

Трехфазные цепи – наиболее распространенные в современной электроэнергетике. Это объясняется рядом их преимуществ по сравнению как с однофазными, так и с другими многофазными цепями:

- экономичность производства и передачи энергии по сравнению с однофазными цепями;
- возможность сравнительно простого получения кругового вращающегося магнитного поля, необходимого для трехфазного асинхронного двигателя;
- возможность получения в одной установке двух эксплуатационных напряжений – фазного и линейного.

**Трехфазная цепь состоит из трех основных элементов:** *трехфазного генератора*, в котором механическая энергия преобразуется в электрическую с трехфазной системой ЭДС; *линии передачи со всем необходимым оборудованием; приемников (потребителей)*, которые могут быть как трехфазными (например, трехфазные асинхронные двигатели), так и однофазными (например, лампы накаливания).

**Трехфазный генератор** представляет собой синхронную машину двух типов: турбогенератор и гидрогенератор

Если ЭС одной фазы (например, фазы А) принять за исходную и считать её начальную фазу равной нулю, то выражения мгновенных значений ЭДС можно записать в виде

(3.1)

$$e_A = E_m \sin \omega t,$$

$$e_B = E_m \sin (\omega t - 120^\circ),$$

$$e_C = E_m \sin (\omega t - 240^\circ) = E_m \sin (\omega t + 120^\circ).$$

$$e_A + e_B + e_C = 0$$

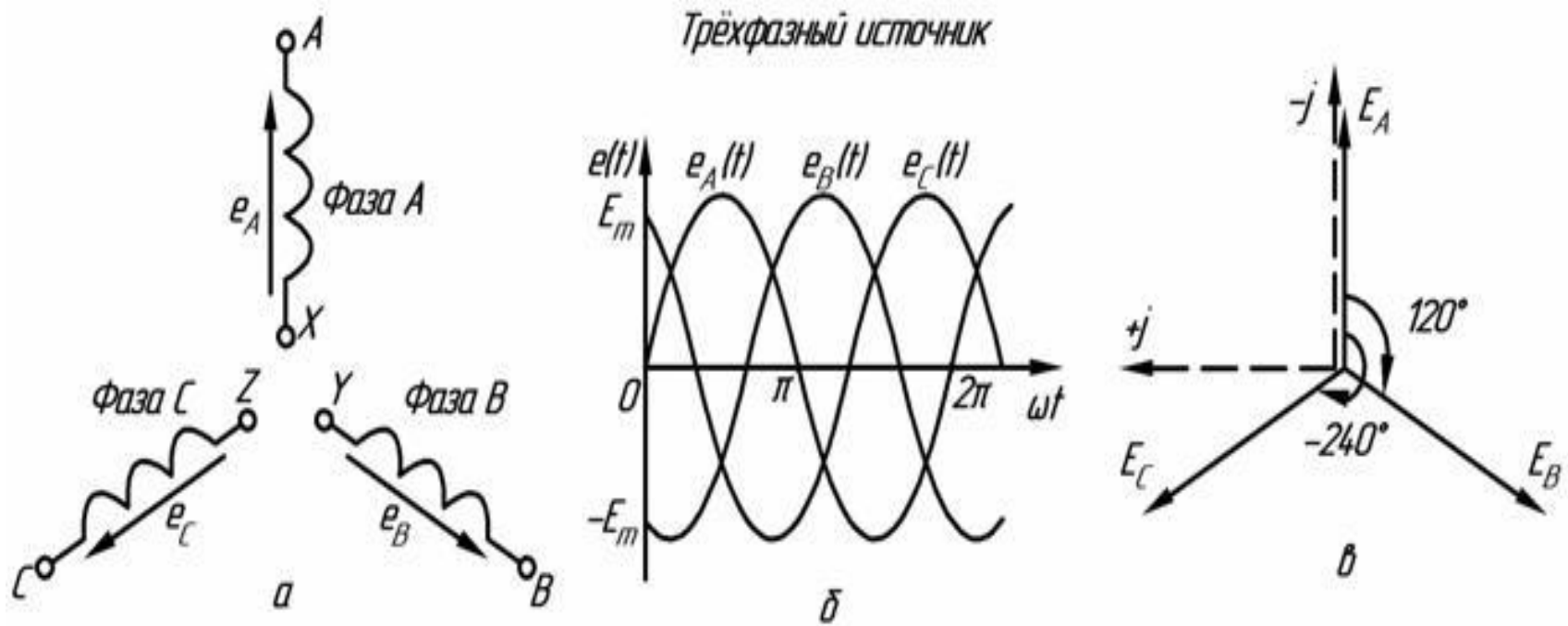


рис. 1. Трёхфазный источник

$$\mathbf{E}_A = \mathbf{E}_A \cdot e^{j0^\circ}$$

$$\mathbf{E}_B = \mathbf{E}_B \cdot e^{-j120^\circ}$$

$$\mathbf{E}_C = \mathbf{E}_C \cdot e^{-j240^\circ}$$

. Из векторных диаграмм рис 3.4 следует, что для симметричной трехфазной системы геометрическая сумма векторов ЭДС всех фаз равна нулю:

(3.4)

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0.$$

Временная последовательность, в которой ЭДС достигает сначала максимума в фазе А, затем в фазе В и потом в фазе С, называется прямой последовательностью чередования фаз.

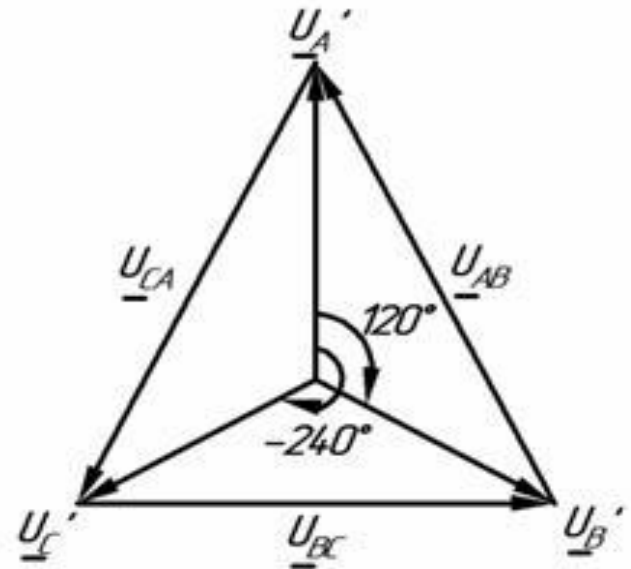
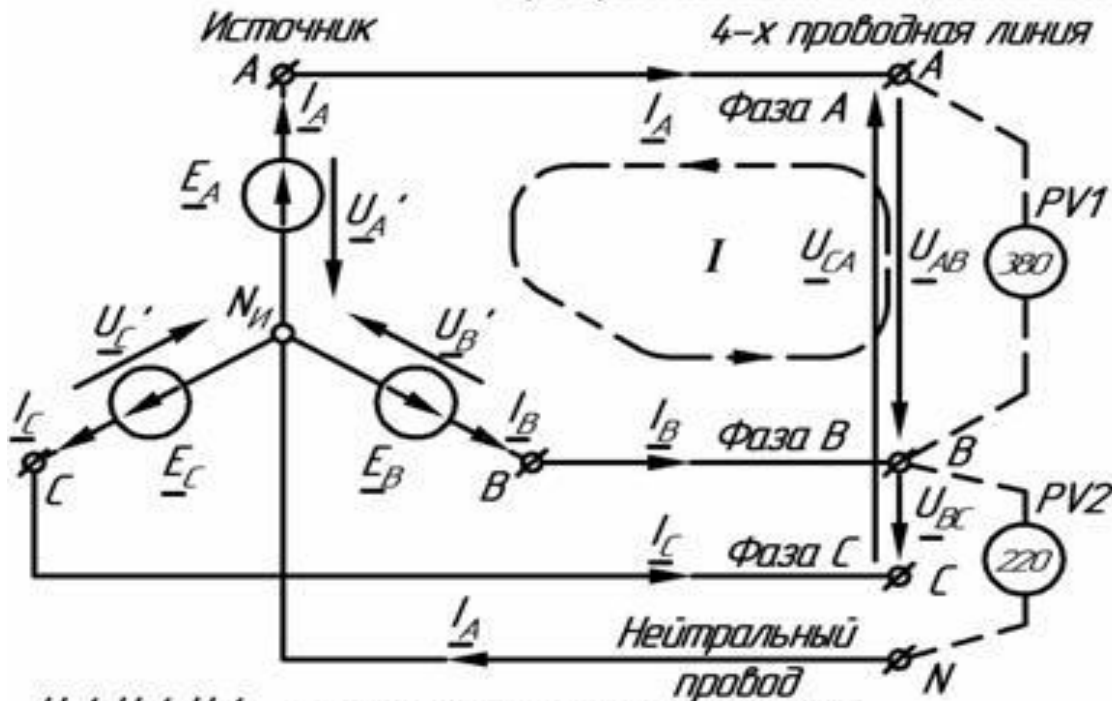
Обратная последовательность может быть получена, если, например, вместо фазы В использовать фазу С и наоборот. От последовательности чередования фаз зависит, в частности, направление вращения ротора двигателя.

