

ЭНЕРГИЯ

# ЭНЕРГИЯ

При решении задач в механике наряду с «силовым подходом», основанным на законах Ньютона, применяют «энергетический подход», использующий **законы изменения энергии**.

**Энергия—универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.**

С различными формами движения материи связывают различные **формы энергии**:

- Механическая;
- Тепловая;
- электромагнитная
- ядерная и др.

# ЭНЕРГИЯ

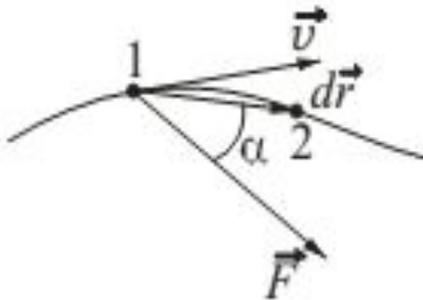
В одних явлениях форма движения материи не изменяется (например, горячее тело нагревает холодное), в других переходит в иную форму (например, в результате трения механическое движение превращается в тепловое).

Но существенным является то, *что во всех случаях энергия, отданная (в той или иной форме) одним телом другому телу, равна энергии, полученной последним телом.*

# ЭНЕРГИЯ

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел.

Чтобы количественно характеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике вводится понятие *работы силы*.



Пусть в некоторый момент времени на тело действует сила  $\vec{F}$ , под действием которой тело совершает перемещение  $d\vec{r}$

# РАБОТА

**Элементарной работой** ( $\delta A$ ) называется скалярная физическая величина, равная скалярному произведению силы  $\vec{F}$  на элементарное перемещение  $d\vec{r}$  точки приложения силы

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r}.$$

В скалярном виде:  $\delta A = F dr \cos \alpha,$

где  $\alpha$  – угол между направлениями силы и перемещения;

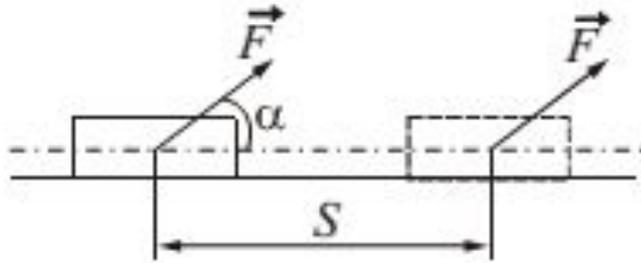
$$[A] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж (джоуль)}.$$

Работа на конечном перемещении равна

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} d\vec{r}.$$

# РАБОТА

Если движение прямолинейное, а сила не меняется ни по модулю, ни по направлению ( $\vec{F} = \text{const}$ ), то работа рассчитывается по формуле:



$$A = FS \cos \alpha.$$

Проанализируем уравнение:

1. Работа может быть как положительной, так и отрицательной:  
если  $0 < \alpha < \pi/2$  – угол острый, работа положительна;  
 $\pi/2 < \alpha < \pi$  – угол тупой, работа отрицательна

Например, работа силы трения отрицательна, так как сила трения направлена против перемещения

2. Сила не совершает работы: ( $d\vec{r} = 0$ );

а) если тело покоится

б) если направление силы  $\vec{F}$  перпендикулярно направлению перемещения  $d\vec{r}$  ( $\alpha = \pi/2$ )

Например, центростремительные силы работы не совершают, так как  $\vec{F} \perp d\vec{r}$ .

# Графическое представление работы

Работу можно вычислить графически.

1. Рассмотрим случай, когда  $\vec{F} = \text{const}$ . Проекция силы  $\vec{F}$  на заданное направление  $\vec{r}$  (рис. 7.3) равна:

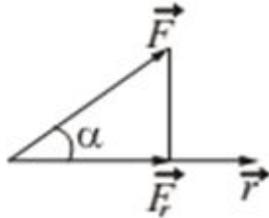


Рисунок 7.3

$$F \cos \alpha = F_r$$

График зависимости проекции  $F_r$  от  $r$  представляет собой прямую линию (рис. 7.4). Найдем работу

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r \cdot dr = F_r (r_2 - r_1) = F_r \cdot S.$$

Очевидно, что работа постоянной силы равна площади заштрихованного прямоугольника (рис. 7.4).

