

ЭНЕРГИЯ

ЭНЕРГИЯ

При решении задач в механике наряду с «силовым подходом», основанным на законах Ньютона, применяют «энергетический подход», использующий **законы изменения энергии**.

Энергия—универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

С различными формами движения материи связывают различные **формы энергии**:

- Механическая;
- Тепловая;
- электромагнитная
- ядерная и др.

ЭНЕРГИЯ

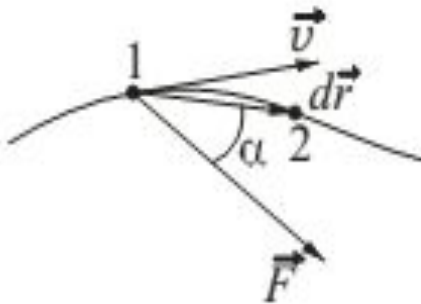
В одних явлениях форма движения материи не изменяется (например, горячее тело нагревает холодное), в других переходит в иную форму (например, в результате трения механическое движение превращается в тепловое).

Но существенным является то, *что во всех случаях энергия, отданная (в той или иной форме) одним телом другому телу, равна энергии, полученной последним телом.*

ЭНЕРГИЯ

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел.

Чтобы количественно характеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике вводится понятие *работы силы*.



Пусть в некоторый момент времени на тело действует сила \vec{F} , под действием которой тело совершает перемещение $d\vec{r}$

РАБОТА

Элементарной работой (δA) называется скалярная физическая величина, равная скалярному произведению силы \vec{F} на элементарное перемещение $d\vec{r}$ точки приложения силы

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r}.$$

В скалярном виде: $\delta A = F dr \cos \alpha,$

где α – угол между направлениями силы и перемещения;

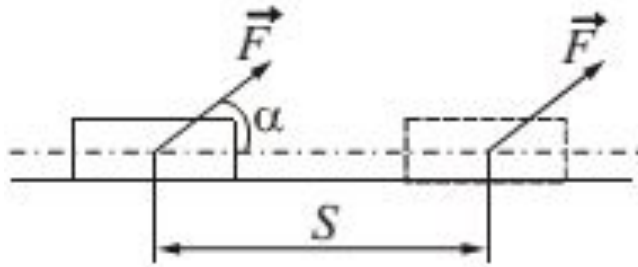
$$[A] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж} \text{ (джоуль)}.$$

Работа на конечном перемещении равна

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} d\vec{r}.$$

РАБОТА

Если движение прямолинейное, а сила не меняется ни по модулю, ни по направлению ($\vec{F} = \text{const}$), то работа рассчитывается по формуле:



$$A = FS \cos \alpha.$$

Проанализируем уравнение:

1. Работа может быть как положительной, так и отрицательной:
если $0 < \alpha < \pi/2$ – угол острый, работа положительна;
 $\pi/2 < \alpha < \pi$ – угол тупой, работа отрицательна

Например, работа силы трения отрицательна, так как сила трения направлена против перемещения

2. Сила не совершает работы: ($d\vec{r} = 0$);

а) если тело покоится

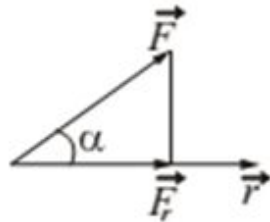
б) если направление силы \vec{F} перпендикулярно направлению перемещения $d\vec{r}$ ($\alpha = \pi/2$)

Например, центростремительные силы работы не совершают, так как $\vec{F} \perp d\vec{r}$.

Графическое представление работы

Работу можно вычислить графически.

1. Рассмотрим случай, когда $\vec{F} = \text{const}$. Проекция силы \vec{F} на заданное направление \vec{r} (рис. 7.3) равна:



$$F \cos \alpha = F_r$$

График зависимости проекции F_r от r представляет собой прямую линию (рис. 7.4). Найдем работу

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r \cdot dr = F_r (r_2 - r_1) = F_r \cdot S.$$

Рисунок 7.3

Очевидно, что работа постоянной силы равна площади заштрихованного прямоугольника (рис. 7.4).

