

Цели урока

1. *Обобщить виды и способы нахождения расстояний и углов в пространстве с помощью метода координат, используя учебные конспекты и справочные таблицы учебника.*
2. *Через решение на нахождение расстояний и углов в пространстве двумя способами (геометрическим и методом координат) сделать вывод о преимуществе второго для ряда задач этого блока.*
3. *Расширить представление о применении метода координат в решении стереометрических задач на построение сечений.*

Задача №1

На ребрах BB_1, AD, CD куба взяты соответственно точки B_2, P, Q – середины ребер. На диагонали A_1C_1 взята точка R_1 , такая что $A_1R_1 : A_1C_1 = 3:4$.

Считая ребро куба a , найти расстояние

a) B_2R_1

б) PF , где F середина R_1Q .

2. Найдем координаты нужных точек:

$$A_1^0(a; 0; 0), {}^R C(0; a; 0), B_1(0; 0; a), C_1(0; a; a),$$
 ~~$B(0; 0; 0), D(a; a; 0), A_1(a; 0; a)$~~

1. По формулам координат середины отрезка или введем систему координат.

За единицу измерения примем ребро куба a .

находим $\Phi_1(a/2; a/2; a)$, $P(a; a/2; 0)$,

$$R_1(a/4; \cancel{3a/4}; a), \quad B_2(0; 0; a/2),$$
 ~~$F(3a/8; 7a/8; a/2), Q(a/2; a; 0).$~~

3. Находим длину отрезка как расстояние между двумя точками по соответствующей формуле.

$$R_1 B_2 = \frac{a\sqrt{14}}{4}$$

$$PF = \frac{5a\sqrt{2}}{8}$$

Задача №2

Найти расстояние от центра грани CDD_1C_2 до плоскости (AB_1C) .

2. Найдем координаты нужных точек $A(1; 0; 0)$,
 $B(0; 0; 0)$, $C(0; 1; 0)$, $P(0,5; 1; 0,5)$.

Составим уравнение плоскости AB_1C по формуле
 (уравнение плоскости в отрезках).

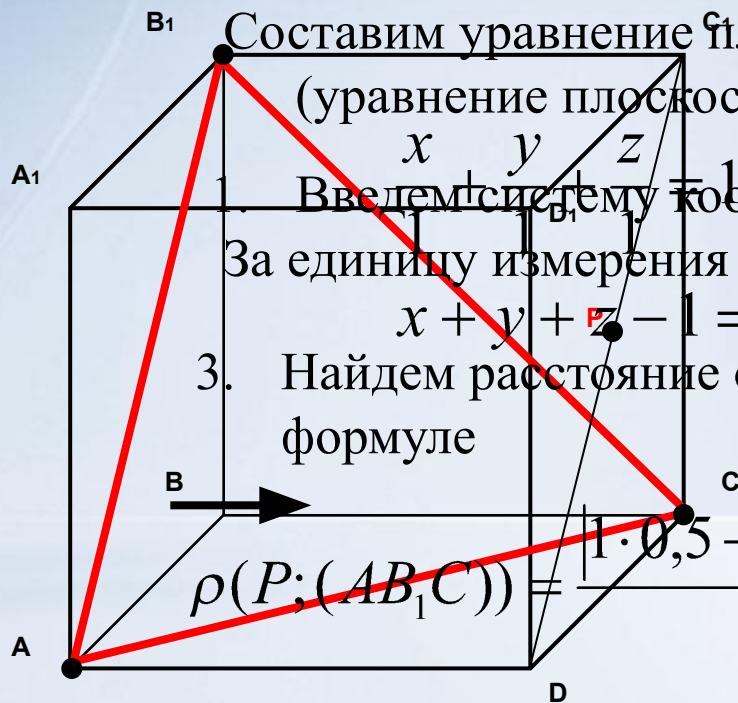
Введем систему координат.

За единицу измерения примем ребро куба 1.

$$x + y + z - 1 = 0.$$

3. Найдем расстояние от точки до плоскости по формуле

$$\rho(P; (AB_1C)) = \frac{|1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0,5 - 1|}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



Расстояния в пространстве

Расстояние между двумя точками А и В	$AB = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2}$
Расстояние от точки А до плоскости α	$\rho(A; \alpha) = \frac{ AX_0 + AY_0 + AZ_0 }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \text{ где } \vec{n}(A, B, C), \quad A(x_0; y_0; z_0)$
Расстояние от точки М до прямой а	1. Задать $\overrightarrow{MK} \perp a$, где K – основание перпендикуляра 2. Найти координаты K, используя условие: $\overrightarrow{MK} \cdot \vec{a} = 0$. 3. $\overrightarrow{MK} = \rho(M; a) = \sqrt{(X_M - X_K)^2 + (Y_M - Y_K)^2 + (Z_M - Z_K)^2}$
Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми а и в	1. Найти координаты некоторой точки $A \in a$. 2. Определить плоскость $\alpha \parallel a, \quad b \subset \alpha$. 3. $\rho(A; \alpha) = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$
Расстояние между параллельными плоскостями α и β	$\alpha : Ax + By + Cz + D_1 = 0$ $\beta : Ax + By + Cz + D_2 = 0$ $\rho(\alpha; \beta) = \frac{ D_2 - D_1 }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \quad \text{где } \vec{n}_\alpha = \vec{n}_\beta = \vec{n}, \quad \vec{n}(A; B; C)$

Углы в пространстве

Угол между прямыми a и b	$\cos \varphi = \frac{ a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 }{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}},$ где $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$ $\vec{b}(b_1, b_2, b_3)$
Угол между прямой a и плоскостью α	1. Найти координаты направляющего вектора прямой $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ 2. Написать уравнение плоскости и определить координаты $\vec{n}(A, B, C)$ 3. $\sin \varphi = \frac{ a_1 A + a_2 B + a_3 C }{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$
Угол между плоскостями α и β	1. Написать уравнения плоскостей α и β. 2. Определить координаты $\vec{n}_1(A_1, B_1, C_1); \vec{n}_2(A_2, B_2, C_2)$ 3. $\cos \varphi = \frac{ A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 }{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$

Задача №4

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB, AB:AD:AA_1=1:3:2$

Построить сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку D_1 и перпендикулярно прямой $B_1 D$.

2. Для построения сечения найдем координаты. Найдем координаты еще двух точек M и K , для чего:

а) Напишем уравнение искомой плоскости

1. Введем декартовы координаты с началом в точке D_1 .

Найдем координаты нужных точек.

$$\vec{n} = \vec{A_1 D_1} \times \vec{B_1 D_1} = (1; 0; 2) \times (0; 3; 0) = (0; 0; 3) + (1; 3; 0) = (1; 3; 0).$$

б) Найдем точки пересечения α с осями

координат и некоторыми ребрами куба.

$$\alpha \cap OY = N, N(0; Y_N; 0); 3Y_N - 6 = 0, Y_N = 2,$$

$$N(0; 2; 0)$$

$$\alpha \cap AD = K, K(1; Y_K; 0); 1 + 3Y_K - 6 = 0, Y_K = 5/3,$$

$$K(1; 5/3; 0)$$