**Способы соединения**  
**фаз трехфазного**  
**источника**

## Соединение фаз источника

При таком звездой соединении (рис. 2) концы фаз X, Y, Z объединяют в одну общую точку Ni, которая называется нейтральной (индекс «и» обозначает принадлежность нейтральной точки источнику).

*Трёхфазный источник (соединение звездой)*



$$U_L = \sqrt{3} U_\phi$$

$$I_L = I_\phi$$

$\underline{U}_A', \underline{U}_B', \underline{U}_C'$  - фазные напряжения источника

$\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$  - линейные напряжения      $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$  - линейные токи (они же - фазные)

Напряжения на фазах источника  $U_{\phi_A}$ ,  $U_{\phi_B}$  и  $U_{\phi_C}$ , а также токи  $I_{A'}$ ,  $I_{B'}$ ,  $I_{C'}$  в этих фазах принято называть **фазными**.

Напряжения

$U_{\phi_{AB'}}$ ,  $U_{\phi_{BC'}}$  и  $U_{\phi_{CA'}}$  между любыми двумя линейными проводниками, а также токи в них принято называть **линейными**.

Из рис. 2 видно, что при соединении звездой (I) линейные токи являются одновременно фазными. На этом же рисунке изображены принятые положительные направления ЭДС, токов и напряжений, а также векторная диаграмма линейных и фазных напряжений



на основании уравнений, составленных по П закону Кирхгофа для рассматриваемой цепи для контура I имеем:

$$U_{AB} = U\phi_A - U\phi_B$$

аналогично для других контуров:

$$U_{BC} = U\phi_B - U\phi_C$$

$$U_{CA} = U\phi_C - U\phi_A$$

Из элементарных геометрических свойств равностороннего треугольника, образованного векторами линейных напряжений, которые тоже сдвинуты на  $120^\circ$  относительно друг друга, видно, что при соединении фаз источника звездой (I) линейное напряжение в для контура I имеем:

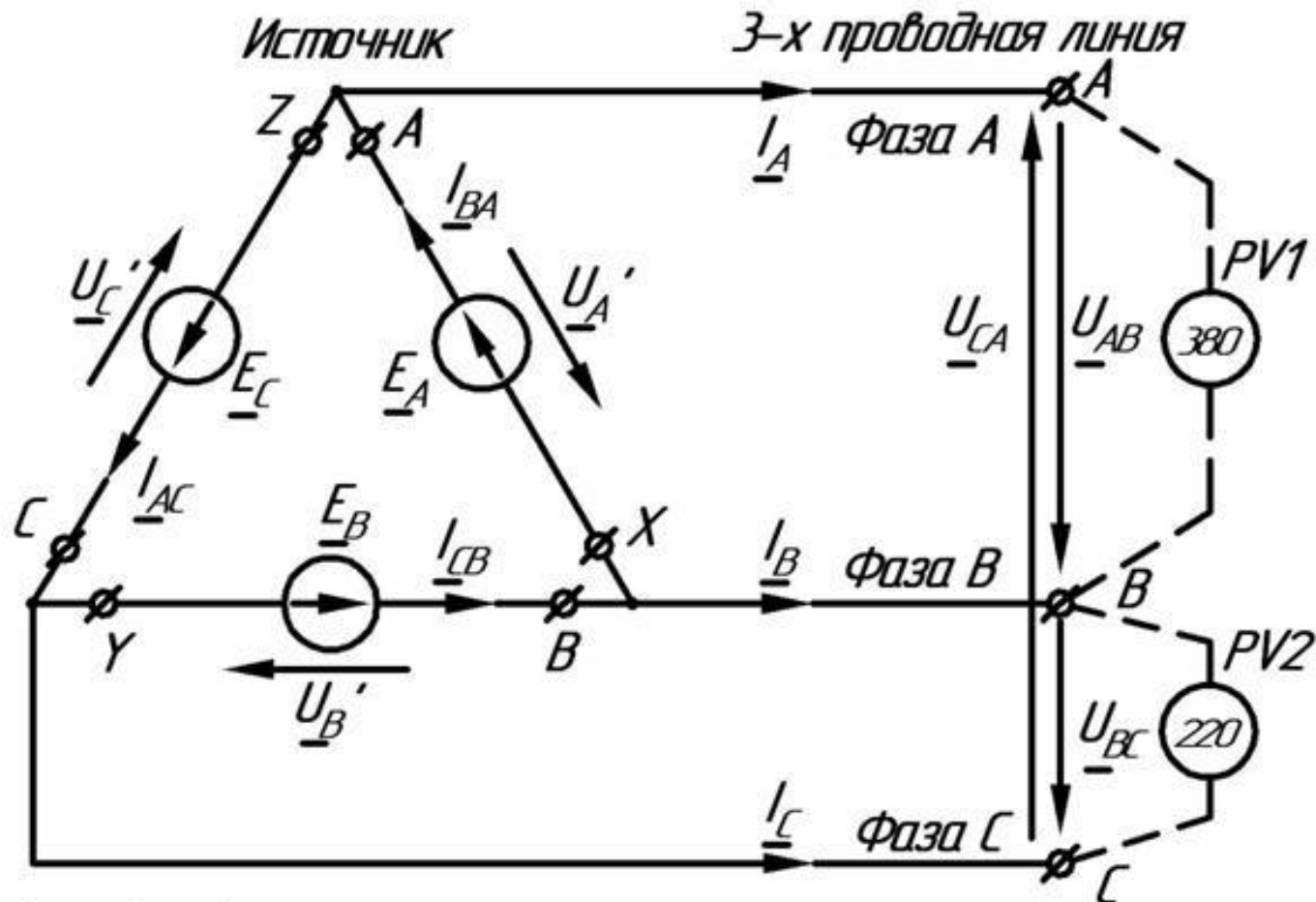
раз больше фазного, т.е.  $U_{л} = \sqrt{3} \cdot U_{\phi}$ . Таким образом, в четырехпроводной линии существуют две группы напряжений, отличающихся в  $\sqrt{3}$  раз:

Достоинством четырех  
проводной линии является то,  
что к ней возможно  
подключить однофазные  
потребителя, рассчитанные  
на различные напряжения  
(например, 380 В и 220

## Соединение фаз источника треугольником ( $\Delta$ ).

*Такой* способ соединения (рис. 3) реализуется, когда начало каждой фазы соединяют с концом предыдущей, соблюдая прямую последовательность чередования фаз А, В, С.

Трёхфазный источник (соединение треугольником)



$I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ ,  $I_{CA}$  - фазные токи источника

$U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  - линейные напряжения (они же фазные)

$I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  - линейные токи

рис. 3

Из схемы (рис. 3) видно, что при соединении фаз источника треугольником (D) линейные напряжения тождественно равны фазным.

