

Физика. Лекция 7.

Волновые процессы в механике

В.И. Читайкин
кандидат физико-математических наук
доцент

План лекции



	Наименование раздела	Количество слайдов
1	Характеристики волновых процессов	5
2	Уравнения волновых процессов	4
3	Энергия волновых процессов	3
4	Суперпозиция волн	4



1. Характеристики волновых процессов

1.1 Основные понятия

Условия возникновения и существования волн:

1. Сплошная среда (жидкая, газообразная, твёрдая), непрерывная в пространстве, с упругими свойствами (*при смещении возникает упругая сила, стремящаяся вернуть частицу среды в исходное положение*).
2. Наличие источника колебаний (как правило, точечный, гармонический).

Волновой процесс – это распространение колебаний частиц сплошной среды внутри этой упругой среды. Такие волны называются *упругими* или *механическими*.

Механическая (упругая) волна переносит (или распространяет) только энергию колебаний, переноса (распространения) вещества не происходит. Частицы среды колеблются возле своего положения равновесия.

1. Характеристики волновых процессов



1.2 Типы механических волн

- 1. Продольные волны** – частицы упругой сплошной среды колеблются *вдоль* направления распространения волны.
Продольные волны могут существовать в жидких и газообразных средах, а также в твёрдых телах.
- 2. Поперечные волны** – частицы упругой сплошной среды колеблются перпендикулярно (*поперёк*) направлению распространению волны.
Поперечные волны могут существовать только в твёрдых телах.



1. Характеристики волновых процессов

1.2 Типы механических волн (примеры)



1. Продольные волны



2. Поперечные волны



1. Характеристики волновых процессов

1.3 Гармоническая упругая волна

Гармоническая упругая волна – это волна, вызванная действием гармонического источника колебаний и распространяющаяся в бесконечной упругой сплошной среде с постоянными свойствами, в том числе, упругими.

Колебания частиц среды в гармонической упругой волне – *косинусоидальны*.

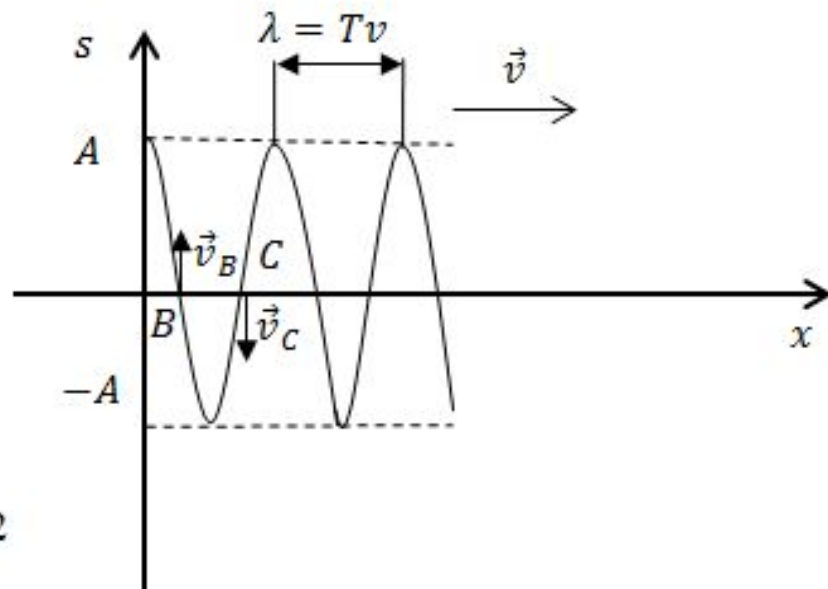


рис.2

Связь длины волны
с частотой колебаний в волне

$$\lambda = v \cdot T, \quad v = \frac{1}{T},$$

$$T = \frac{1}{v}$$

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$



1. Характеристики волновых процессов

1.4 Распространение волны (основные понятия)

