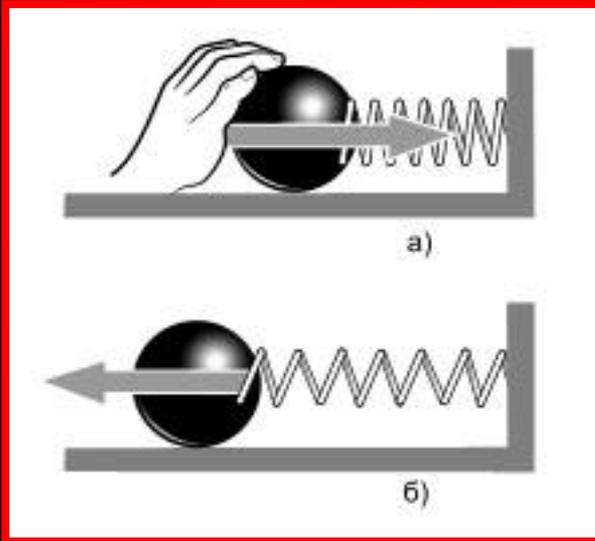




Сила упругости

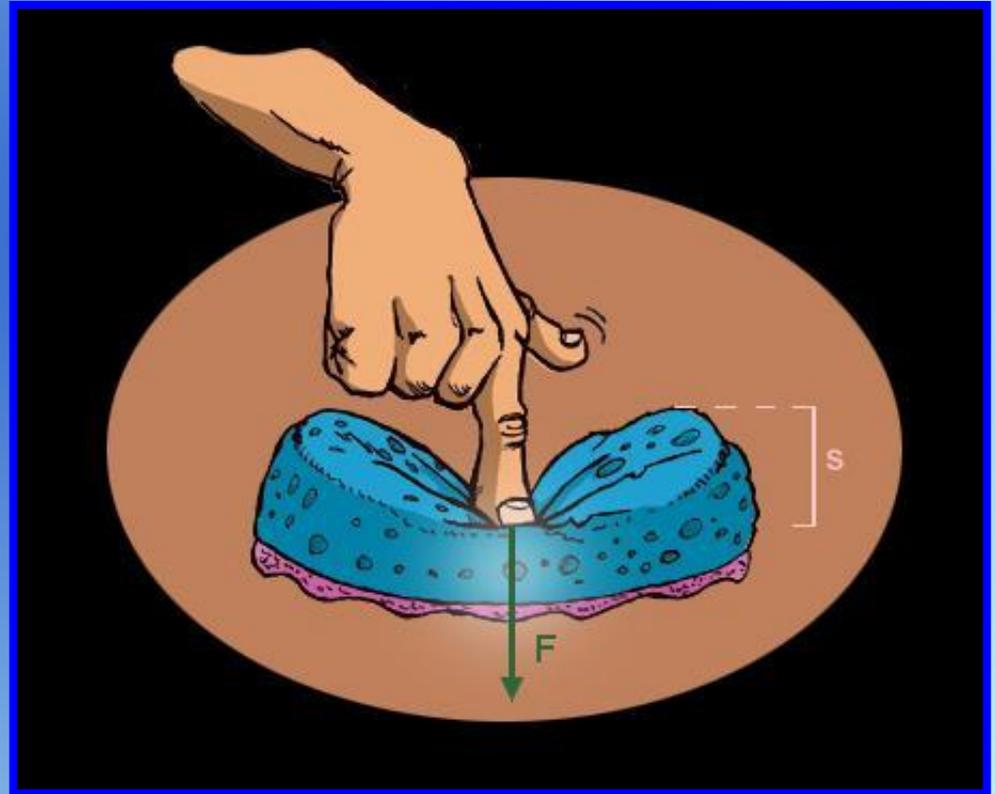


Сила упругости – сила, возникающая при деформации тела и направленная противоположно направлению смещения частиц при деформации



Условия возникновения силы упругости - деформация

Под деформацией понимают изменение объема или формы тела под действием внешних сил



С целью упрощения расчетов используются следующие допущения о свойствах материала.

1. Материал считается **однородным**, если его свойства во всех точках одинаковы.

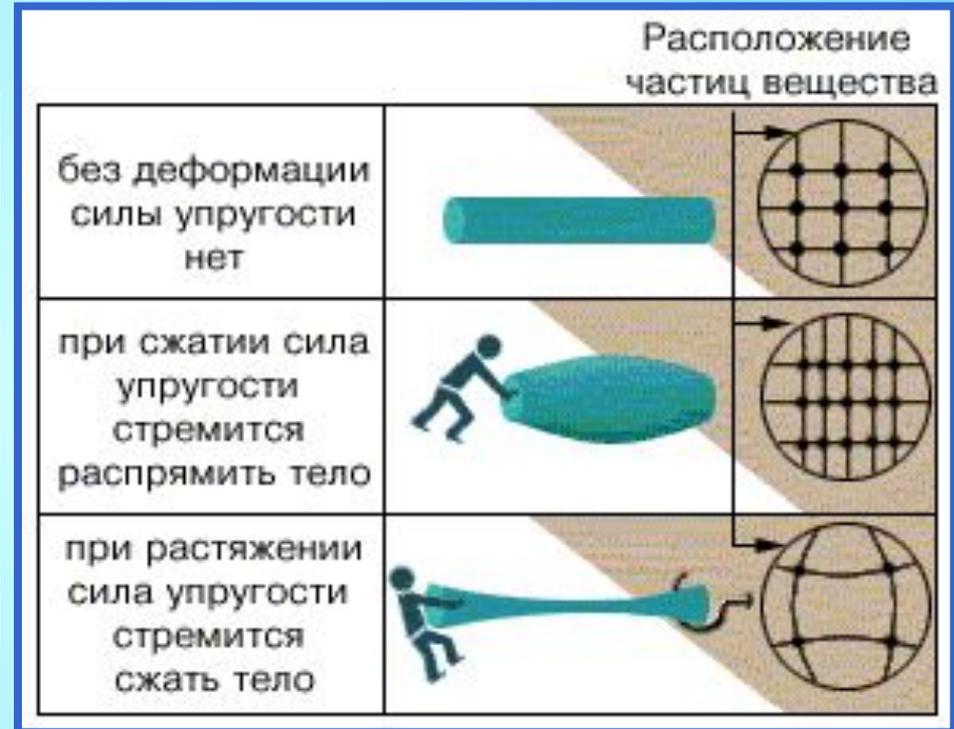
2. Материал считается **изотропным**, если его свойства во всех направлениях одинаковы.

3. Материал обладает свойством **идеальной упругости**, вследствие которой деформируемое тело полностью восстанавливает свою форму и размеры после снятия нагрузки независимо от величин нагрузок и температуры тела.

4. Материал обладает свойством **сплошности**, то есть способностью сплошь (без пустот) заполнять пространство, ограниченное поверхностью тела. Вследствие этого материал считается непрерывным, что позволяет использовать для определения напряжений и деформаций математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления

Причины деформации

Причина возникновения силы упругости заключается в изменении расположения молекул при деформации.



При изменении расстояния между атомами изменяются силы взаимодействия между ними, которые стремятся вернуть тело в исходное состояние. Поэтому силы упругости имеют электромагнитную природу.

Виды деформаций

Упругие –
исчезают после
прекращения
действия внешних
сил:

Растяжения и сжатия

Сдвига

Изгиба

Кручения

Пластические –
не исчезают после
прекращения
действия внешних
сил

Примеры
деформаций

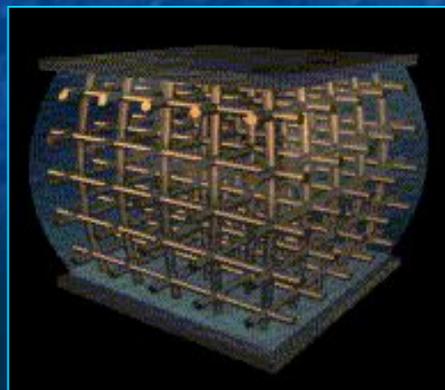
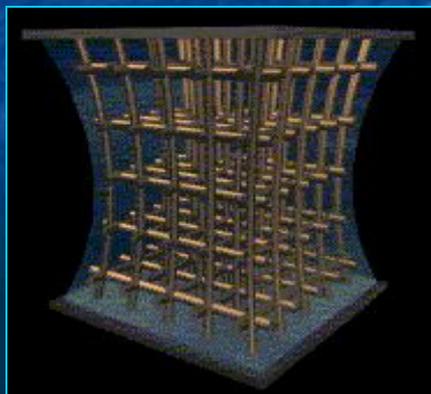


Основные типы упругой деформации

Растяжение и сжатие

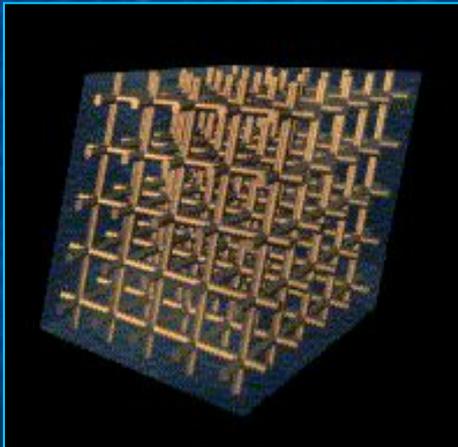
При деформации растяжения увеличиваются размеры тела.

При деформации сжатия уменьшаются размеры тела.