При подключении к источнику трехфазного потребителя в линейных проводах возникнут

линейные токи  $I_{A'}$ ,  $I_{B'}$ ,  $I_{C'}$ , которые не будут равны фазным токам в обмотках источника

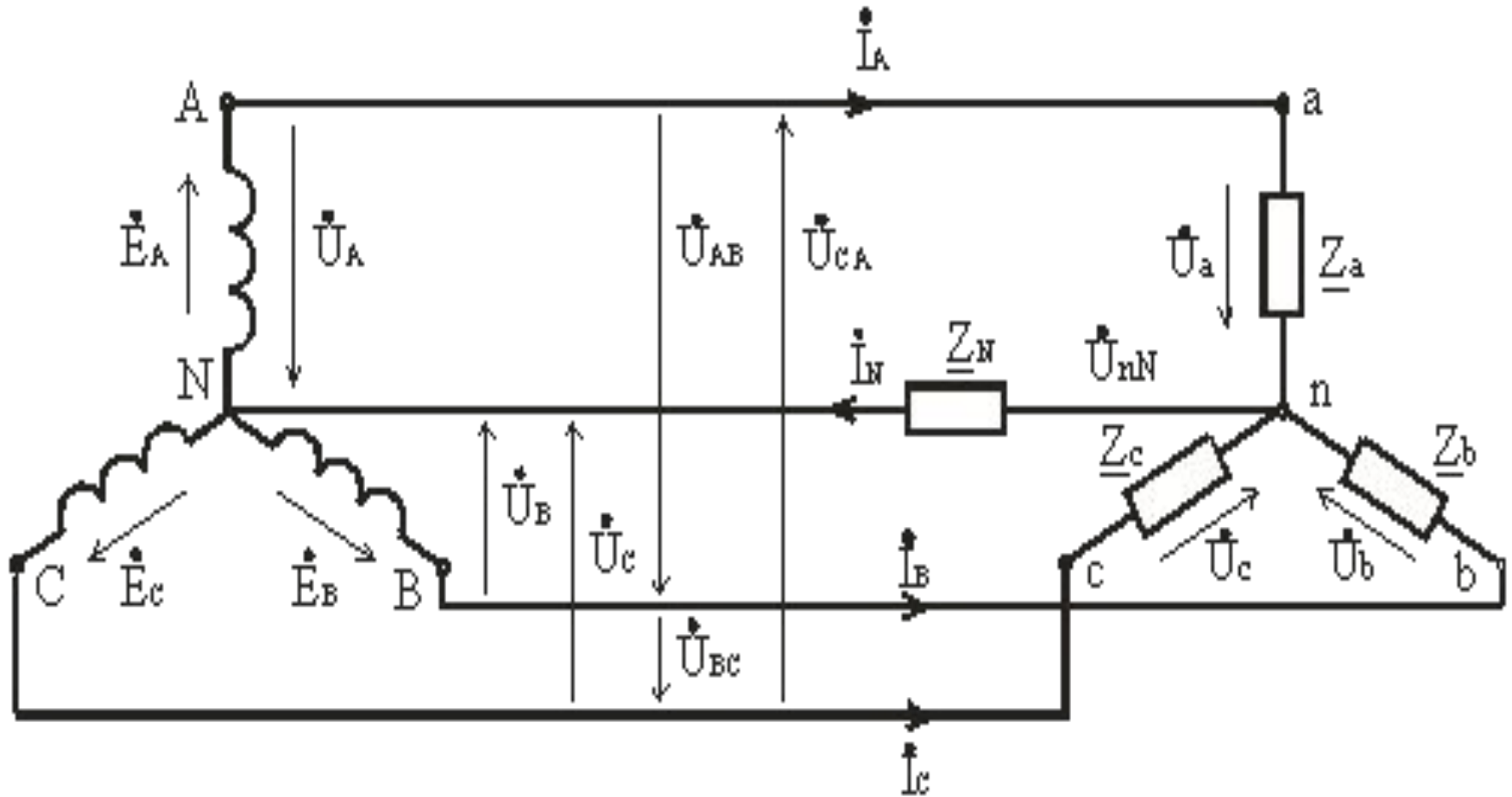
$I_{BA'}$ ,  $I_{CB}$  и  $I_{AC}$  (как в случае соединения звездой), а связаны с ними соотношениями, следующими

из 1 закона Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_{A'} &= I_{BA'} - I_{AC} \\ I_{B'} &= I_{CB} - I_{BA'} \\ I_{C'} &= I_{AC} - I_{CB} \end{aligned}$$

# Трехфазные потребители и способы их соединения

# Соединение фаз генератора и приемника звездой



Провода А-а, В-в и С-с, соединяющие начала фаз генератора и приемника, называются линейными, провод N-n, соединяющий точку N генератора с точкой n приемника, – нейтральным.

Трехфазная цепь с нейтральным проводом будет четырехпроводной, без нейтрального провода – трехпроводной.

- Фазные ( $I_\phi$ ) – это токи в фазах генератора и приемников.
- Линейные ( $I_\lambda$ ) – токи в линейных проводах.

При соединении в звезду фазные и линейные токи равны (3.5)  $I_\phi = I_\lambda$ .

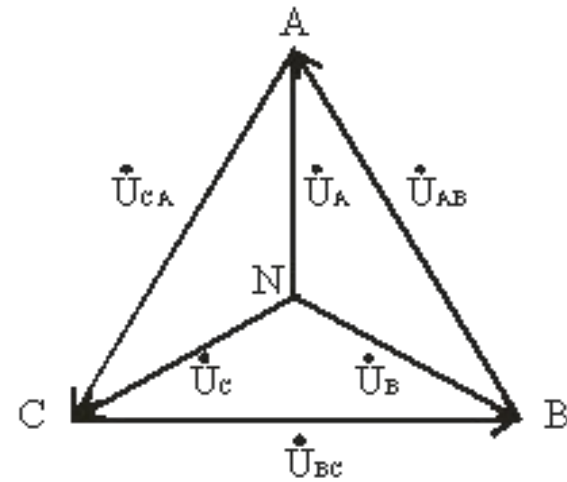
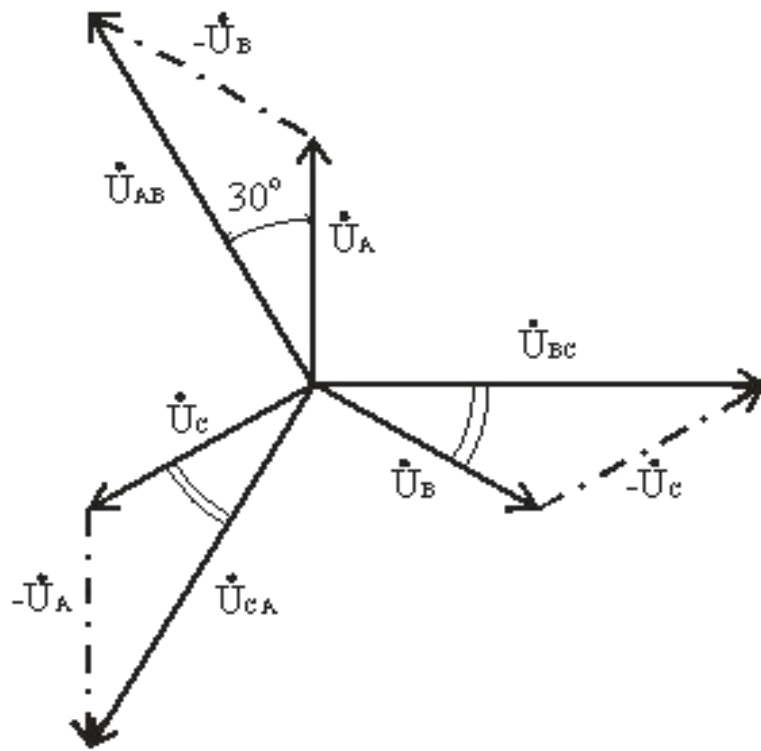
Ток, протекающий в нейтральном проводе, обозначают  $I_N$ .