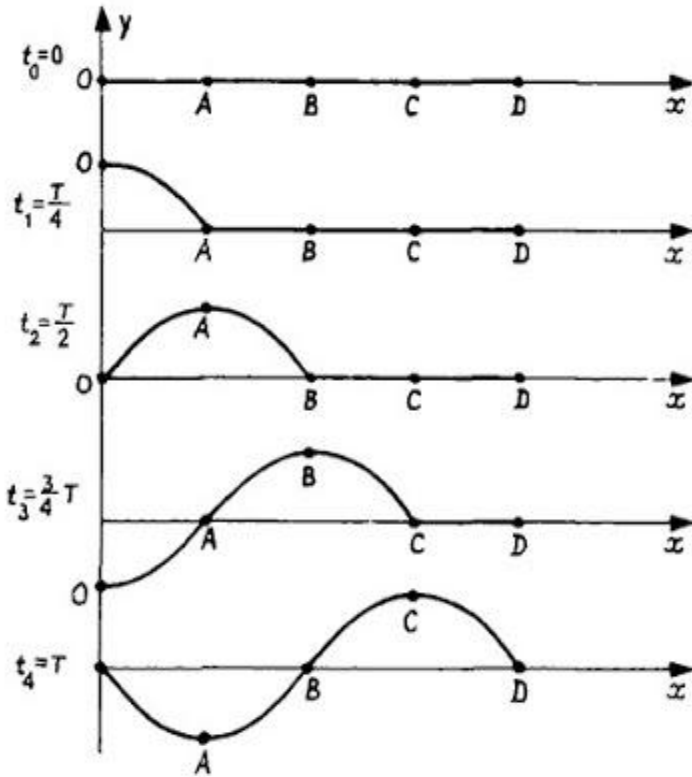
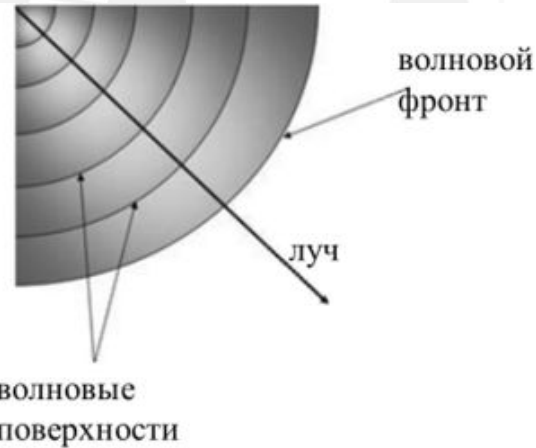


Рис. 4.5а



Рис. 4.5б



Волновой фронт – геометрическое место точек пространства, до которых дошли колебания частиц среды к моменту t .

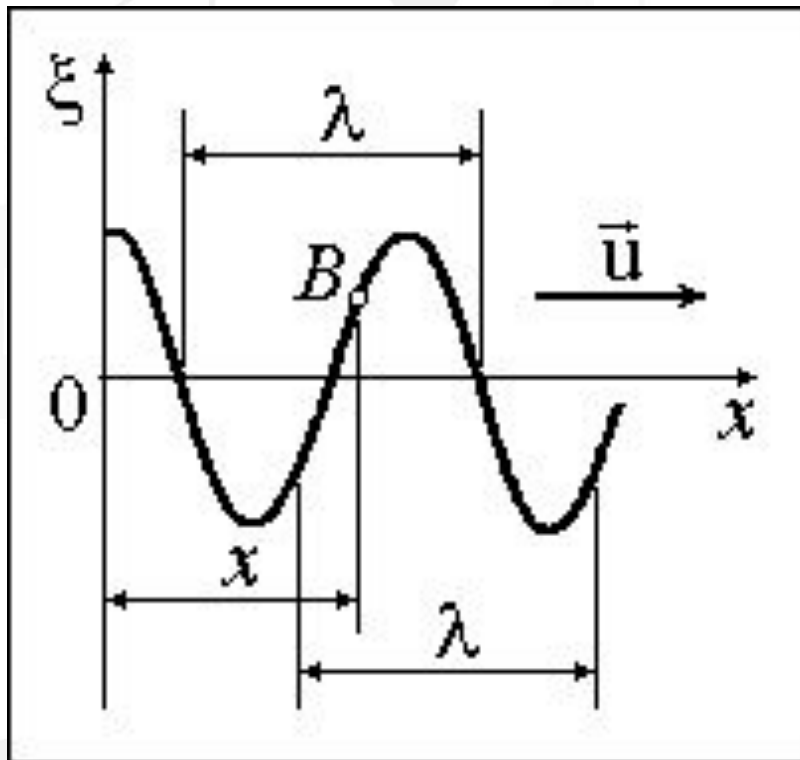
Волновая поверхность – геометрическое место точек пространства, в которых частицы среды колеблются в одинаковой фазе в фиксированный момент t .



2. Уравнения волновых процессов

2.1 Уравнение бегущей волны – это зависимость смещения колеблющейся частицы среды, расположенной в точке x пространства, от времени t .