Основные типы упругой деформации

СДВИГ



Основные типы упругой деформации

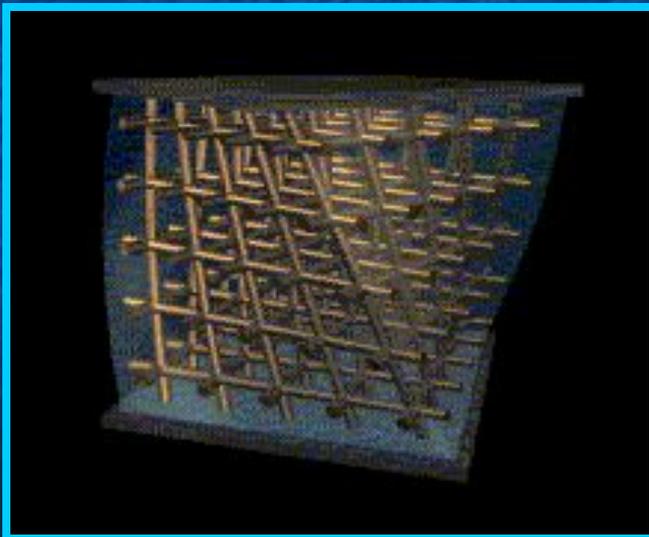
**Изгиб –
сочетание
растяжения и
сжатия**

При деформации изгиба
одни размеры тела
увеличиваются,
а другие - уменьшаются.



Основные типы упругой деформации

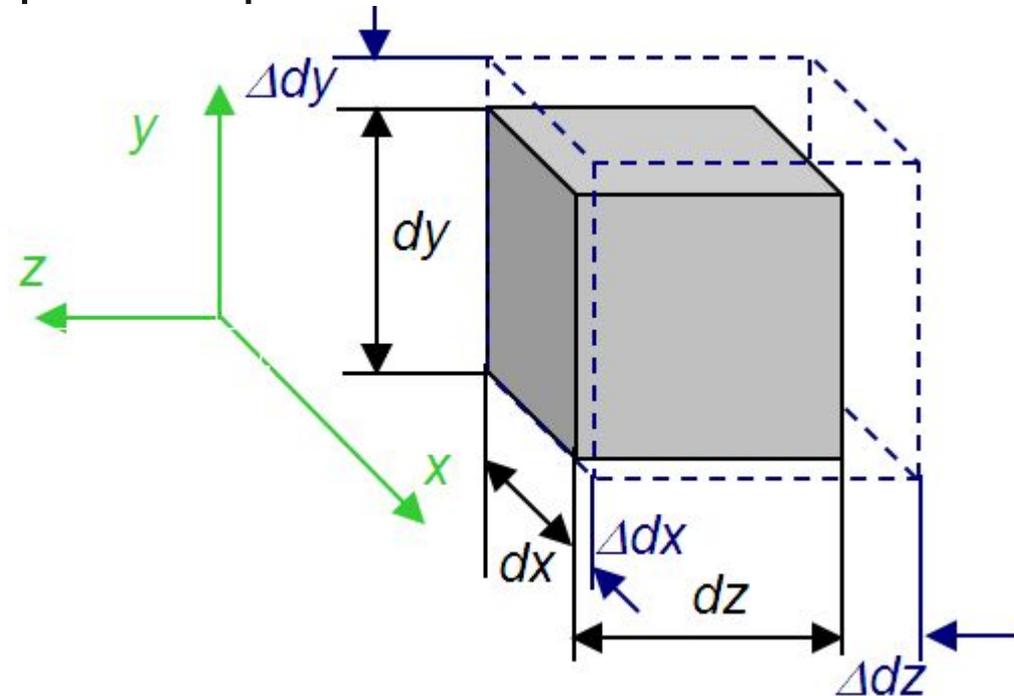
Кручение –
сводится к
сдвигу



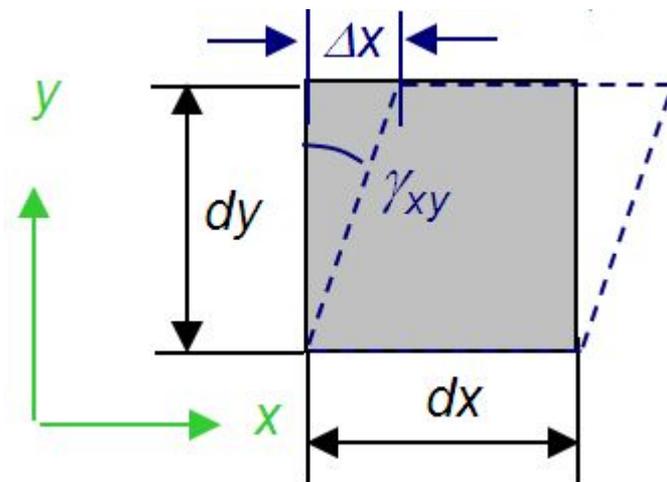
■ **Перемещения – переход точек тела в новое положение вследствие изменения формы и размеров тела под действием нагрузки.**

Полное перемещение точки в пространстве раскладывается на компоненты u , v и w , параллельные осям x , y и z , соответственно. Перемещения рассматриваемой точки зависят от деформации всех нагруженных областей тела и включают в себя перемещения как жесткого целого ненагруженных областей. Таким образом, перемещения не могут характеризовать степень деформирования в окрестности рассматриваемой точки.

■ **Деформация в точке – мера деформирования материала в ее окрестности.** Выделим в рассматриваемой точке тела элементарный объем (параллелепипед со сторонами dx , dy , dz) и рассмотрим его возможные изменения размеров и формы.



$$\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx}; \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy}; \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}.$$



Кроме линейных деформаций, связанных с изменением размеров линейных элементов возникают *угловые деформации* или *углы сдвига*, связанные с изменением формы. Например, в плоскости xu могут возникать малые изменения первоначально прямых углов параллелепипеда:

$$\frac{\Delta x}{dy} = \operatorname{tg} \gamma_{xy} \approx \gamma_{xy}.$$

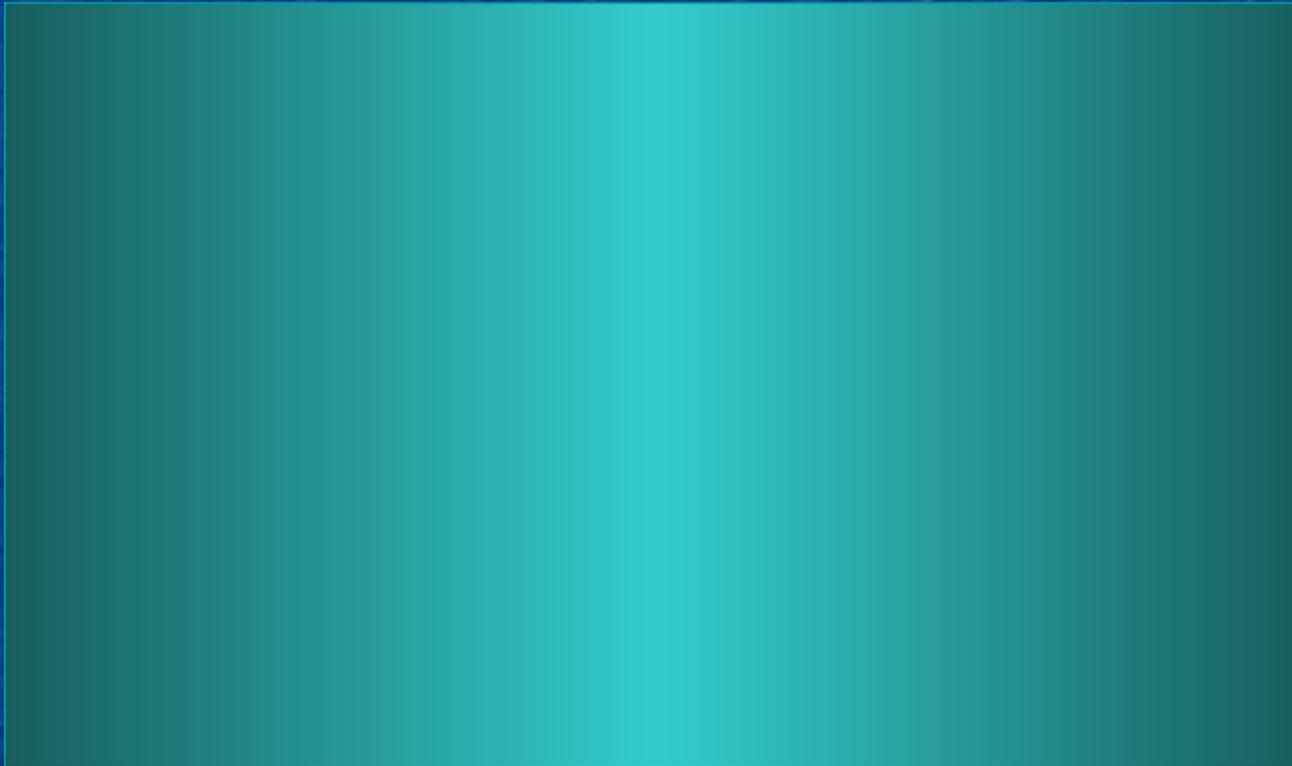
Такие угловые деформации в общем случае могут иметь место во всех трех плоскостях.

Все относительные деформации весьма малы и имеют для реальных материалов порядок $\approx 10^{-4} - 10^{-3}$.

В зависимости от того, какие из компонент относительных деформаций имеют нулевое значение в рассматриваемой области или для всего тела различают следующие **простые виды деформаций**:

1. Линейная деформация – $\varepsilon_z \neq 0$, углы сдвига равны нулю, остальными линейными относительными деформациями пренебрегается (характеризуется абсолютным и относительным удлинением).
2. Плоская деформация – $\varepsilon_z \neq 0$, $\varepsilon_x \neq 0$ или $\varepsilon_y \neq 0$, остальные относительные деформации равны нулю (характеризуется абсолютным и относительным сужением площади поперечного сечения). Эти виды деформаций обычно реализуются при растяжении-сжатии.
3. Объемная деформация – $\varepsilon_z \neq 0$, $\varepsilon_x \neq 0$, $\varepsilon_y \neq 0$, углы сдвига равны нулю (характеризуется абсолютным и относительным изменением объема).
4. Чистый сдвиг – линейные относительные деформации равны нулю, углы сдвига не равны нулю (характеризуется изменением формы, изменение объема не происходит). Это вид деформации также возникает при кручении.

От чего зависит сила упругости при растяжении?