По первому закону Кирхгофа для нейтральной точки n(N) имеем в комплексной форме (3.6)  $I_N = I_A + I_B + I_C$ .

В соответствии с выбранными условными положительными направлениями фазных и линейных напряжений можно записать уравнения по второму закону Кирхгофа. (3.7)

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$





Согласно этим <sup>а)</sup> выражениям на рис. 3.7а <sup>б)</sup> построена векторная диаграмма, из которой видно, что при симметричной системе фазных напряжений система линейных напряжений тоже симметрична:  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$  равны по величине и сдвинуты по фазе относительно друг друга на  $120^\circ$  (общее обозначение  $U_L$ ), и опережают, соответственно, векторы фазных напряжений  $U_A, U_B, U_C$ , ( $U_\Phi$ ) на угол  $30^\circ$ .

Действующие значения линейных напряжений можно определить графически по векторной диаграмме или по формуле (3.8), которая следует из треугольника, образованного векторами двух фазных и одного линейного напряжений:

$$U_{\text{л}} = 2 U_{\text{ф}} \cos 30^\circ$$

или

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}}. \quad (3.8)$$

**Предусмотренные** ГОСТом линейные и фазные напряжения для цепей низкого напряжения связаны между собой соотношениями:

$$U_{\text{л}} = 660 \text{ В}; U_{\text{ф}} = 380 \text{ В};$$

$$U_{\text{л}} = 380 \text{ В}; U_{\text{ф}} = 220 \text{ В};$$

$$U_{\text{л}} = 220 \text{ В}; U_{\text{ф}} = 127 \text{ В}.$$

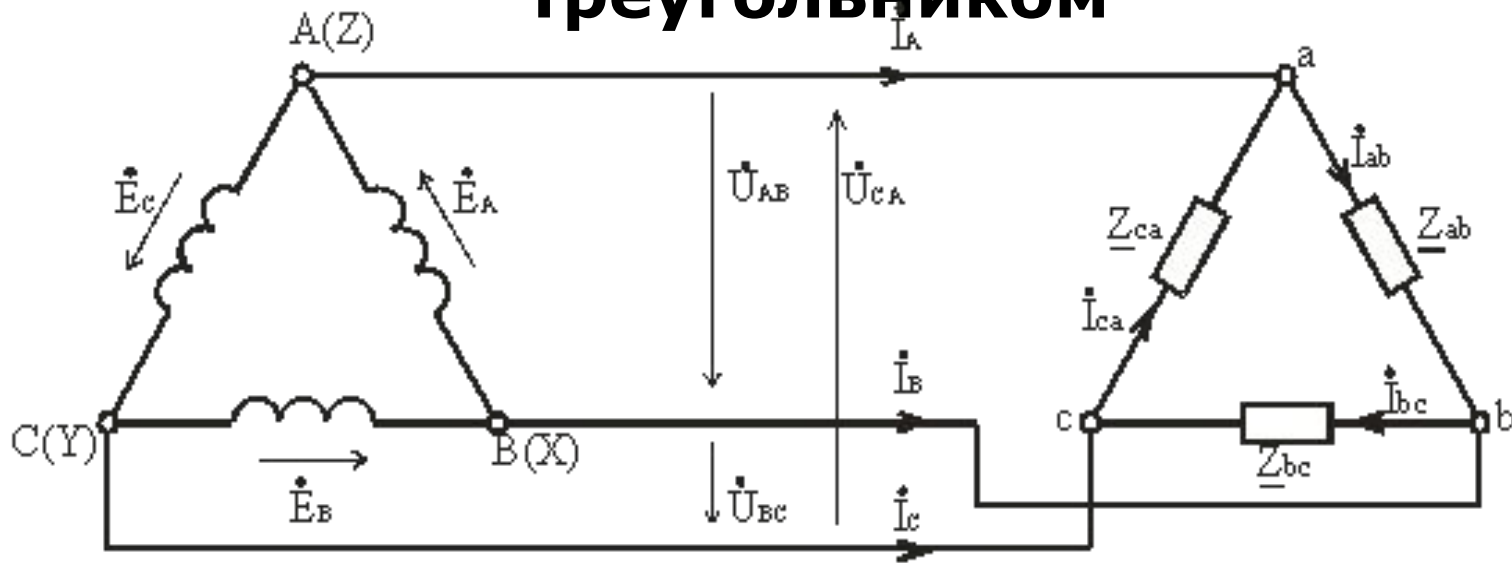
## Классификация приемников в трехфазной цепи

Приемники, включаемые в трехфазную цепь, могут быть либо однофазными, либо трехфазными. К однофазным приемникам относятся электрические лампы накаливания и другие осветительные приборы, различные бытовые приборы, однофазные двигатели и т.д. К трехфазным приемникам относятся трехфазные асинхронные двигатели и индукционные печи. Обычно комплексные сопротивления фаз трехфазных приемников равны между собой :

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = Ze^{j\varphi}.$$

Такие приемники называют симметричными. Если это условие не выполняется, то приемники называют несимметричными. При этом, если  $Z_a = Z_b = Z_c$ , то трехфазный приемник называют равномерным, если  $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c$ , то однородным.

# Соединение фаз генератора и приемника треугольником

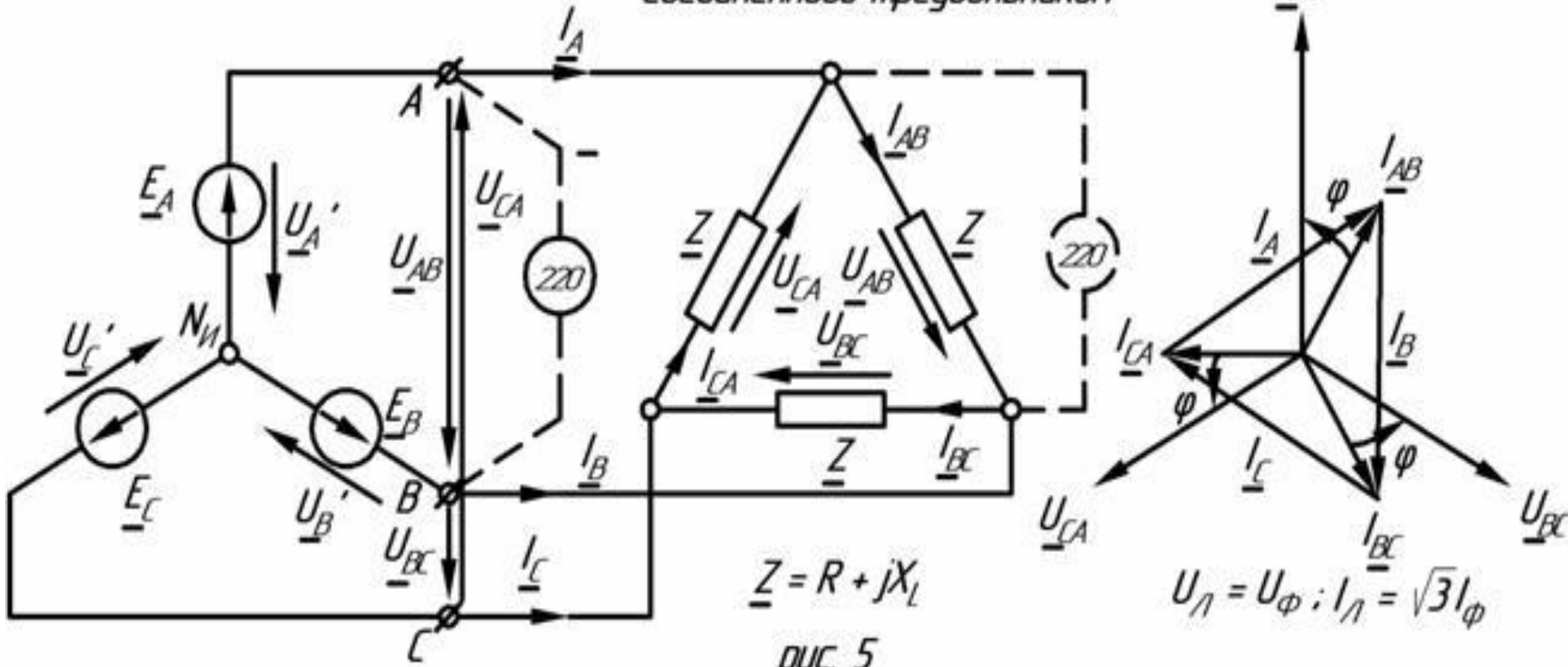


Соединение фаз источника в замкнутый треугольник возможно при симметричной системе ЭДС, так как (3.17)