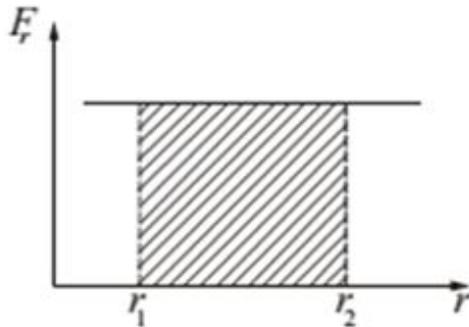


Рисунок 7.4

## Графическое представление работы

2. Если  $\vec{F} \neq \text{const}$ , то график зависимости проекции  $F_r$  от  $r$  представляет собой некоторую кривую (рис.7.5). Элементарная работа  $\delta A$  равна площади узкой заштрихованной полоски

$$\delta A = F_r dr .$$

Работа на конечном перемещении

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr$$

будет изображаться площадью криволинейной трапеции

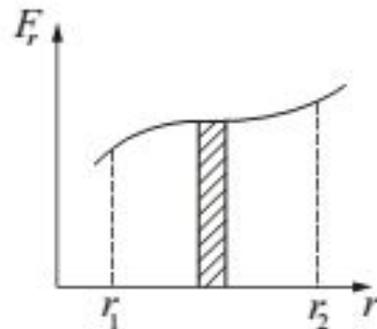


Рисунок 7.5

# Мощность

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие **мощности**:

**Мощность ( $N$ )** – скалярная физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы и численно равная работе, совершаемой за единицу времени.

Различают **мгновенную** мощность и **среднюю** мощность.

**Средняя мощность** – физическая величина, численно равная отношению работы, совершенной за некоторый промежуток времени  $\Delta t$ , к величине этого промежутка времени

$$\langle N \rangle = \frac{A}{\Delta t}.$$

Из данной формулы видно, что если работа пропорциональна времени,  $A \sim \Delta t$ , то мощность постоянна

## Мощность

В большинстве случаев мощность зависит от времени  $N = f(t)$ .

В связи с этим вводится в рассмотрение понятие **мгновенная мощность**, которая определяется как первая производная от работы по времени:

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad \delta A = \vec{F} d\vec{r}, \text{ получим} \quad N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v}$$

**Мгновенная мощность** равна скалярному произведению силы на скорость тела.

В системе СИ мощность измеряется в ваттах(Вт).

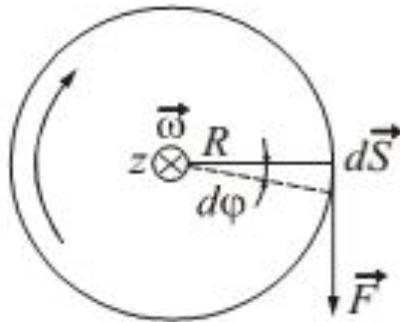
Эффективность работы принято характеризовать **коэффициентом полезного действия(КПД)**.

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\%,$$

где  $A_{\text{п}}$  – полезная работа;  
 $A_{\text{затр}}$  – затраченная работа.

## Работа и мощность при вращательном движении

Рассмотрим вращение твердого тела относительно неподвижной оси под действием силы, направленной по касательной к окружности. Элементарная работа, совершаемая при повороте на угол  $d\varphi$



$$\delta A = M d\varphi,$$

Проинтегрировав данную формулу, можно найти работу, совершаемую при повороте вращающегося тела на угол  $\varphi_2 - \varphi_1$

$$A_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi.$$

Если  $M = \text{const}$ , то

$$A = M\varphi.$$

## Работа и мощность при вращательном движении

Разделив работу на время  $dt$ , за которое тело повернулось на угол  $d\varphi$ , получим мощность, развиваемую силой  $F$ :

$$N = \frac{\delta A}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt} = M\omega,$$

$$N = M\omega,$$

где  $\omega$  – угловая скорость.

## Энергия. Закон сохранения энергии

*Энергия*– это единая мера всех форм движения материи и типов взаимодействия материальных объектов.