Сила упругости зависит от растяжения пружины

От чего зависит сила упругости?

$$\Delta l = l - l_0$$

*абсолютное
растяжение или
сжатие тела*

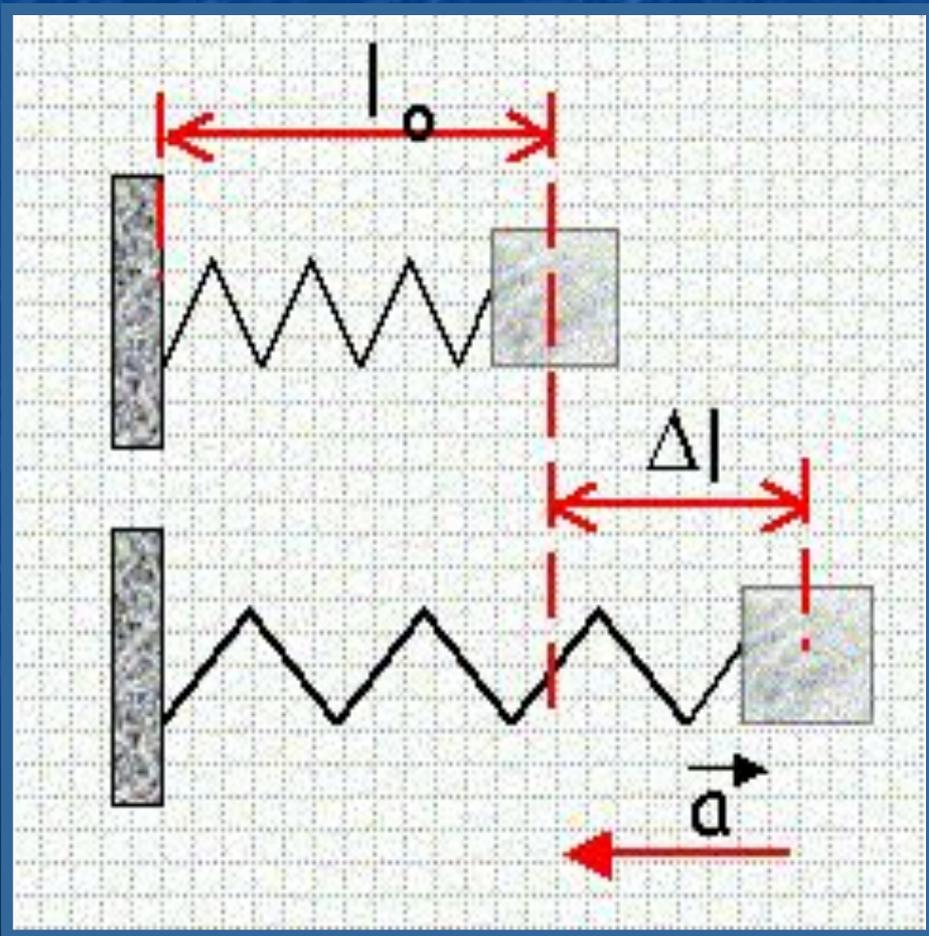
$\Delta l > 0$, если

растяжение

$\Delta l < 0$, если

сжатие

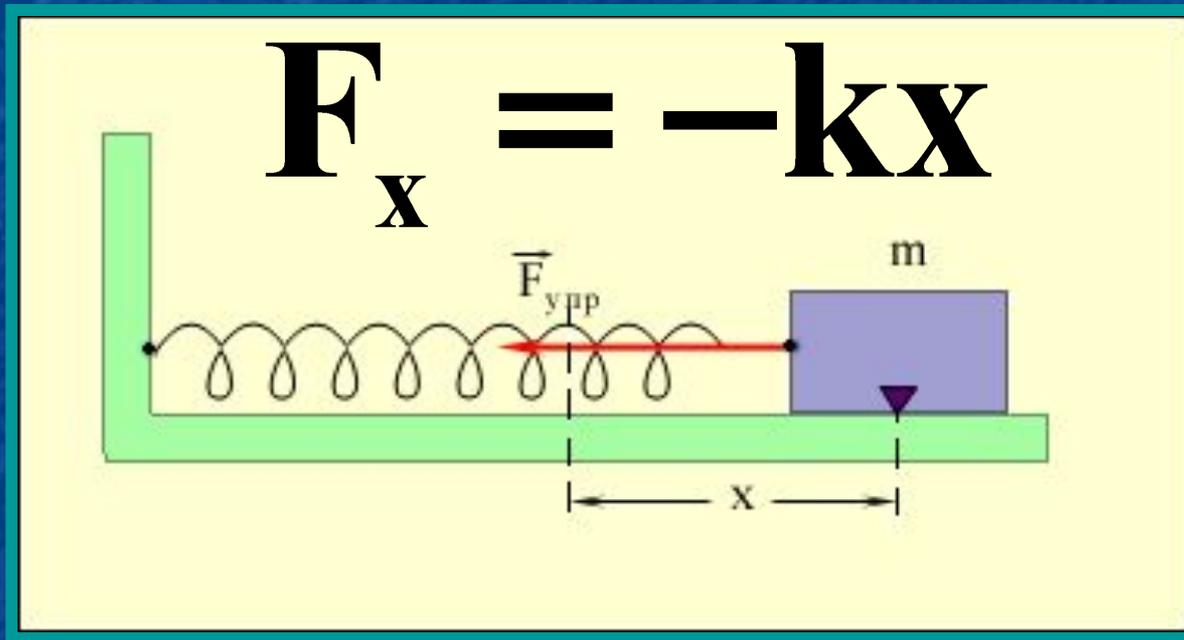
$$[\Delta l] = \text{м}$$



Сила упругости прямо
пропорциональна
абсолютному удлинению
(растяжению) тела

$$F \sim |\Delta l|$$

Формула закона Гука (в проекции на ось X)



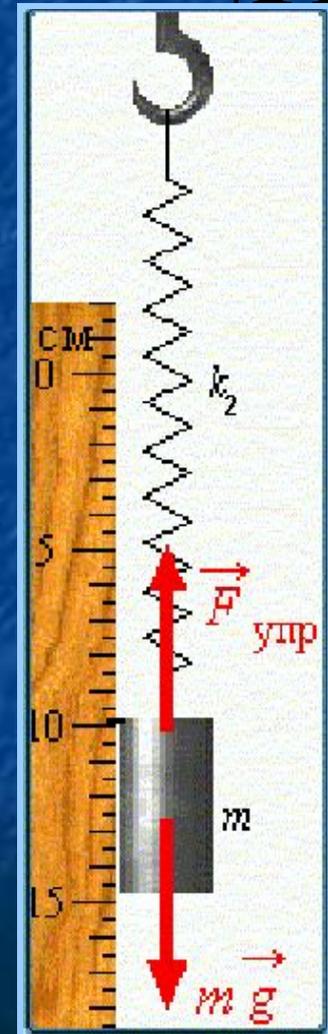
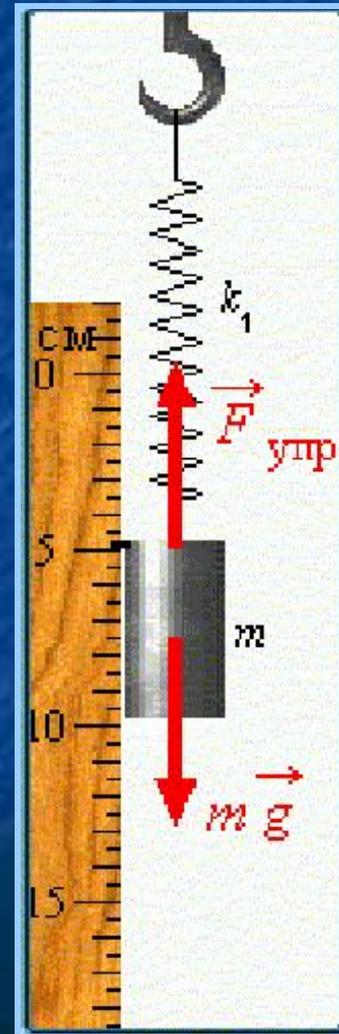
$x = \Delta l$ - удлинение тела,

k – коэффициент жесткости $[k] = \text{Н/м}$

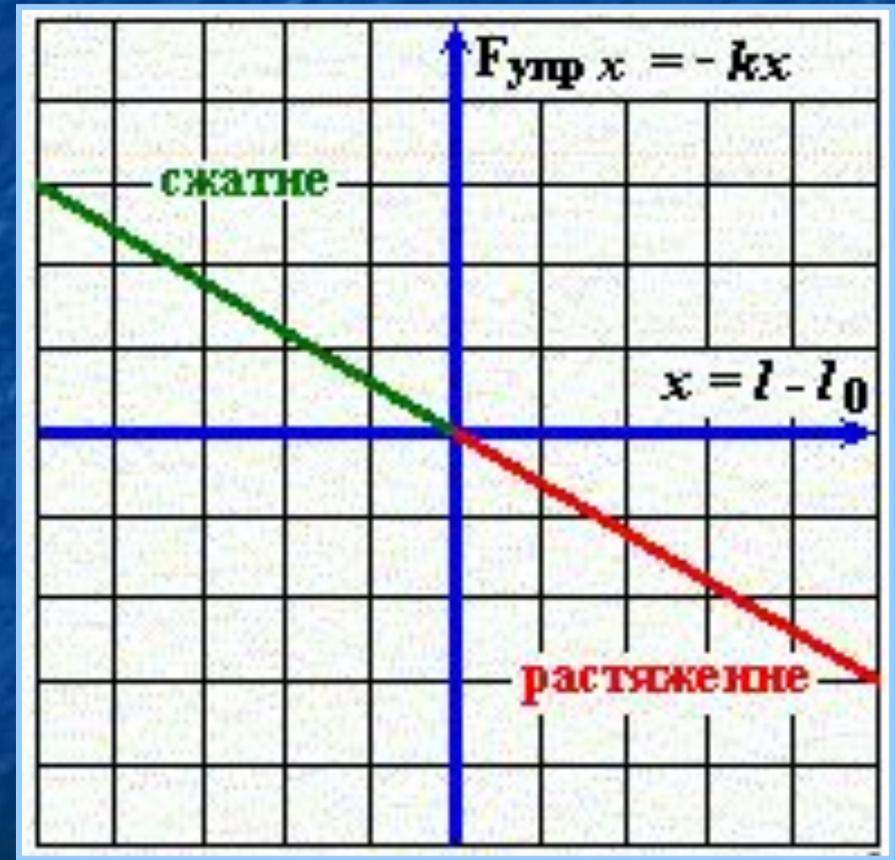
Что называется жесткостью тела?