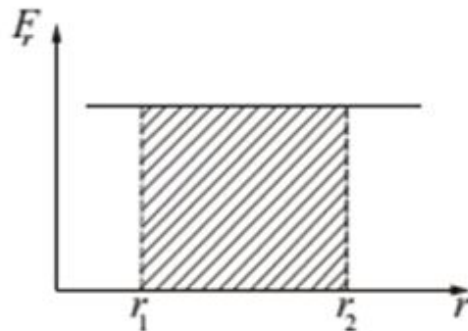


Рисунок 7.4

Графическое представление работы

2. Если $\vec{F} \neq \text{const}$, то график зависимости проекции F_r от r представляет собой некоторую кривую (рис.7.5). Элементарная работа δA равна площади узкой заштрихованной полоски

$$\delta A = F_r dr .$$

Работа на конечном перемещении

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr$$

будет изображаться площадью криволинейной трапеции

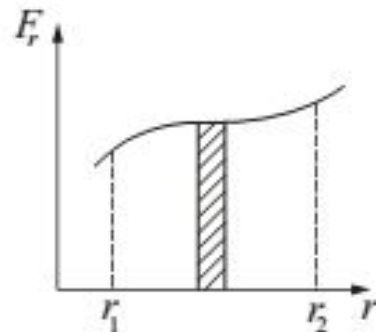


Рисунок 7.5

Мощность

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие **мощности**:

Мощность (N) – скалярная физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы и численно равная работе, совершаемой за единицу времени.

Различают **мгновенную** мощность и **среднюю** мощность.

Средняя мощность – физическая величина, численно равная отношению работы, совершенной за некоторый промежуток времени Δt , к величине этого промежутка времени

$$\langle N \rangle = \frac{A}{\Delta t}.$$

Из данной формулы видно, что если работа пропорциональна времени, $A \sim \Delta t$, то мощность постоянна

Мощность

В большинстве случаев мощность зависит от времени $N = f(t)$.

В связи с этим вводится в рассмотрение понятие **мгновенная мощность**, которая определяется как первая производная от работы по времени:

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad \delta A = \vec{F} d\vec{r}, \text{ получим} \quad N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v}$$

Мгновенная мощность равна скалярному произведению силы на скорость тела.

В системе СИ мощность измеряется в ваттах(Вт).

Эффективность работы принято характеризовать **коэффициентом полезного действия(КПД)**.

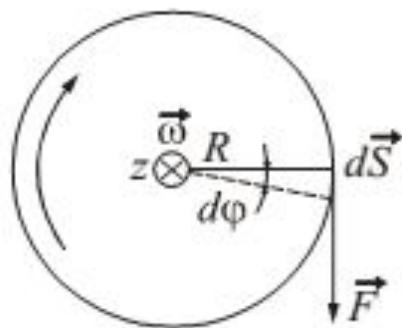
$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\%,$$

где $A_{\text{п}}$ – полезная работа;
 $A_{\text{затр}}$ – затраченная работа.

Работа и мощность при вращательном движении

Рассмотрим вращение твердого тела относительно неподвижной оси под действием силы, направленной по касательной к окружности.

Элементарная работа, совершаемая при повороте на угол $d\varphi$



$$\delta A = M d\varphi,$$

Проинтегрировав данную формулу, можно найти работу, совершаемую при повороте вращающегося тела на угол $\varphi_2 - \varphi_1$

$$A_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi.$$

Если $M = \text{const}$, то

$$A = M\varphi.$$

Работа и мощность при вращательном движении

Разделив работу на время dt , за которое тело повернулось на угол $d\varphi$, получим мощность, развиваемую силой F :

$$N = \frac{\delta A}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt} = M\omega,$$

$$N = M\omega,$$

где ω – угловая скорость.

Энергия. Закон сохранения энергии

Энергия– это единая мера всех форм движения материи и типов взаимодействия материальных объектов.