Смещение частицы среды отсчитывается от положения её равновесия ($\xi = 0$)



Уравнение бегущей волны

источник:

$$\xi(0, t) = A \cos \omega t$$

точка, расположенная на расстоянии x
от источника колебаний в момент времени t :

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{V} \right)$$

$\Delta t = \frac{x}{V}$ – время, необходимое
для прохождения волной расстояния x

A – амплитуда

ω – циклическая частота

2. Уравнения волновых процессов



2.1 Уравнение бегущей волны (два основных случая)

Уравнение бегущей волны

- Плоская волна

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{V} \right)$$

x – расстояние от источника колебаний

r – расстояние от источника колебаний

- Сферическая волна

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{V} \right)$$

V – скорость распространения волны

Плоская волна распространяется **без уменьшения** амплитуды: $A = \text{Const}$.

Сферическая волна распространяется **с уменьшением** амплитуды,

т.е. с затуханием: $A = A_0 / r$.

2. Уравнения волновых процессов



2.1 Уравнение бегущей волны (общий вид, на примере *плоской* волны)

Одномерный (1D) случай

Уравнение бегущей волны

$$\xi(x, t) = A \cos(\underbrace{\omega t - kx + \varphi_0}_{\text{фаза волны}})$$

λ – длина волны – расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе

ξ – смещение частиц от положения равновесия
 ω – частота
 k – волновое число
 φ_0 – начальная фаза

$$\omega t - kx + \varphi_0 = \text{const}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v - \text{фазовая скорость волны}$$

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Пространственный (3D) случай

$$\xi(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0)$$

Вектор \vec{r} – радиус-вектор от источника колебаний в точку расположения частицы среды

Для сферической волны надо заменить амплитуду A на A_0 / r .

2. Уравнения волновых процессов



2.2 Волновое уравнение

Уравнение бегущей волны:

$$\xi(x, t) = A \cos(\underbrace{\omega t - kx + \varphi_0}_{\text{фаза волны}})$$

- это есть решение
волнового 1D-уравнения:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

*Проверяется прямым
дифференцированием*

Волновое 3D-уравнения:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

Связь основных параметров:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}$$

3. Энергия волновых процессов



3.1 Кинетическая и потенциальная энергия

Для бегущей волны: $\xi(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$

кинетическая ($W_k(x, t)$) и потенциальная ($W_p(x, t)$) энергии:

- равны друг другу в любой момент времени t и в любой точке пространства x ,
- колеблются строго синфазно (в одной фазе) друг с другом и, соответственно, с полной энергией $W(x, t) = W_k(x, t) + W_p(x, t)$.

При этом: $W_k(x, t) = W_p(x, t) = W(x, t)/2$.

3. Энергия волновых процессов



3.1 Удельная энергия

Полная удельная энергия: $w = \frac{dW_k + dW_p}{dV} = \frac{dW}{dV} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx + \phi_0)$

*(средняя энергия
волнового движения,
приходящаяся на единицу
объёма среды)*

где: ρ – плотность среды

$k = \omega / v$ – волновой вектор

dV – элементарный объём

Полная удельная энергия,
усреднённая по времени:
(T – период волны)

$$\langle w \rangle = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} w dt = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$$

3. Энергия волновых процессов



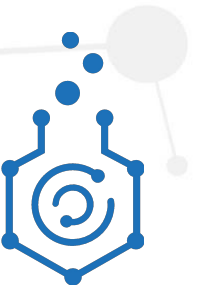
3.3 Вектор Умова

Вектор Умова – это вектор плотности потока энергии:

$$\mathbf{I} = \langle w \rangle \mathbf{v} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \mathbf{v}$$

Направление переноса энергии (т.е. направление вектора Умова) совпадает с направлением распространения волны: вектора \mathbf{I} и \mathbf{v} направлены одинаково.

4. Суперпозиция волн.



4.1 Принцип суперпозиции

Принцип суперпозиции волн, распространяющихся в среде:

- волны распространяется независимо друг от друга,
- смещение частицы среды есть геометрическая сумма смещений под действием каждой волны в отдельности.

4. Суперпозиция волн.