$$k = \frac{F_x}{|X|}$$

При действии одной и той же силы на разные пружины от формы и они имеют разное абсолютное удлинение (сжатие), также от материала. Коэффициент жесткости зависит от формы и размеров тела, а также от материала. Он численно равен первой пружины при той же жесткости тела второй. ($k_1 > k_2$)



Графическое представление закона Гука

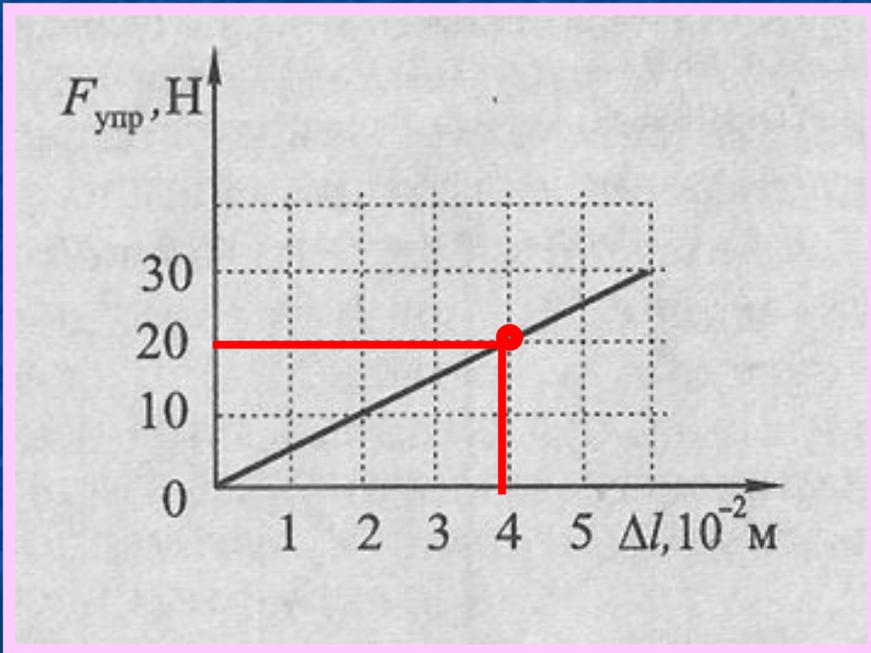


$$\text{tg } \alpha = k = F_{\text{упр}} / \Delta l \quad \text{tg } \alpha = k = F_{\text{упр}} / x$$

Определите жесткость пружины

$$k = \frac{F_x}{|X|}$$

На графике отменим точку и опустим перпендикуляры на оси координат, запишем значения силы упругости $F_x = 20$ Н и абсолютного удлинения пружины $\Delta l = 0,04$ м и затем по формуле вычислим коэффициент жесткости



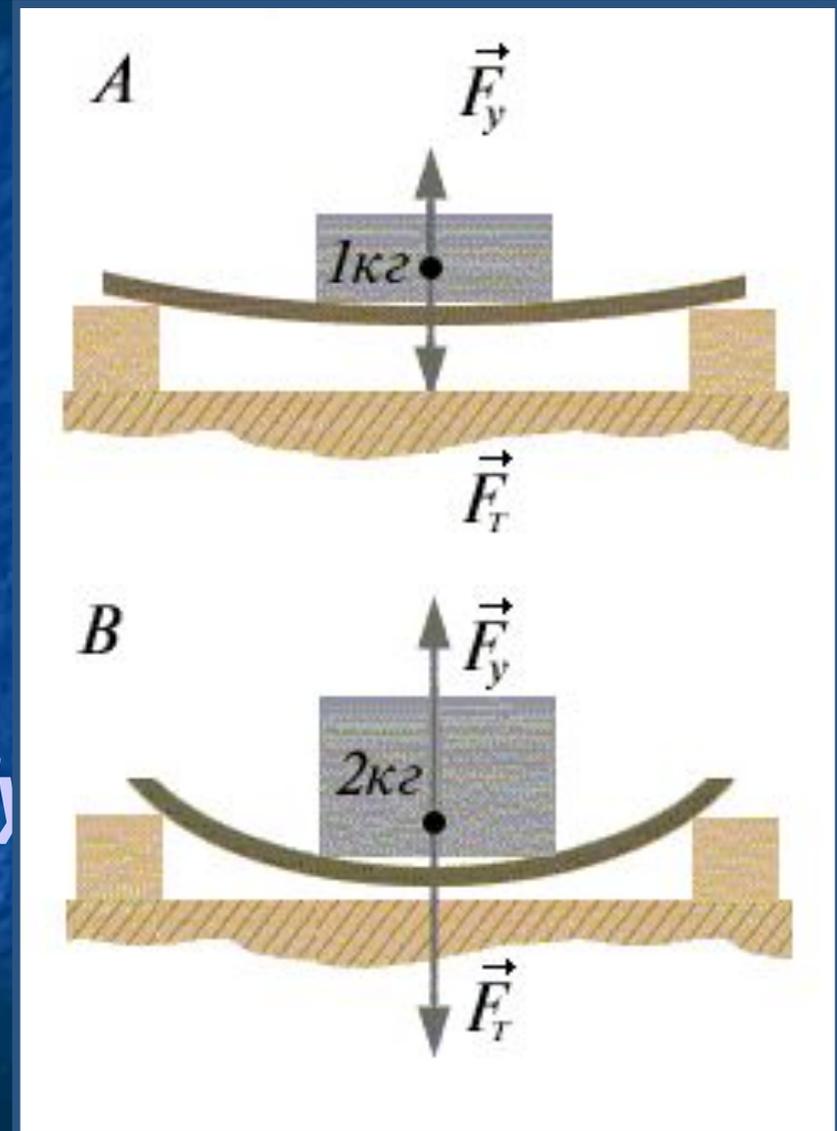
$$k = 20 \text{ Н} / 0,04 \text{ м} = 500 \text{ Н/м}$$

Закон Гука для малых упругих деформаций

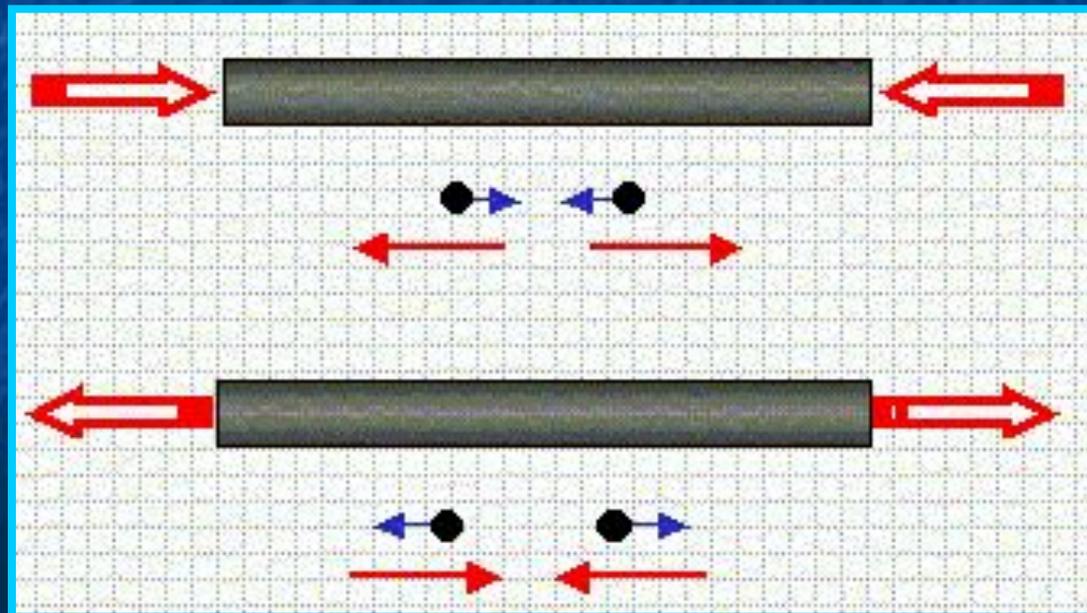
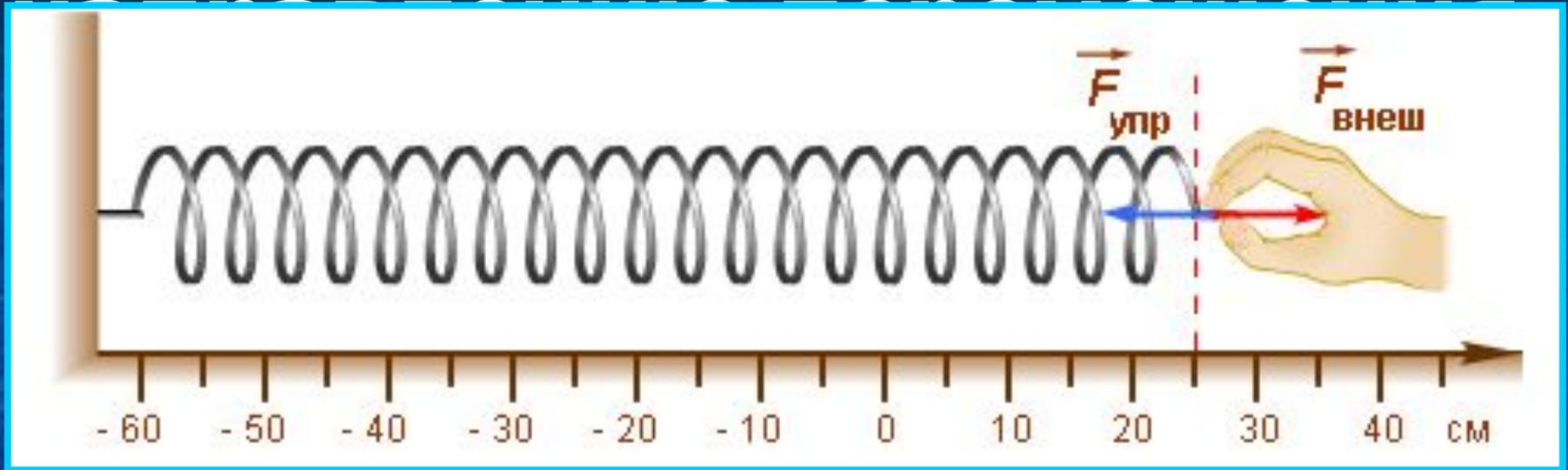
Сила упругости, возникающая при деформации тела, прямо пропорциональна его удлинению (сжатию) и направлена противоположно перемещению частиц тела при деформации