Понятие энергии связывает воедино все явления природы.

В соответствии с различными формами движения материи рассматривают различные виды энергии: механическую, внутреннюю, электромагнитную, ядерную.

Механическая энергия бывает двух видов:

- кинетическая
- потенциальная.

Кинетическая энергия

Кинетическая энергия (или энергия движения) – часть механической энергии, которая определяется массой и скоростью материальной точки(тела).

Обозначается кинетическая энергия через W_k и численно равна половине произведения массы тела на квадрат скорости:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

Изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на тело.

$$A = \Delta W_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Данное выражение называется теоремой об изменении кинетической энергии

Кинетическая энергия

Свойства кинетической энергии:

- Кинетическая энергия— величина скалярная.
- Кинетическая энергия— величина положительная.
- Кинетическая энергия— величина относительная, т.к. скорость зависит от выбора системы отсчета.
- Кинетическая энергия— величина аддитивная. Это означает, что кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий частиц (тел), входящих в систему.

Кинетическая энергия

Энергия, которой обладает твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс тела, называется ***кинетической энергией вращательного движения этого тела.***

Эта энергия складывается из кинетических энергий материальных точек, составляющих тело, и определяется соотношением:

$$W_{\text{к}}^{\text{вр}} = \frac{J\omega^2}{2}$$

где J – момент инерции тела, ω – угловая скорость вращения.

Для вращательного движения также справедлива теорема об ***изменении кинетической энергии:***

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}.$$

Кинетическая энергия

При плоском движении тело участвует в двух движениях: поступательном и вращательном.

В этом случае полная кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий поступательного и вращательного движений и рассчитывается по формуле:

$$W_k = W_k^{\text{пост}} + W_k^{\text{вр}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где v – скорость поступательного движения центра масс;

ω – угловая скорость относительно оси, проходящей через центр масс.

Консервативные и неконсервативные силы

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется лишь конечным и начальным положением тела, называют **консервативными**, а их поля— **потенциальными**.

Примеры консервативных сил: гравитационные, упругие, кулоновские.

Силы, работа которых зависит от формы траектории, называют **неконсервативными** или **диссипативными**, а их поля— **непотенциальными**.

Примеры неконсервативных сил: силы сухого и вязкого трения, силы сопротивления, силы давления газа, силы вихревого электрического поля; силы, развиваемые какими-либо «источниками» сил(машинами, двигателями и т.д.).

Тела, находясь в потенциальном поле сил, обладают потенциальной энергией

Работа и потенциальная энергия

Тела взаимодействуют между собой с различными силами.

Понятие *потенциальной энергии* применимо только к **консервативным силам**.

В курсе механики рассматривают следующие виды потенциальной энергии.

1. Потенциальная энергия упруго деформированной пружины(тела).

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}.$$

где k – жесткость пружины(коэффициент жесткости);

x – абсолютное удлинение пружины(величина деформации).

При упругой деформации совершается работа:

$$A = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right).$$

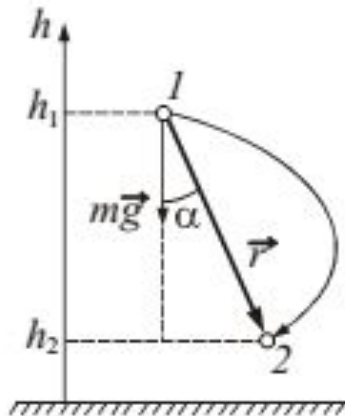
Работа и потенциальная энергия

2. Потенциальная энергия материальной точки поле силы тяжести Земли.