Понятие энергии связывает воедино все явления природы.

В соответствии с различными формами движения материи рассматривают различные виды энергии: механическую, внутреннюю, электромагнитную, ядерную.

Механическая энергия бывает двух видов:

- кинетическая
- потенциальная.

## Кинетическая энергия

**Кинетическая энергия** (или энергия движения) – часть механической энергии, которая определяется массой и скоростью материальной точки(тела).

Обозначается кинетическая энергия через  $W_k$  и численно равна половине произведения массы тела на квадрат скорости:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

**Изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на тело.**

$$A = \Delta W_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

*Данное выражение называется теоремой об изменении кинетической энергии*

## Кинетическая энергия

### *Свойства кинетической энергии:*

- Кинетическая энергия— величина скалярная.
- Кинетическая энергия— величина положительная.
- Кинетическая энергия— величина относительная, т.к. скорость зависит от выбора системы отсчета.
- Кинетическая энергия— величина аддитивная. Это означает, что кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий частиц (тел), входящих в систему.

## Кинетическая энергия

Энергия, которой обладает твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс тела, называется ***кинетической энергией вращательного движения этого тела.***

Эта энергия складывается из кинетических энергий материальных точек, составляющих тело, и определяется соотношением:

$$W_{\text{к}}^{\text{вр}} = \frac{J\omega^2}{2}$$

где  $J$  – момент инерции тела,  $\omega$  – угловая скорость вращения.

Для вращательного движения также справедлива теорема об ***изменении кинетической энергии:***

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}.$$

## Кинетическая энергия

При плоском движении тело участвует в двух движениях: поступательном и вращательном.

В этом случае полная кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий поступательного и вращательного движений и рассчитывается по формуле:

$$W_k = W_k^{\text{пост}} + W_k^{\text{вр}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где  $v$  – скорость поступательного движения центра масс;

$\omega$  – угловая скорость относительно оси, проходящей через центр масс.

## Консервативные и неконсервативные силы

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется лишь конечным и начальным положением тела, называют **консервативными**, а их поля— **потенциальными**.

*Примеры консервативных сил: гравитационные, упругие, кулоновские.*

Силы, работа которых зависит от формы траектории, называют **неконсервативными** или **диссипативными**, а их поля— **непотенциальными**.

*Примеры неконсервативных сил: силы сухого и вязкого трения, силы сопротивления, силы давления газа, силы вихревого электрического поля; силы, развиваемые какими-либо «источниками» сил(машинами, двигателями и т.д.).*

*Тела, находясь в потенциальном поле сил, обладают потенциальной энергией*

## Работа и потенциальная энергия

Тела взаимодействуют между собой с различными силами.

Понятие *потенциальной энергии* применимо только к *консервативным силам*.

В курсе механики рассматривают следующие виды потенциальной энергии.

*1. Потенциальная энергия упруго деформированной пружины(тела).*

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}.$$

где  $k$ – жесткость пружины(коэффициент жесткости);

$x$ – абсолютное удлинение пружины(величина деформации).

При упругой деформации совершается работа:

$$A = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right).$$

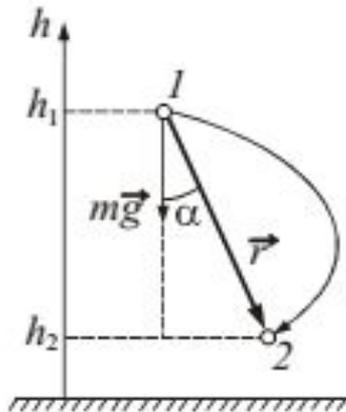
## Работа и потенциальная энергия

### 2. Потенциальная энергия материальной точки поле силы тяжести Земли.

Материальная точка(тело) массой  $m$ , находящееся на высоте  $h$  над поверхностью Земли, обладает потенциальной энергией:

$$W_{п} = mgh .$$

При перемещении материальной точки по произвольной траектории из точки **1** в точку **2** совершается работа



$$A = mg(h_1 - h_2) = -(mgh_2 - mgh_1)$$

## Работа и потенциальная энергия

### *Свойства потенциальной энергии:*

1. Потенциальная энергия может быть только взаимной: она в одинаковой степени характеризует оба взаимодействующих тела. Однако эту энергию часто приписывают одному из тел. Например, говорят о потенциальной энергии поднятого над Землей тела. Так поступают для удобства анализа.
2. Численное значение потенциальной энергии зависит от выбора начала ее отсчета
3. Потенциальная энергия может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Это связано с произвольностью выбора начала отсчета.
4. Состояние взаимодействующих тел можно описать потенциальной энергией только в том случае, если между телами действуют консервативные силы.