Закон Гука при изгибе

Закон Гука можно обобщить и на случай более сложной деформации, например, деформации изгиба: *сила упругости прямо пропорциональна прогибу стержня, концы которого лежат на двух опорах*



ПРОТИВОПОЛОЖНО



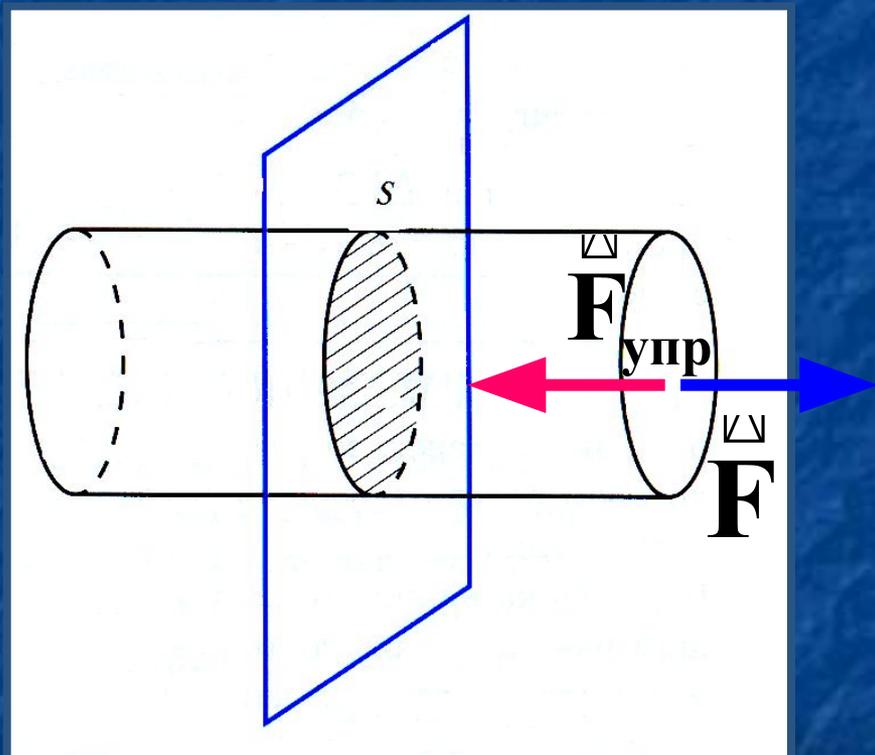
В физике закон Гука принято записывать в другой форме

Для этого
введем две
новые
величины:
относительное
удлинение
(сжатие) – ε
и
напряжение – σ

Относительное удлинение (сжатие) – это изменение длины тела, отнесенное к единице длины. Оно равно отношению относительного удлинения тела (сжатия) к его первоначальной длине:

$$\varepsilon = \frac{|\Delta l|}{l_0} \quad [\varepsilon] = 1$$

Механическое напряжение



Механическое напряжение – это сила упругости, действующая на единицу площади. Оно равно отношению модуля силы упругости к площади поперечного сечения тела:

$$\sigma = \frac{F_{упр}}{S} \quad [\sigma] = \frac{Н}{м^2} = Па$$

При упругой малой деформации
механическое напряжение
прямо пропорционально
относительному удлинению
(сжатию) тела

$$\sigma = E \varepsilon$$

где **E** – модуль Юнга или модуль упругости, который
измеряется в **Па** ($E = \sigma / \varepsilon \Rightarrow$ измеряется в тех же
единицах, что напряжение)

Вывод закона Гука

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр}}}{S} = \frac{k |\Delta l|}{S} \cdot \frac{l_0}{l_0} = \frac{k l_0}{S} \cdot \frac{|\Delta l_0|}{l_0} = E \cdot \varepsilon$$

$$\Rightarrow \sigma = E \varepsilon$$

Модуль упругости - E

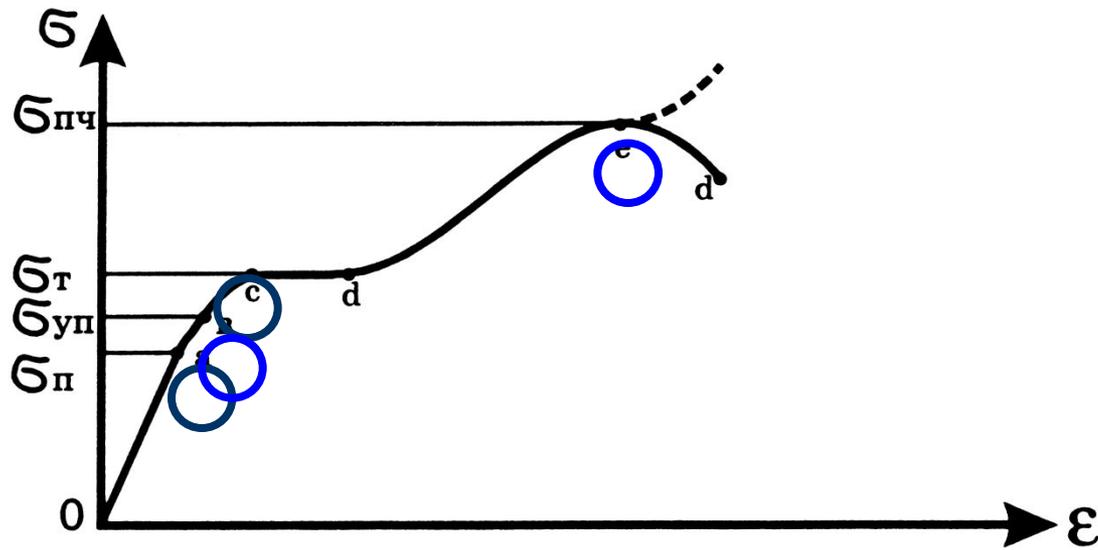
Модуль Юнга зависит только от свойств материала и не зависит от размеров и формы тела.

Модуль Юнга показывает напряжение, которое необходимо приложить к телу, чтобы удлинить его в 2 раза.

Для различных материалов модуль Юнга меняется в широких пределах. Для стали, например, $E \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$, а для резины $E \approx 2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$.

Механические свойства твердых тел

Диаграмма растяжения материала



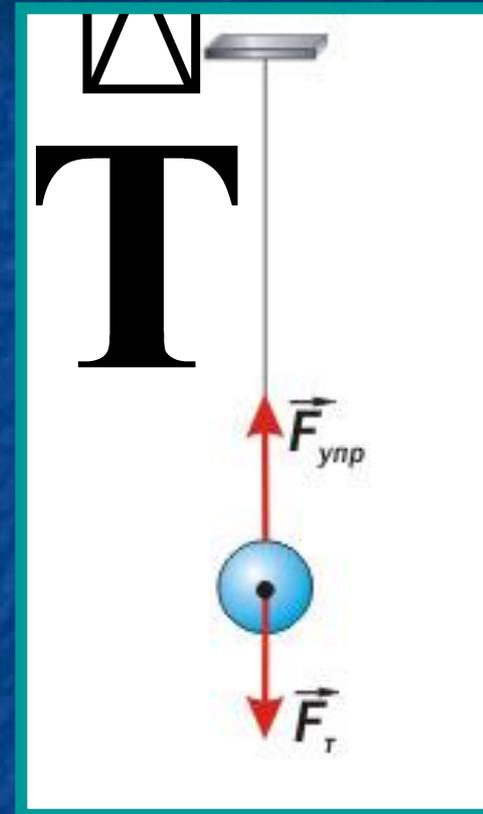
Механическая характеристика	Обозначение	Пояснения
Предел пропорциональности	σ_p	наибольшее напряжение, до которого справедлив закон Гука
Предел упругости	$\sigma_{уп}$	наибольшее напряжение, при котором ещё не возникают заметные остаточные деформации
Предел текучести	σ_T	напряжение, при котором происходит рост остаточных деформаций образца при практически постоянной силе
Предел прочности	$\sigma_{пч}$	условное напряжение, соответствующее наибольшей силе, выдерживаемой образцом до разрушения

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Вещество	Предел прочности на растяжение $\sigma_{\text{пч}}$, МПа	Модуль упругости σ , ГПа
Алюминий	100	70
Бетон	48	20
Вольфрам	3000	415
Гранит	150	49
Золото	140	79
Кварц	—	73
Кирпич	17	3
Лед	1	10
Медь	400	120
Мрамор	140	70
Олово	20	50
Свинец	15	16
Серебро	140	80
Сталь	500	200
Стекло	90	50
Фарфор	650	150
Цинк	150	80