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0.$$

Если соединение обмоток треугольником выполнено неправильно, т.е. в одну точку соединены концы или начала двух фаз, то суммарная ЭДС в контуре треугольника отличается от нуля и по обмоткам протекает большой ток. Это аварийный режим для источников питания, и поэтому недопустим.

Подключение трёхфазного потребителя, соединенного треугольником



$\underline{Z} = R + jX_L$   
рис. 5

Напряжение между концом и началом фазы при соединении треугольником – это напряжение между линейными проводниками. Поэтому при соединении треугольником линейное напряжение равно фазному напряжению.  $U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}$ , (3.18)

В отличие от соединения звездой при соединении треугольником фазные токи не равны линейным. Токи в фазах приемника определяются по формулам  $\dot{I}_{\text{ab}} = \dot{U}_{\text{ab}} / \underline{Z}_{\text{ab}}; \dot{I}_{\text{bc}} = \dot{U}_{\text{bc}} / \underline{Z}_{\text{bc}}; \dot{I}_{\text{ca}} = \dot{U}_{\text{ca}} / \underline{Z}_{\text{ca}}$ . Линейные токи можно определить по фазным, составив уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов а, b и с

$$\dot{I}_{\text{A}} = \dot{I}_{\text{ab}} - \dot{I}_{\text{ca}}; \dot{I}_{\text{B}} = \dot{I}_{\text{bc}} - \dot{I}_{\text{ab}}; \dot{I}_{\text{C}} = \dot{I}_{\text{ca}} - \dot{I}_{\text{bc}}. \quad (3.19)$$

Сложив левые и правые части системы уравнений, (3.20), получим (3.21)  $\dot{I}_{\text{A}} + \dot{I}_{\text{B}} + \dot{I}_{\text{C}} = 0$ , т.е. сумма комплексов линейных токов равна нулю как при симметричной, так и при несимметричной нагрузке.

# Четырехпроводная цепь

Для расчета трехфазной цепи применимы все методы, используемые для расчета линейных цепей.

Если полные комплексные сопротивления фаз приемника равны  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$ , то токи в каждой фазе можно определить по формулам (3.10)

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a; \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b; \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c.$$

В соответствии с первым законом Кирхгофа ток в нейтральном проводе (3.11)

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

# Симметричная нагрузка приемника

При симметричной системе напряжений и симметричной нагрузке, когда  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$ , т.е. когда  $R_a = R_b = R_c = R_\phi$  и  $X_a = X_b = X_c = X_\phi$ , фазные токи равны по значению и углы сдвига фаз одинаковы  
(3.12)

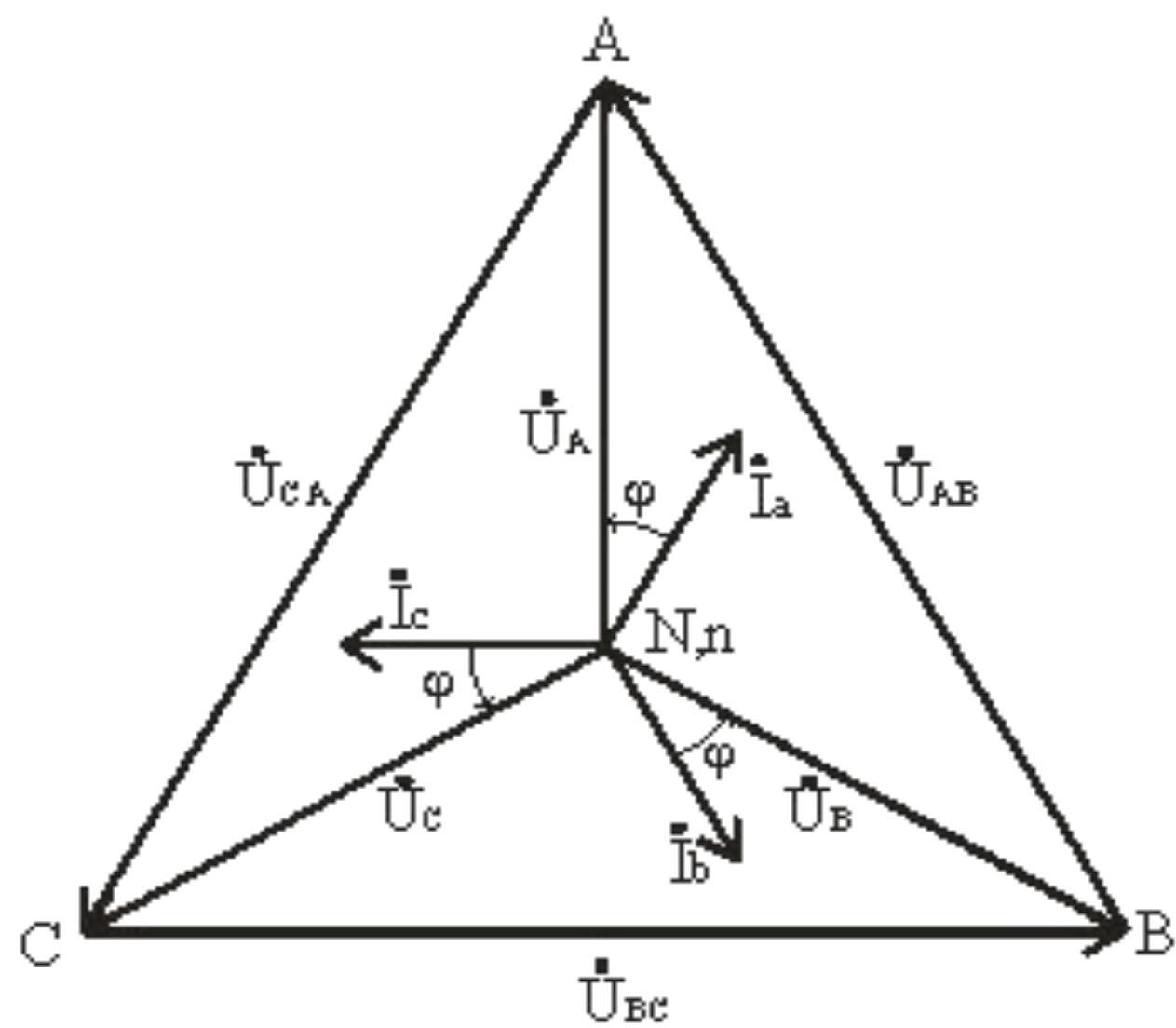
$$I_a = I_b = I_c = I_\phi = U_\phi / Z_\phi,$$

(3.13)

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi = \arctg (X_\phi / R_\phi).$$

Построив векторную диаграмму токов для симметричного приемника (рис. 3.8), легко установить, что геометрическая сумма трех векторов тока равна нулю:  $\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$ . Следовательно, в случае симметричной нагрузки ток в нейтральном проводе  $I_N = 0$ , поэтому необходимость в нейтральном проводе отпадает.