## Закон сохранения механической энергии

Материальная точка может одновременно обладать и кинетической, и потенциальной энергией.

Сумма кинетической и потенциальной энергий точки называется ее *полной механической энергией  $W$* .

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}}$$

Согласно закону сохранения механической энергии

*Полная механическая энергия замкнутой системы материальных точек (тел), между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной*

$$W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \text{const}$$

## Закон сохранения механической энергии

Действие неконсервативных сил (например, сил трения) уменьшает механическую энергию системы.

Такой процесс называется диссипацией («рассеяние») энергии.

Силы, приводящие к диссипации энергии, называются диссипативными.

При диссипации энергии механическая энергия системы преобразуется в другие виды энергии (например, во внутреннюю энергию).

Преобразование идет в соответствии со всеобщим законом природы—законом сохранения энергии.

Закон сохранения энергии применим ко всем без исключения процессам в природе.

Его можно сформулировать следующим образом.

***Полная энергия изолированной системы всегда остается постоянной, энергия лишь переходит из одной формы в другую.***

## Соударение тел

Предельными, идеализированными видами соударений являются **абсолютно неупругий** и **абсолютно упругий** удары.

**Абсолютно неупругим** называется удар, при котором потенциальная энергия упругой деформации не возникает; кинетическая энергия тел частично или полностью переходит во внутреннюю.

После удара тела движутся с одинаковой скоростью (т.е. как одно тело) или покоятся.

При таком ударе выполняется только закон сохранения импульса. Механическая энергия не сохраняется— она частично или полностью переходит во внутреннюю.

## Соударение тел

*Абсолютно упругим* называется удар, при котором полная механическая энергия тел сохраняется.

Сначала кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации.

Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга.

В итоге потенциальная энергия снова переходит в кинетическую и тела разлетаются.

При таком ударе выполняются закон сохранения механической энергии и закон сохранения импульса

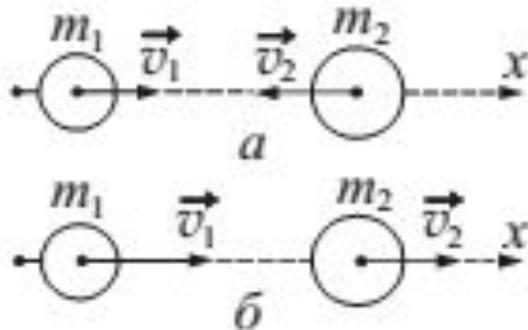
## Соударение тел

Рассмотрим центральный удар двух однородных шаров.

Удар называется центральным, если шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры.

Предположим, что шары движутся поступательно (т.е. не вращаясь), и что они образуют замкнутую систему.

Обозначим массы шаров через  $m_1$  и  $m_2$ , скорости шаров до удара  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ , после удара  $\vec{u}_1$  и  $\vec{u}_2$



## Соударение тел

### 1. Абсолютно неупругий удар.

По закону сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

где  $\vec{u}$  – общая скорость шаров после удара.

Отсюда

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

## Соударение тел

### 2. Абсолютно упругий удар.

Запишем закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Решив полученную систему уравнений, найдем скорости шаров после удара.

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2 \vec{v}_2 + (m_1 - m_2) \vec{v}_1}{m_1 + m_2}.$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1 \vec{v}_1 + (m_2 - m_1) \vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Чтобы выполнить расчеты, необходимо спроецировать векторы скоростей на ось  $x$ . Если при расчете какая-то проекция скорости окажется отрицательной, то это означает, что вектор этой скорости направлен в сторону, противоположную направлению оси  $x$ .