Примеры сил упругости

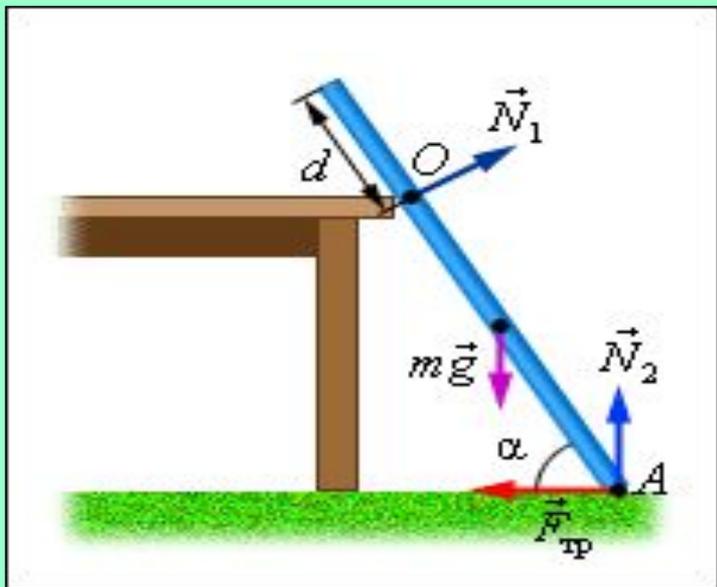
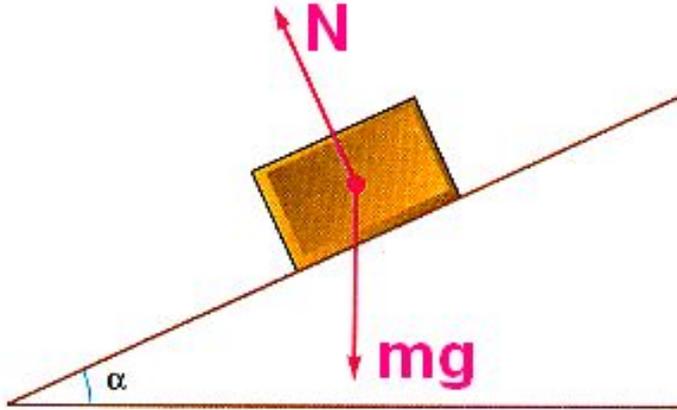
Сила упругости, которая возникает при натяжении подвеса (нити) называется силой натяжения нити и направлена вдоль нити (троса и т. п.)



Сила натяжения приложена в точке контакта

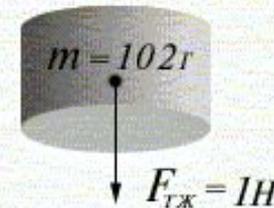
Примеры сил упругости

Сила упругости, которая возникает при действии опоры на тело, называется силой реакции опоры и направлена перпендикулярно поверхности соприкосновения тел

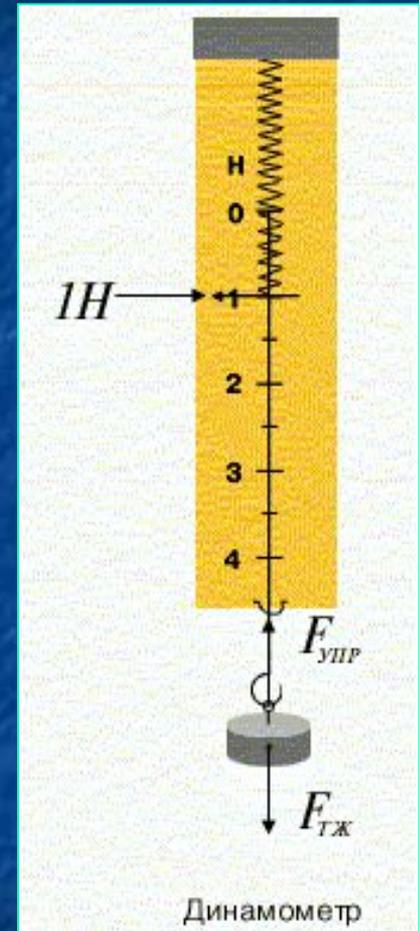


Динамометр

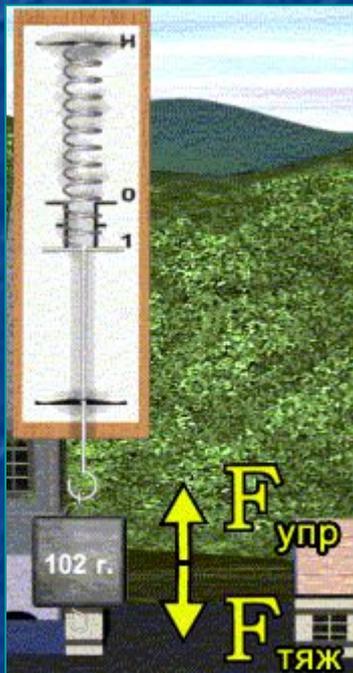
В пределах применимости закона Гука пружины способны сильно изменять свою длину. Поэтому их часто используют для измерения сил. Пружину, растяжение которой проградуировано в единицах силы, называют **динамометром**



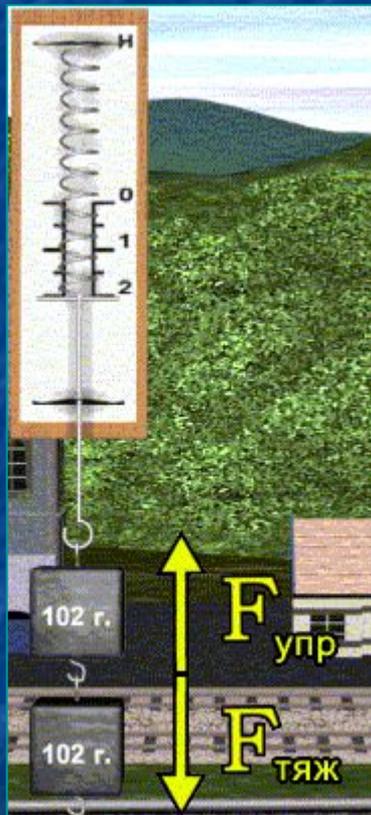
1 ньютон (Н) - единица силы



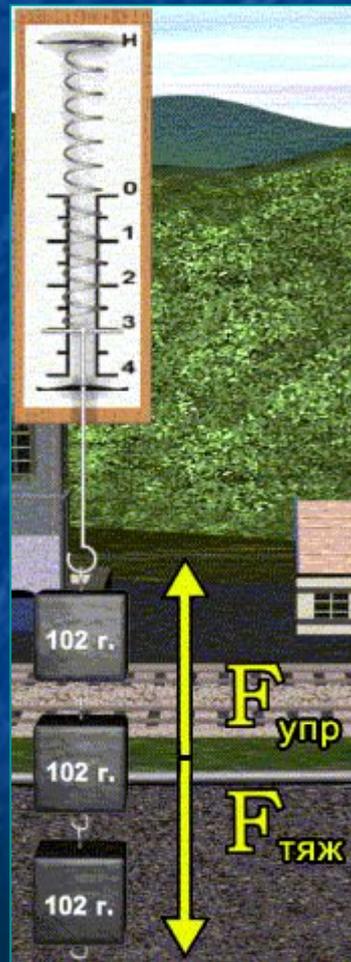
Что показывает динамометр



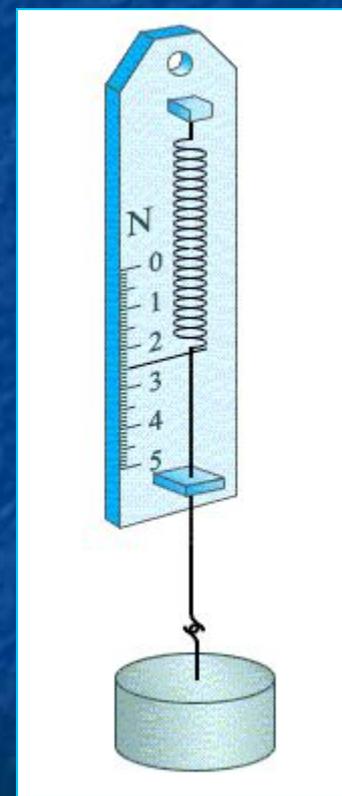
1 Н



2 Н

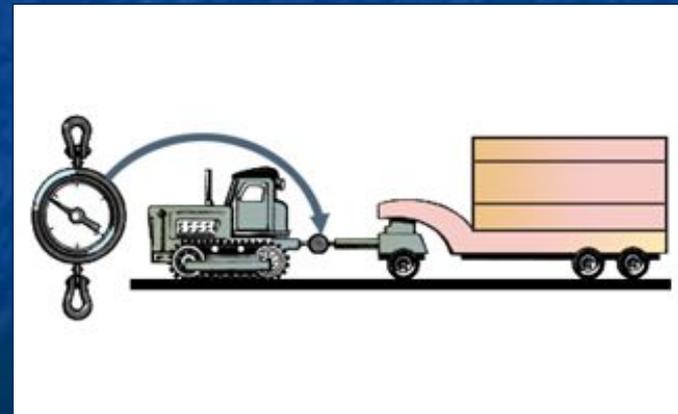
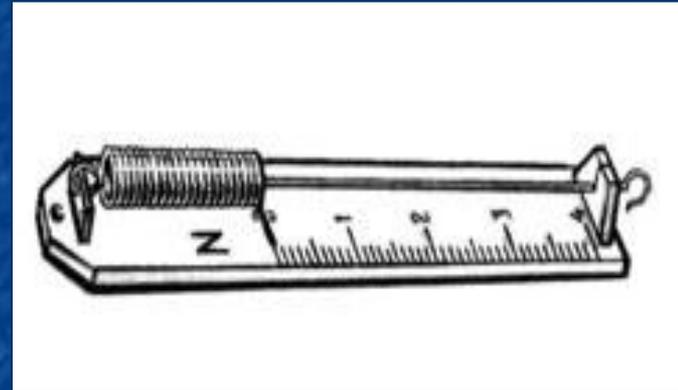
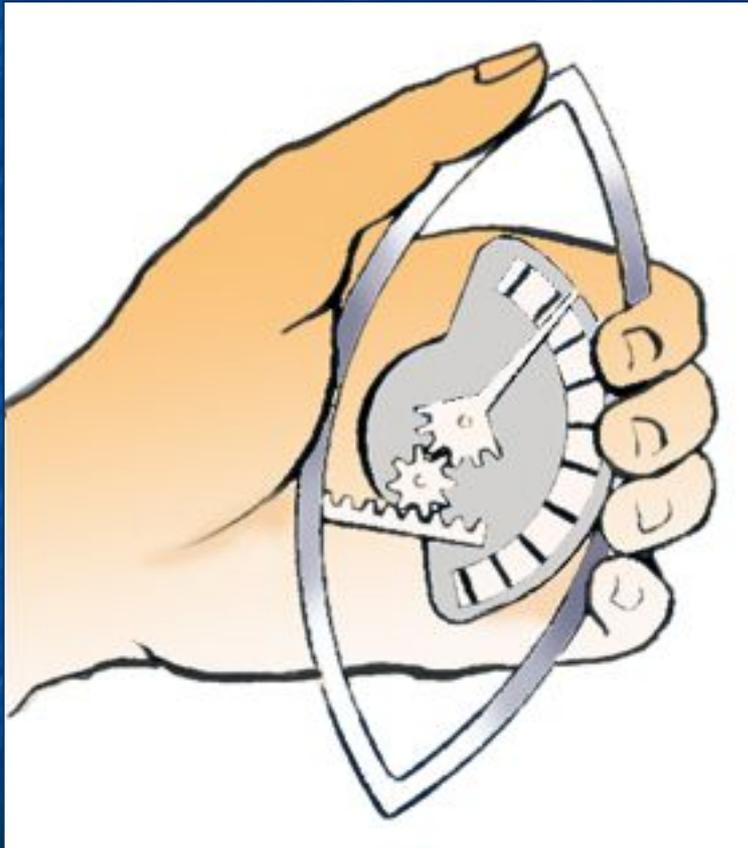