## Несимметричная нагрузка приемника

При симметричной системе напряжений и несимметричной нагрузке, когда  $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$  и  $\varphi_a \neq \varphi_b \neq \varphi_c$  токи в фазах потребителя различны и определяются по закону Ома

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a; \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b; \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c.$$

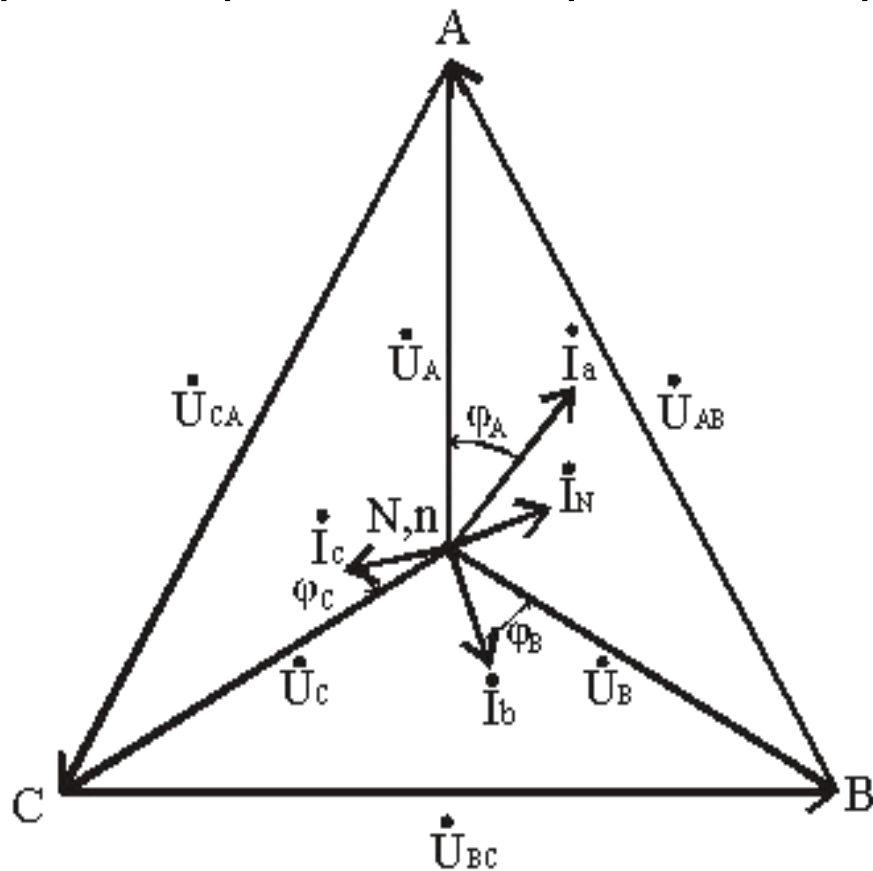
Ток в нейтральном проводе  $\dot{I}_N$  равен геометрической сумме фазных токов

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c.$$

Напряжения будут  $U_a = U_A; U_b = U_B; U_c = U_C, U_\phi = U_{\text{ЛН}}$   
, благодаря нейтральному проводу при  $Z_N = 0$ .

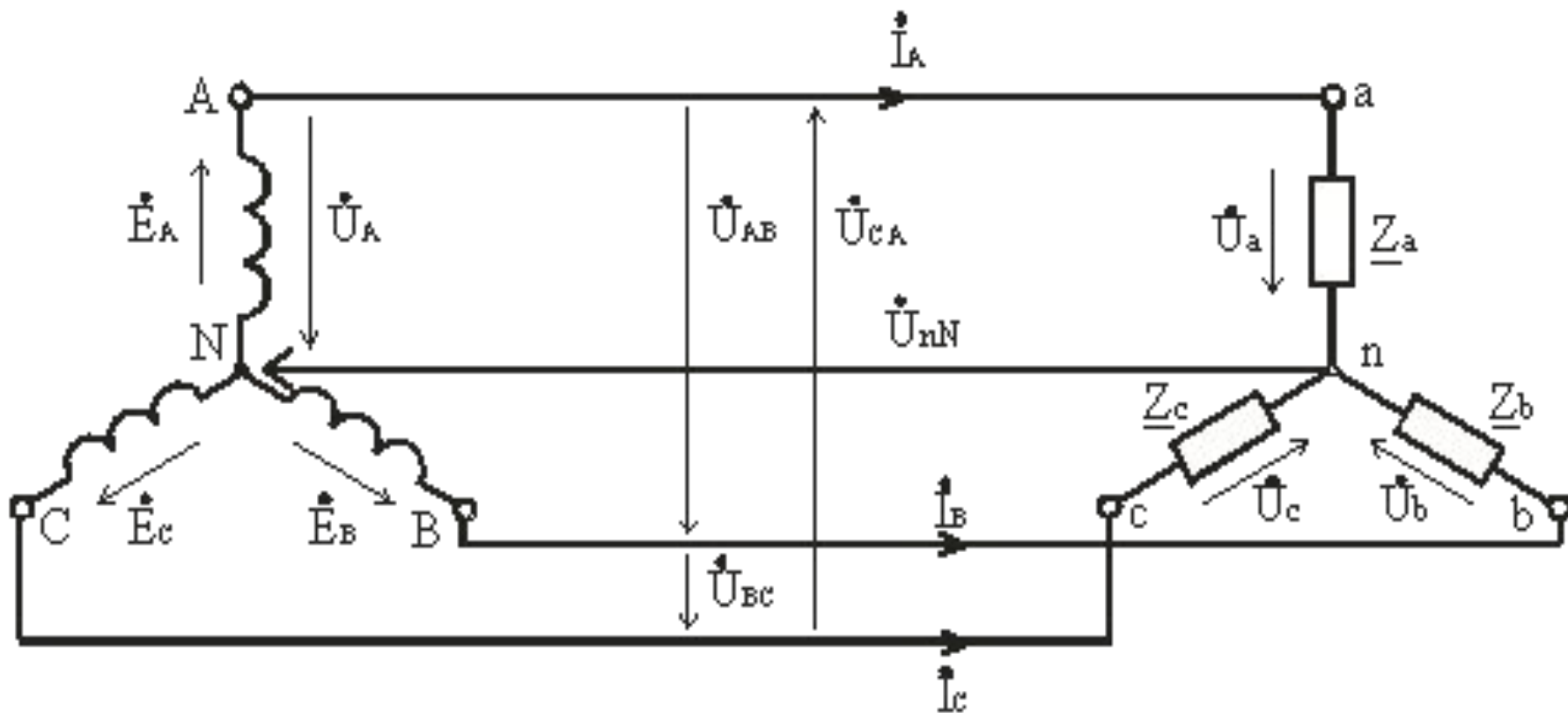
Следовательно, нейтральный провод обеспечивает симметрию фазных напряжений приемника при несимметричной нагрузке.

Поэтому в четырехпроводную сеть включают однофазные несимметричные нагрузки, например, электрические лампы накаливания. Режим работы каждой фазы нагрузки, находящейся под неизменным фазным напряжением генератора, не будет зависеть от режима работы других фаз. Векторная диаграмма при несимметричной нагрузке приведена на рис. 3.9



# Трехпроводная электрическая цепь

Схема соединения источника и приемника звездой без нейтрального провода



При симметричной нагрузке, когда  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = Z_\phi$ , напряжение между нейтральной точкой источника N и нейтральной точкой приемника n равно нулю,  $U_{nN} = 0$ . При несимметричной нагрузке  $\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$  между нейтральными точками приемника и источника электроэнергии возникает напряжение смещения нейтрали  $U_{nN}$ .

Для определения напряжения смещения нейтрали можно воспользоваться формулой межузлового напряжения, так как схема рис 3.10 представляет собой схему с двумя узлами,

(3.14)

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_a \dot{U}_A + \underline{Y}_b \dot{U}_B + \underline{Y}_c \dot{U}_C}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}$$

где:  $\underline{Y}_a = 1 / \underline{Z}_a$ ;  $\underline{Y}_b = 1 / \underline{Z}_b$ ;  $\underline{Y}_c = 1 / \underline{Z}_c$  – комплексы проводимостей фаз нагрузки.