Материальная точка(тело) массой m , находящееся на высоте h над поверхностью Земли, обладает потенциальной энергией:

$$W_{\text{п}} = mgh .$$

При перемещении материальной точки по произвольной траектории из точки **1** в точку **2** совершается работа



$$A = mg(h_1 - h_2) = -(mgh_2 - mgh_1)$$

Работа и потенциальная энергия

Свойства потенциальной энергии:

1. Потенциальная энергия может быть только взаимной: она в одинаковой степени характеризует оба взаимодействующих тела. Однако эту энергию часто приписывают одному из тел. Например, говорят о потенциальной энергии поднятого над Землей тела. Так поступают для удобства анализа.
2. Численное значение потенциальной энергии зависит от выбора начала ее отсчета
3. Потенциальная энергия может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Это связано с произвольностью выбора начала отсчета.
4. Состояние взаимодействующих тел можно описать потенциальной энергией только в том случае, если между телами действуют консервативные силы.

Закон сохранения механической энергии

Материальная точка может одновременно обладать и кинетической, и потенциальной энергией.

Сумма кинетической и потенциальной энергий точки называется ее *полной механической энергией W* .

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}}$$

Согласно закону сохранения механической энергии

Полная механическая энергия замкнутой системы материальных точек (тел), между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной

$$W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \text{const}$$

Закон сохранения механической энергии

Действие неконсервативных сил (например, сил трения) уменьшает механическую энергию системы.

Такой процесс называется диссипацией («рассеяние») энергии.

Силы, приводящие к диссипации энергии, называются диссипативными.

При диссипации энергии механическая энергия системы преобразуется в другие виды энергии (например, во внутреннюю энергию).

Преобразование идет в соответствии со всеобщим законом природы—законом сохранения энергии.

Закон сохранения энергии применим ко всем без исключения процессам в природе.

Его можно сформулировать следующим образом.

Полная энергия изолированной системы всегда остается постоянной, энергия лишь переходит из одной формы в другую.

Соударение тел

Предельными, идеализированными видами соударений являются **абсолютно неупругий** и **абсолютно упругий** удары.

Абсолютно неупругим называется удар, при котором потенциальная энергия упругой деформации не возникает; кинетическая энергия тел частично или полностью переходит во внутреннюю.

После удара тела движутся с одинаковой скоростью (т.е. как одно тело) или покоятся.

При таком ударе выполняется только закон сохранения импульса. Механическая энергия не сохраняется— она частично или полностью переходит во внутреннюю.

Соударение тел

Абсолютно упругим называется удар, при котором полная механическая энергия тел сохраняется.

Сначала кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации.

Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга.

В итоге потенциальная энергия снова переходит в кинетическую и тела разлетаются.

При таком ударе выполняются закон сохранения механической энергии и закон сохранения импульса

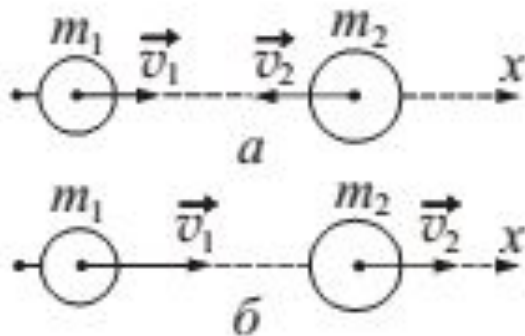
Соударение тел

Рассмотрим центральный удар двух однородных шаров.

Удар называется центральным, если шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры.

Предположим, что шары движутся поступательно (т.е. не вращаясь), и что они образуют замкнутую систему.

Обозначим массы шаров через m_1 и m_2 , скорости шаров до удара \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , после удара \vec{u}_1 и \vec{u}_2



Соударение тел

1. Абсолютно неупругий удар.

По закону сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

где \vec{u} – общая скорость шаров после удара.

Отсюда

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Соударение тел

2. Абсолютно упругий удар.

Запишем закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Решив полученную систему уравнений, найдем скорости шаров после удара.

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2 \vec{v}_2 + (m_1 - m_2) \vec{v}_1}{m_1 + m_2}.$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1 \vec{v}_1 + (m_2 - m_1) \vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Чтобы выполнить расчеты, необходимо спроецировать векторы скоростей на ось x . Если при расчете какая-то проекция скорости окажется отрицательной, то это означает, что вектор этой скорости направлен в сторону, противоположную направлению оси x .