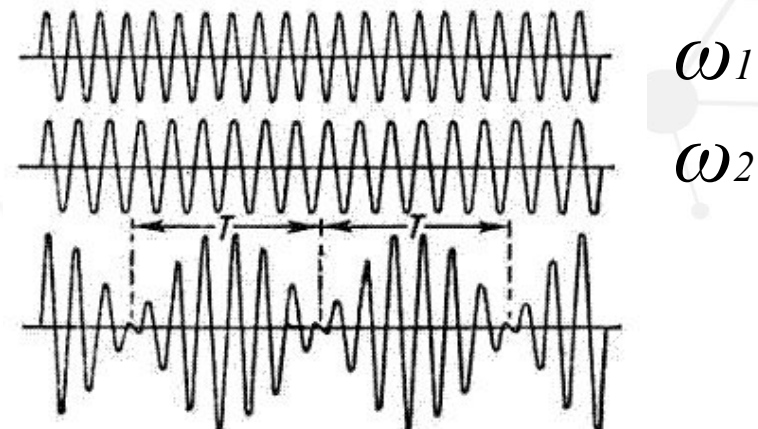
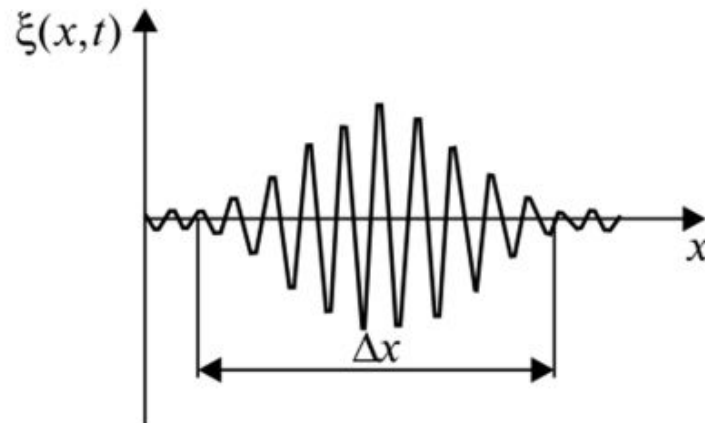


4.2 Волновой пакет

Волновой пакет образуется, когда две или более волн накладываются друг на друга и выполняются условия:

- волны распространяются в одном направлении,
- частоты волн близки друг к другу: $\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$, $\Delta\omega \ll \omega_1$.

Волновой пакет представляет собой «сгусток» или череду «сгустков» волн:



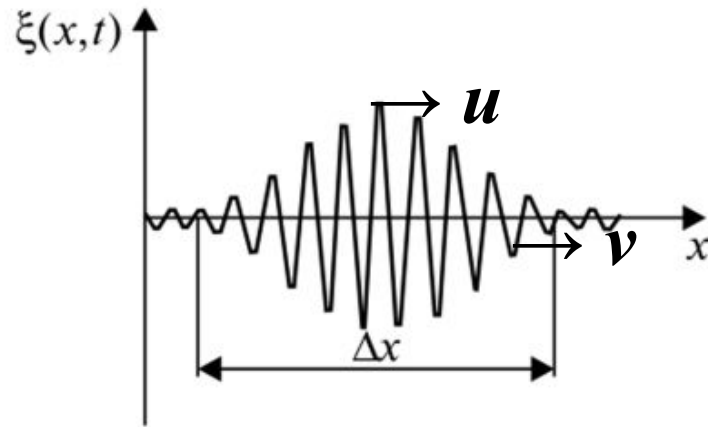
4. Суперпозиция волн.



4.3 Групповая и фазовая скорости волнового пакета

Групповая скорость – это скорость движения самого волнового пакета, как правило, точки его максимума: u

Фазовая скорость – это скорость движения частицы среды с какой-либо фиксированной фазой: v



$$u = d\omega / dk$$

$$v = \omega / k$$

$$u = v - \lambda (dv/d\lambda)$$

4. Суперпозиция волн



4.4 Стоячие волны

Стоячая волна (группа волн) образуется, как правило, при суперпозиции прямой и отражённой волн; при том волны

- распространяются в противоположных направлениях,

-обладают равными частотами: $\omega_1 = \omega_2$.

В стоячей волне расположение пучностей и узлов не меняется во времени.

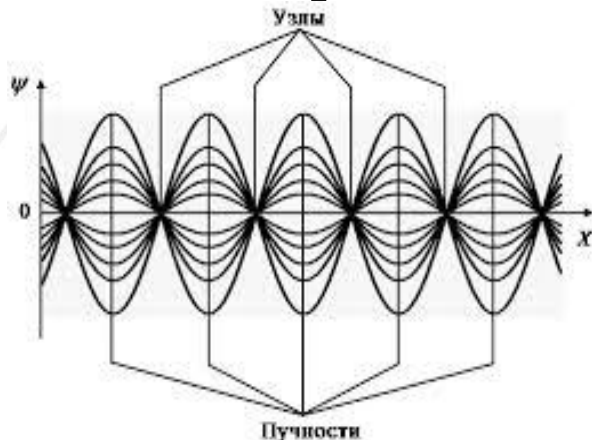


Рис. 6.2. Узлы и пучности стоячей волны

Координаты пучностей: $x = \pm (1/2) m \lambda$

Координат узлов: $x = \pm (1/2) (m + 1/2) \lambda$

$m = 0, 1, 2, 3 \dots$



Спасибо за внимание