Очевидно, что теперь напряжения на фазах приемника будут отличаться друг от друга. Из второго закона Кирхгофа следует, что

(3.15)

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}.$$

Зная фазные напряжения приемника, можно определить фазные токи:

(3.16)

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / \underline{Z}_a = \underline{Y}_a \dot{U}_a; \dot{I}_b = \dot{U}_b / \underline{Z}_b = \underline{Y}_b \dot{U}_b; \dot{I}_c = \dot{U}_c / \underline{Z}_c = \underline{Y}_c \dot{U}_c.$$

При изменении величины (или характера) фазных сопротивлений напряжение смещений нейтрали  $U_{nN}$  может изменяться в широких пределах. При этом нейтральная точка приемника  $n$  на диаграмме может занимать разные положения, а фазные напряжения приемника  $\dot{U}_a$ ,  $\dot{U}_b$  и  $\dot{U}_c$  могут отличаться друг от друга весьма существенно.

Таким образом, при симметричной нагрузке нейтральный провод можно удалить и это не повлияет на фазные напряжения приемника. При несимметричной нагрузке и отсутствии нейтрального провода фазные напряжения нагрузки уже не связаны жестко с фазными напряжениями генератора, так как на нагрузку воздействуют только линейные напряжения генератора. Несимметричная нагрузка в таких условиях вызывает несимметрию ее фазных напряжений  $\dot{U}'_a, \dot{U}'_b, \dot{U}'_c$  и смещение ее нейтральной точки  $n$  из центра треугольника напряжений (смещение нейтрали).

Направление смещения нейтрали зависит от последовательности фаз системы и характера нагрузки.



Поэтому нейтральный провод необходим для того, чтобы:

- **выравнивать фазные напряжения приемника при несимметричной нагрузке;**
- подключать к трехфазной цепи однофазные приемники с номинальным  $\sqrt{3}$  раз меньше номинального линейного напряжения сети.

Следует иметь в виду, что в цепь нейтрального провода нельзя ставить предохранитель, так как перегорание предохранителя приведет к разрыву нейтрального провода и появлению значительных перенапряжений на фазах нагрузки.

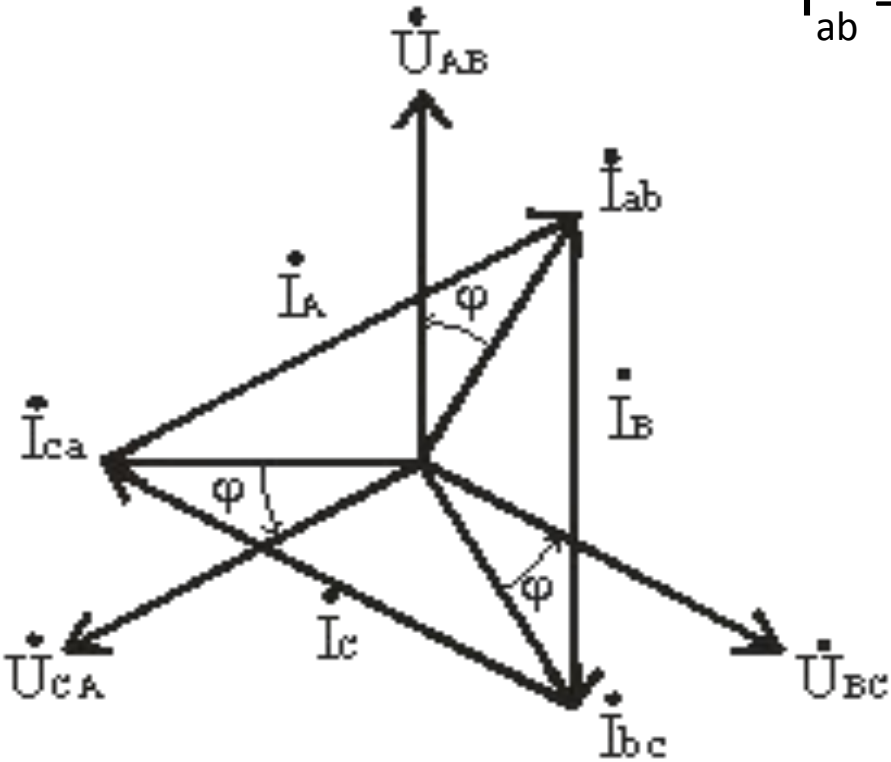


# Симметричная нагрузка

B

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}e^{j\varphi},$$

$$\dot{i}_{ab} = \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_{ab}; \dot{i}_{bc} = \dot{U}_{bc} / \underline{Z}_{bc}; \dot{i}_{ca} = \dot{U}_{ca} / \underline{Z}_{ca}.$$



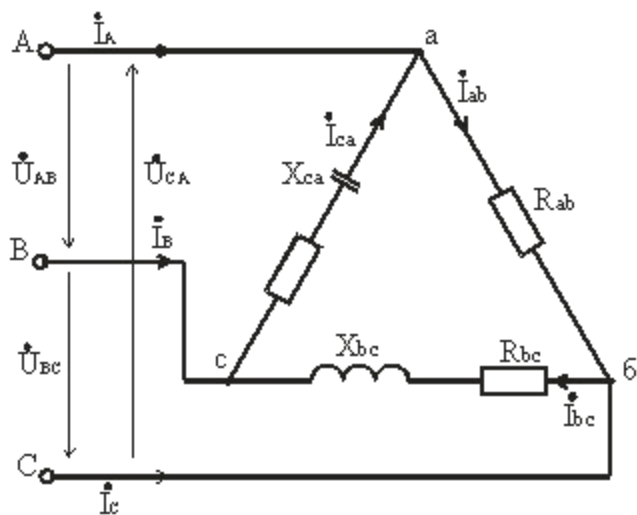
## Линейные токи

$$\dot{i}_A = \dot{i}_{ab} - \dot{i}_{ca}; \dot{i}_B = \dot{i}_{bc} - \dot{i}_{ab}; \dot{i}_C = \dot{i}_{ca} - \dot{i}_{bc};$$

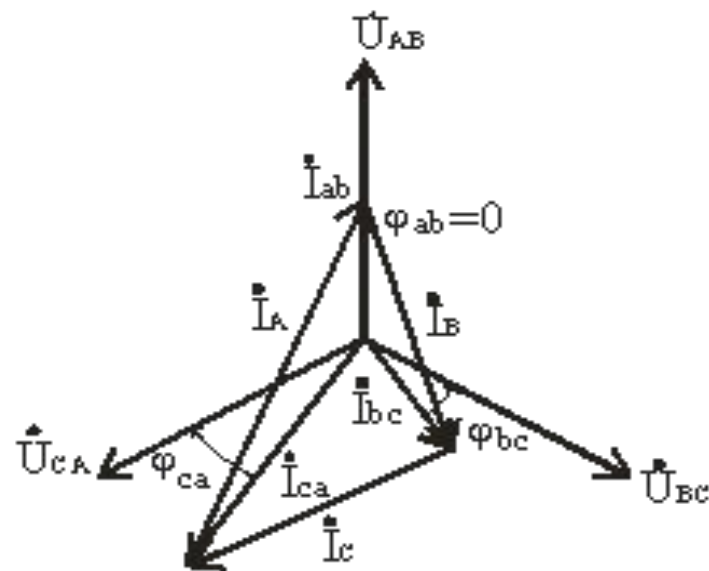
На векторной диаграмме (рис. 3.14) фазные токи отстают от фазных напряжений на угол  $\varphi$  (полагаем, что фазы приемника являются индуктивными, т.е.  $\varphi > 0^\circ$ ). Здесь принято, что напряжение  $U_{AB}$  имеет нулевую фазу. Из диаграммы следует, что любой линейный ток больше фазного в

$$U_L = U_\varphi; I_L = \sqrt{3} I_\varphi.$$

# Несимметричная нагрузка приемника



Векторная диаграмма для случая, когда в фазе ab имеется активная нагрузка, в фазе bc – активно-индуктивная, а в фазе ca – активно-емкостная приведена на рис



Построение векторов линейных токов произведено в соответствии с выражениями

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

Важной особенностью соединения фаз приемника треугольником является то, что при изменении сопротивления одной из фаз режим работы других фаз остается неизменным, так как линейные напряжения генератора являются постоянными. Будет изменяться только ток данной фазы и линейные токи в проводах линии, соединенных с этой фазой. Поэтому схема соединения треугольником широко используется для включения несимметричной нагрузки.

