.}) = N$, откуда $n = (N-1) / i_{пр}$.

б) для сложных процентов $k_{нар} = (1+i_{сл.})^n = N$, откуда $n = \ln N / \ln(1+i_{сл})$

При N=2, получаем формулы удвоения:

а) для простых процентов $n = 1 / i_{пр}$,

б) для сложных процентов $n = \ln 2 / \ln(1+i_{сл})$

Если учесть , что $\ln 2=0,7$, а $\ln(1+i_{сл.})=i$, то $n=0,7/i$

Номинальная ставка

Номинальная ставка –

годовая ставка процентов, исходя из которой определяется величина ставки процентов в каждом интервале начисления, при начислении сложных процентов несколько раз в год.

$$S = P(1 + j/m)^{mn},$$

где j - номинальная годовая ставка процентов.

m – количество начислений в год

n – срок долга в годах.

Эффективная ставка

Эффективная ставка -

показывает, какая годовая ставка сложных процентов дает тот же финансовый результат, что и m-разовое наращение в год по ставке j/m.

Равенство для множителей наращения:

$$(1+i_э)^n = (1+j/m)^{mn},$$

где $i_э$ – эффективная ставка;

j – номинальная.

Тогда:

$$i_э = (1+j/m)^m – 1.$$

6.2.3. Дисконтирование и учет

Простые проценты: дисконтирование и учет

Расчет исходной суммы P по заданной наращенной сумме S называется дисконтированием суммы S.

Величина P, найденная путем дисконтирования, называется современной величиной или текущей стоимостью суммы S.

Процесс начисления и удержания процентов вперед, до наступления срока погашения долга, называют учетом.

Проценты в виде разности

$$D = S - P$$

называют дисконтом или скидкой.

Простые проценты: дисконтирование и учет

Виды дисконтирования:

1. Математическое дисконтирование по процентной ставке представляет собой решение задачи, обратной наращению первоначальной суммы. Если в прямой задаче

$$S = P(1 + ni)$$

то в обратной

$$P = \frac{S}{1 + ni}$$

$\frac{1}{1 + ni}$ - дисконтный множитель.

Простые проценты: дисконтирование и учет

<u>Виды дисконтирования:</u>

2. <u>Банковский учет</u> - вид дисконтирования, при котором, исходя из известной суммы в будущем, определяют сумму в данный момент времени, удерживая дисконт.

Для расчета процентов при банковском учете применяется учетная ставка:

$$d = \frac{(S-P)}{Sn}$$

Тогда размер дисконта, удерживаемого банком, равен:

$$D = Snd$$

а значит: $P = S - D = S - Snd = S(1 - nd)$

$(1 - nd)$ - дисконтный множитель.

Простые проценты: дисконтирование и учет

	Прямая задача	Обратная задача
Ставка наращения	$S = P(1+ni)$	$P = \dfrac{S}{1+ni}$
Учетная ставка	$P = S(1-nd)$	$S = \dfrac{P}{1-nd}$

Простые проценты: дисконтирование и учет

Если учету подлежит долговое обязательство, по которому предусматривается начисление процентов, то:

$$P_2 = P_1(1 + n_1 i)(1 - n_2 d),$$

где P_1 - первоначальная сумма долга;

P_2 - сумма, получаемая при учете обязательства;

n_1 - общий срок платежного обязательства;

n_2 - срок от момента учета до погашения.

Сложные проценты: дисконтирование и учет

При математическом учете решается задача, обратная наращению по сложным процентам. Тогда:

$$P = S/(1+i)^n = Sv^n$$

где $v^n = 1/(1+i)^n$ - учетный или дисконтный множитель.

Если проценты начисляются m раз в году, то:

$$P= S/(1+j/m)^{mn} = Sv^{mn}$$

где $v^{mn} = 1/(1+j/m)^{mn}$ – учетный или дисконтный множитель.

Сложные проценты: дисконтирование и учет

При банковском учете дисконтирование по сложной учетной ставке осуществляется по формуле

$$P = S(1 - d_{сл})^n$$

где $d_{сл}$ – сложная годовая учетная ставка.

Дисконт в этом случае определяется

$$D = S - P = S - S(1 - d_{сл})^n = S(1 - (1 - d_{сл})^n)$$

.