3 Н



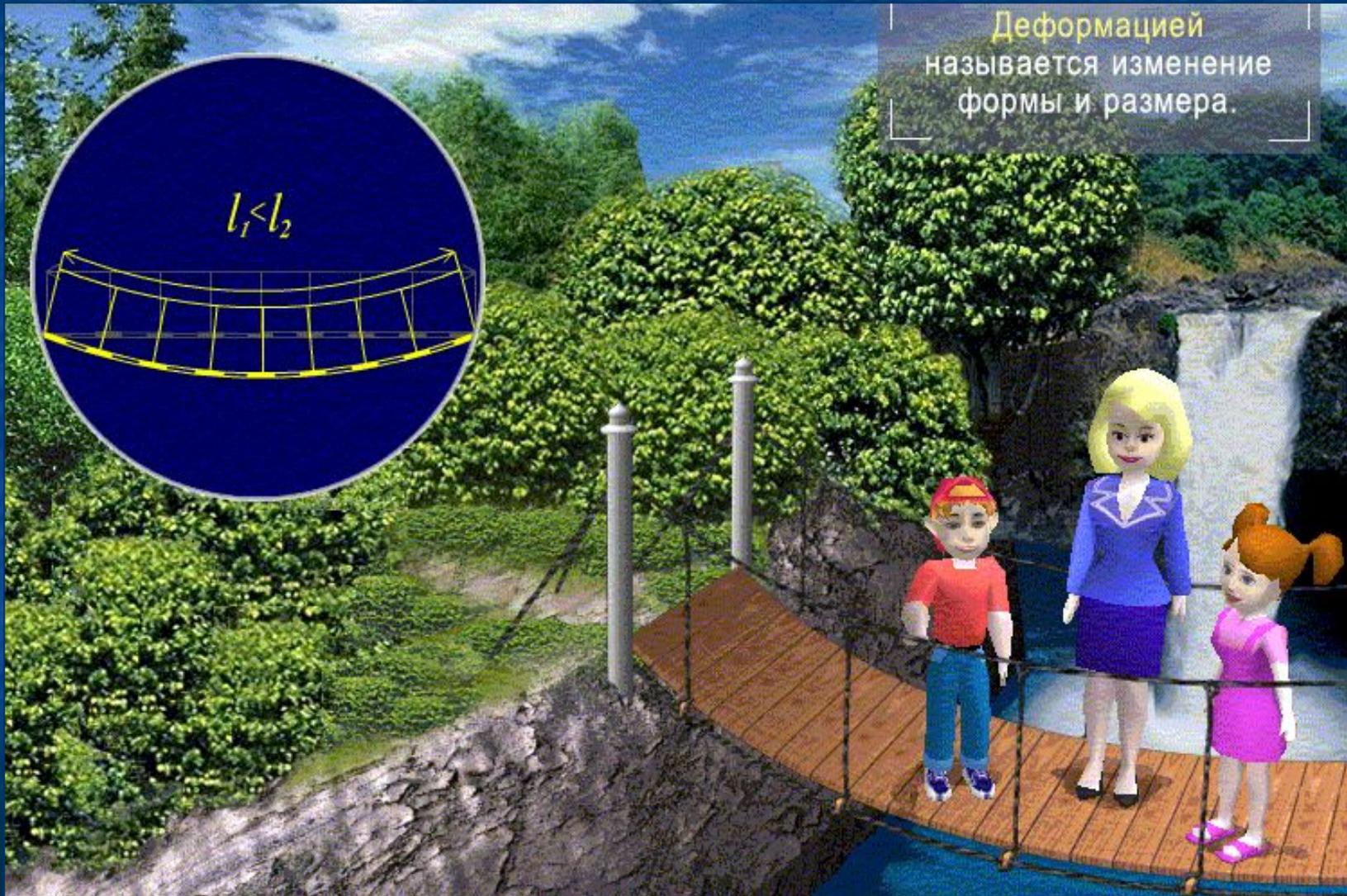
2,5 Н

Виды динамометров



Итоги лекции

Деформацией называется изменение формы и размера.



Виды деформаций



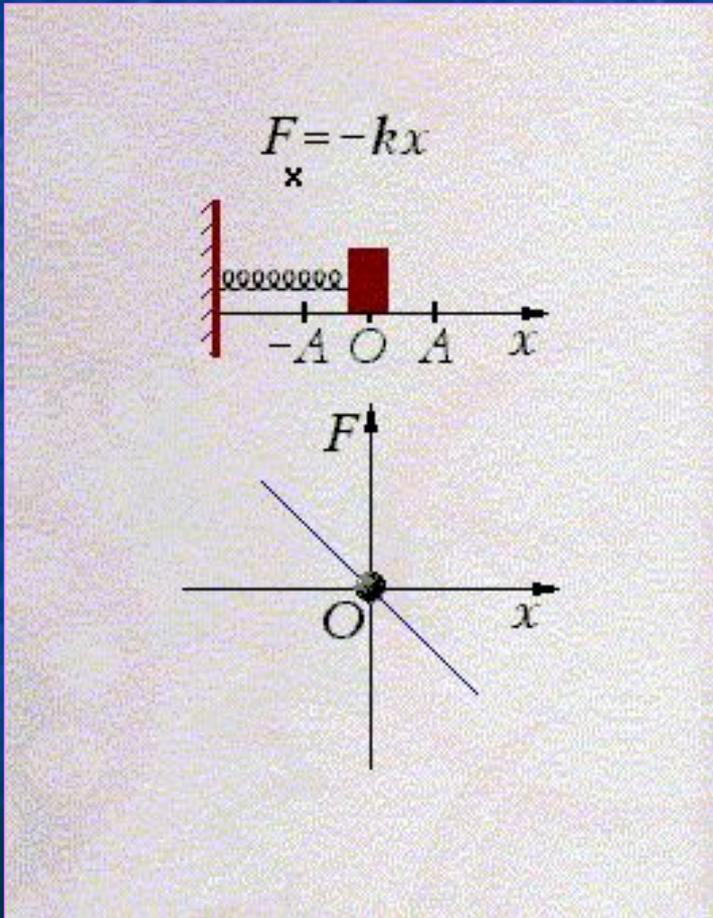
упругие

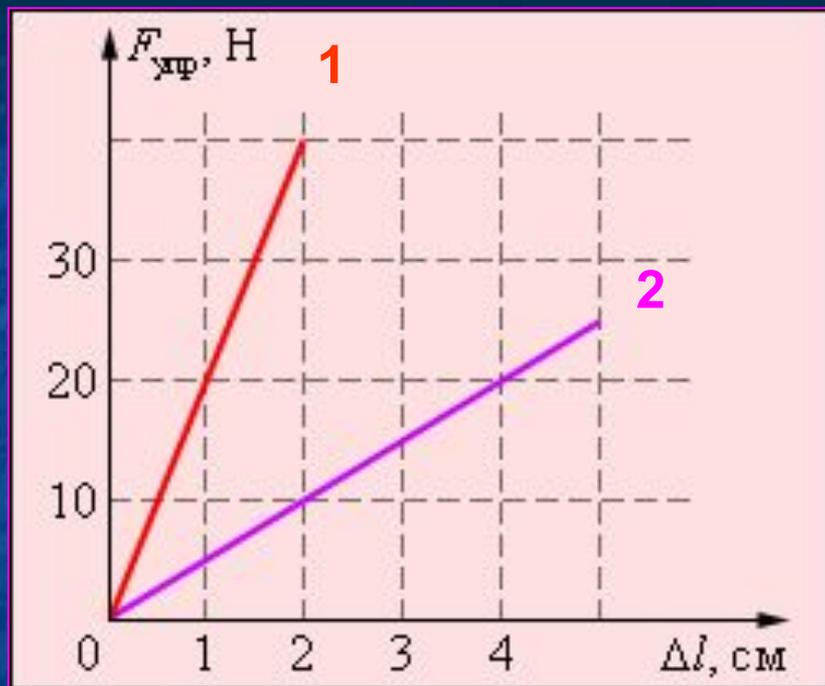


неупругие -
пластические



Когда справедлив закон Гука?





В какой пружине больше коэффициент жесткости? Чему они равны?

Ответ: $k_1 > k_2$;

$$k_1 = 2000 \text{ Н/кг}, k_2 = 500 \text{ Н/кг}$$

Решите задачу

Тело массой 100г подвешено на пружине, которая вследствие этого удлинилась на 10см.