# Мощность трехфазной цепи, ее расчет и измерение

Энергия, передаваемая при переменном синусоидальном напряжении от источника к потребителю, характеризуется активной мощностью  $P$ .

Активная мощность одной фазы:  $P_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi}$ , где  $\cos \varphi_{\phi}$  – коэффициент мощности фазы.

Активная мощность трехфазного потребителя при симметричной и несимметричной нагрузке равна сумме мощностей всех фаз:

$$P_N = P_A + P_B + P_C.$$

При симметричной нагрузке мощности всех фаз одинаковы. Суммарная активная мощность может быть выражена как

$$P = P_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi}.$$

Если фазы потребителя соединены звездой, то  $U_{\phi} = U_p / \sqrt{3}$ , а  $I_{\phi} = I_p$ . Если фазы потребителя соединены треугольником, то  $U_{\phi} = U_p$ , а  $I_{\phi} = I_p / \sqrt{3}$ .

Поэтому в обоих случаях выражение для мощности потребителя, определяемое по последней формуле и записанное через линейные токи и напряжения, будет иметь один и тот же вид

$$P = \sqrt{3} U_p I_p \cos j_{\phi}.$$

Аналогично, реактивная мощность при симметричной нагрузке будет равна

$$Q = \sqrt{3} U_p I_p \sin j_{\phi}.$$

Полная мощность цепи  $S$  для симметричной нагрузки

$$S = 3 (P^2 + Q^2) = \sqrt{3} U_p I_p.$$

Измерение активной мощности, потребляемой трехфазным приемником, осуществляют ваттметром, включенным по одной из схем (рис. 8) в зависимости от способа соединения фаз потребителя.

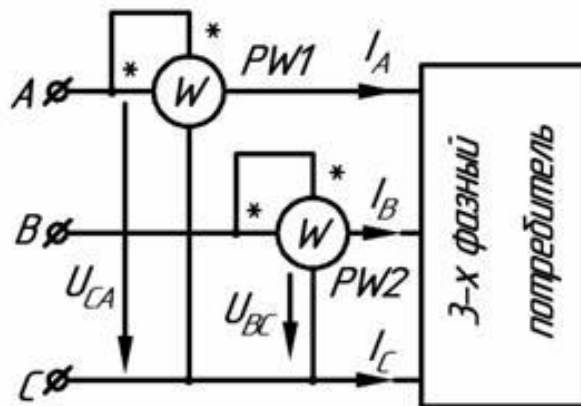
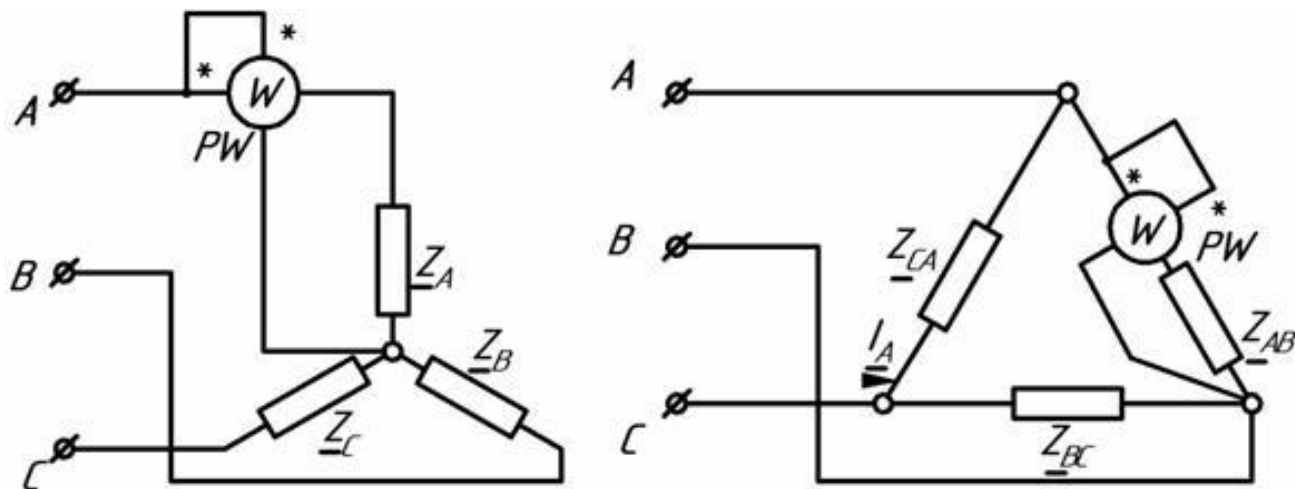
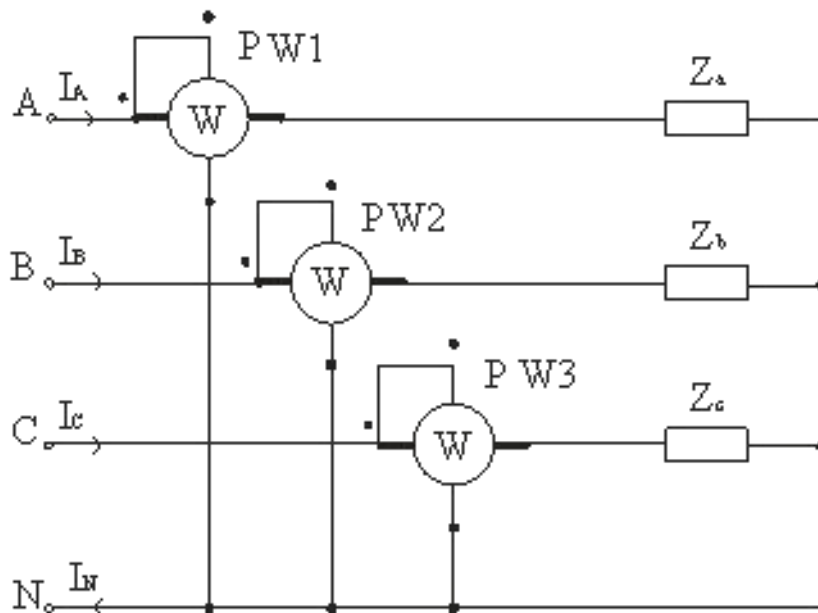


рис. 9

Если потребители симметричны, то для определения суммарной мощности показания ваттметра утраиваются. Если потребители несимметричны, ваттметры включают последовательно в каждую из фаз. Складывая их показания, вычисляют суммарную мощность несимметричного потребителя.

$$P = 3 P_{\phi} = 3 U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi.$$

$$Q = 3 Q_{\phi} = 3 U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi.$$



$$S = 3 S_{\phi} = 3 U_{\phi} I_{\phi}.$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3,$$

На практике наибольшее распространение получил метод измерения суммарной мощности с помощью двух ваттметров, включаемых по схеме, изображенной на рис. 9. Метод применим в трехпроводных линиях как при симметричной, так и при несимметричной нагрузке и любом способе соединения фаз потребителя.

В этом случае суммарная мощность трехфазного потребителя определяется как сумма показаний этих двух ваттметров:

$$P = W_1 + W_2 = U_{AC} I_A \cos (U_{AC}, I_A) + U_{BC} I_B \cos (U_{BC}, I_B).$$