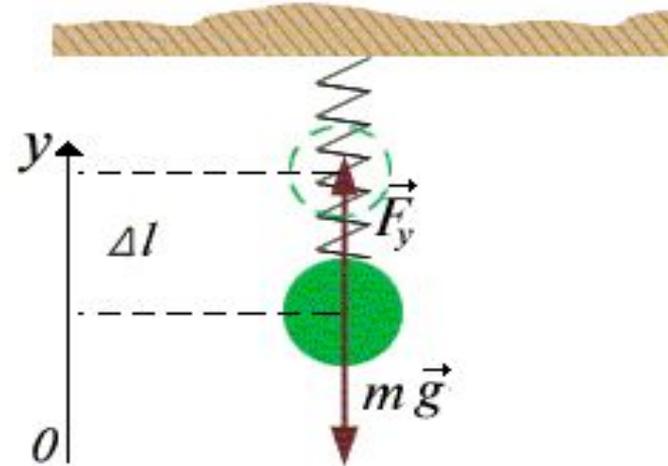
Определить жесткость пружины.

$$m = 100\text{г}$$

$$\Delta l = 10\text{см}$$

$$k = ?$$

Ответ: жесткость пружины равна 9,8 Н/м



Уравнение второго закона Ньютона
в проекции на ось OY

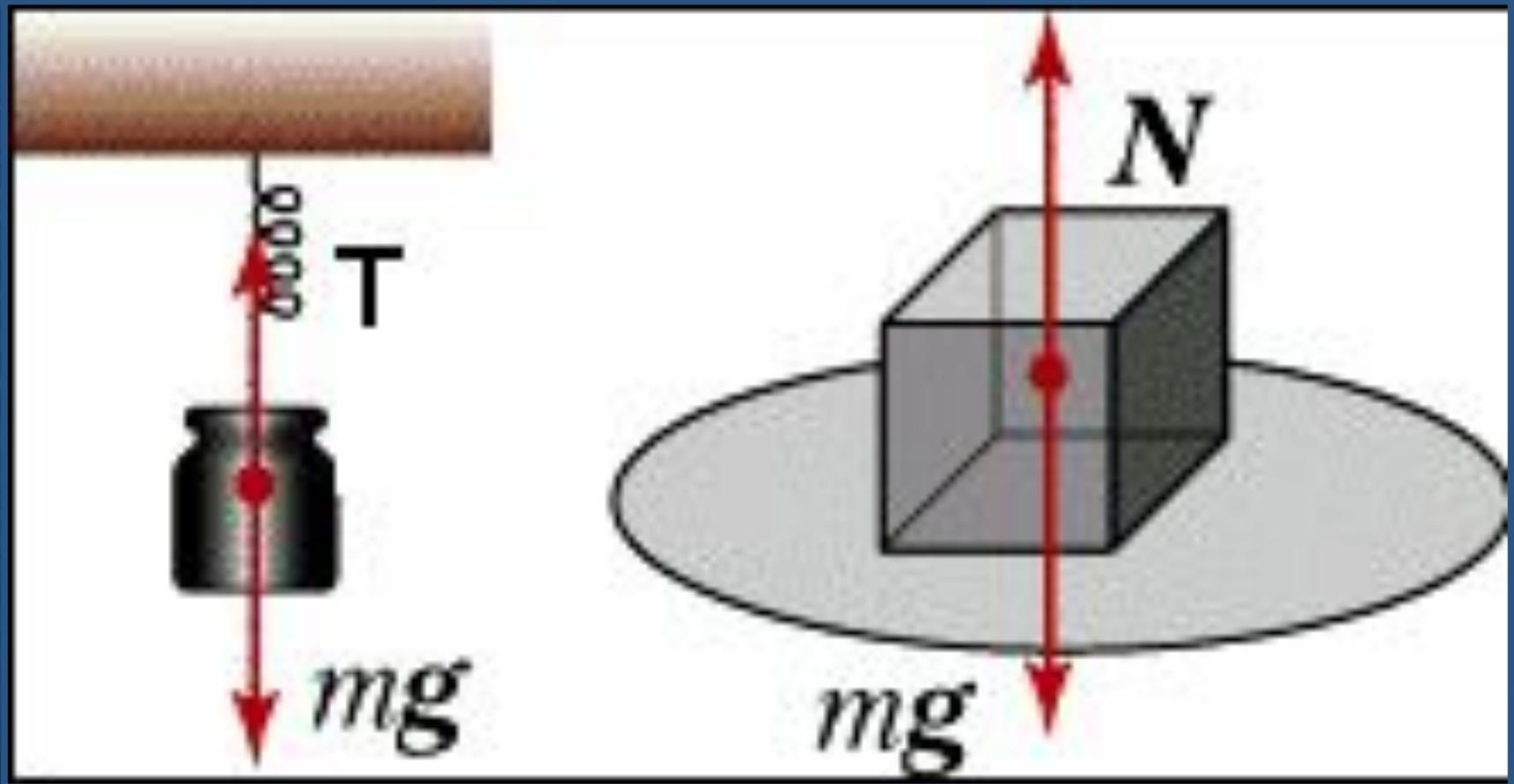
$$F_y - m g = 0$$

$$k \Delta l = m g$$

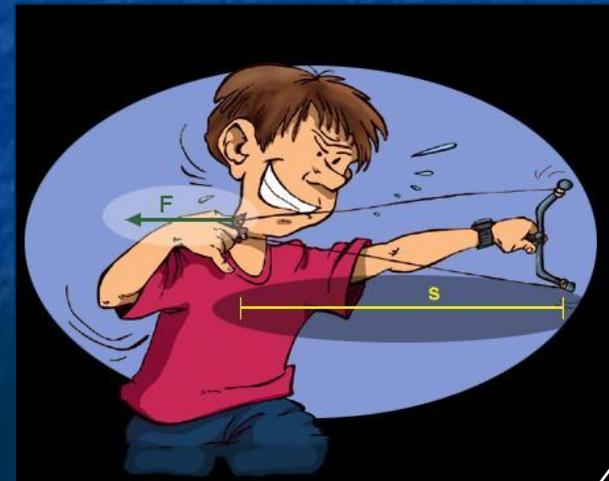
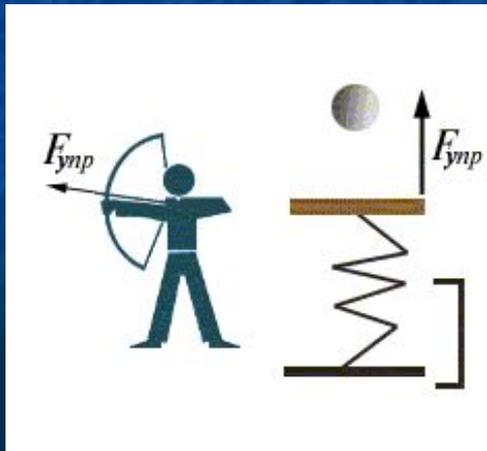
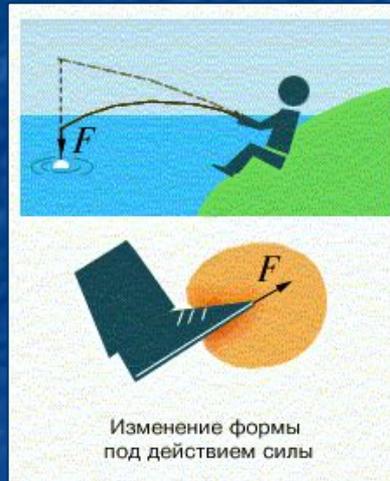
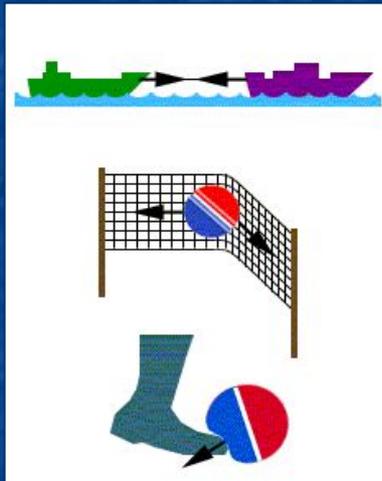
$$k = \frac{m g}{\Delta l}$$

$$k = \frac{0.1\text{кг} \cdot 9.8\text{м/с}^2}{0.1\text{м}} = 9.8\text{Н/м}$$

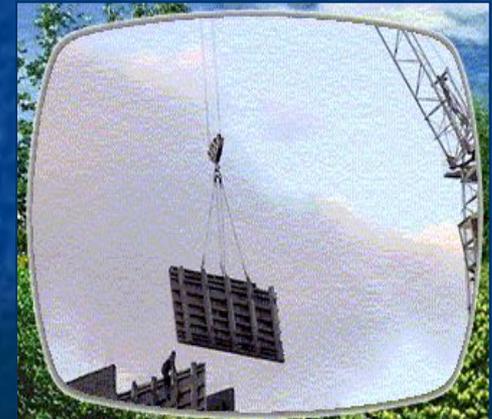
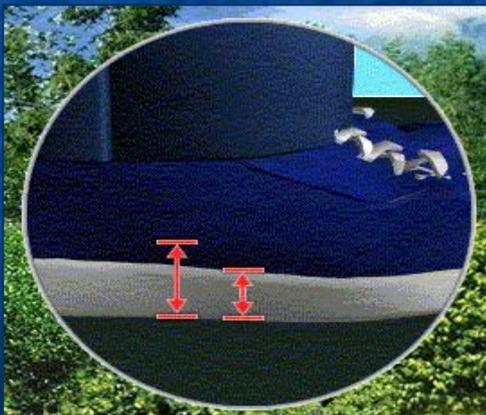
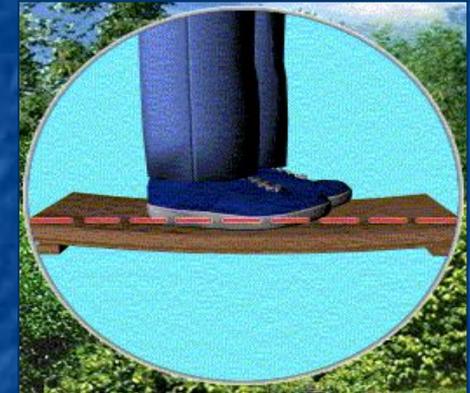
Виды силы упругости



Какие деформации изображены?



Деформации в жизни



Деформации в жизни

